УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
/ В.Е. Федоров
«08» 08 2020 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Алгебра

Направление подготовки (специальность)

10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)

специализация № 1 "Анализ безопасности компьютерных систем"

Присваиваемая квалификация (степень)

специалист по защите информации

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2018, 2019, 2020

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2020 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля) принята:
Ученым советом математического факультета

Протокол заседания № 11 от «27» 08 2020 г.

Председатель Ученого совета математического факультета _____ Е.А. Сбродова

Секретарь Ученого совета математического факультета _____ С.А. Никитина

Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована кафедрой компьютерной безопасности и прикладной алгебры

Протокол заседания № 13 от «27» июля 2020 г.

Заведующий кафедрой _____ А.Н. Ручай

Автор (составитель):
Д-р физ.мат.наук, профессор _____ В.В. Кораблева

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «05» декабря 2018 г. № 678-1

Содержание

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Алгебра» обеспечивает приобретение знаний и умений, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию логического мышления.

Целью преподавания дисциплины является обеспечение фундаментальной подготовки в важной области современной математики.

Задачами дисциплины является ознакомление с основами классической и современной алгебры, обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике, ознакомление с историей развития алгебры и с вкладом российских ученых в развитие современной алгебраической науки.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.Б.1.11

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплина «Алгебра» имеет разносторонние связи со многими математическими и специальными дисциплинами. Дисциплина основывается на знании числовых систем и функций, изученных в средней школе, а также в нескольких первых темах курса «Математический анализ». При изучении линейных пространств в алгебре широко используются знания, умения и наглядные представления, полученные слушателями при изучении прямой и плоскости в аналитической геометрии.

Геометрия

Математический анализ

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Полученные в алгебре знания по конечномерным пространствам над произвольными полями, служат базой для изучения действительных и комплексных пространств в курсе «Математический анализ». Знания из алгебры по теории многочленов, колец и групп широко используются в курсе «Математическая логика и теория алгоритмов» при изучении булевых и многозначных функций. Курс «Алгебра» является базовым для криптографических дисциплин профессионального цикла.

Математическая логика и теория алгоритмов

Криптографические методы защиты информации

Криптографические протоколы

Булевы функции

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-2: способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретике-числовых методов

Знать:

– основные понятия и методы алгебры,

Уметь:

– использовать алгебраические методы и модели для решения прикладных задач; решать типовые задачи по алгебре, выполнять операции с алгебраическими объектами.

Владеть:

– алгебраическими методами решения прикладных задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	– основные алгебраические понятия и алгебраические методы решения прикладных задач.
3.2	**Уметь:**
3.2.1	- использовать знания, полученные в курсе, для решения прикладных задач, в программировании.
3.3	**Владеть:**
3.3.1	- алгебраическими методами при построении модели прикладной задачи.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
Общая трудоемкость	**14 ЗЕТ**
Часов по учебному плану : 504 в том числе : аудиторные занятия : 252 самостоятельная работа : 153 часов на контроль : 99	Виды контроля в семестрах: экзамены 1, 2, 3 зачеты 1, 2

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. 1. Алгебраические структуры			
1.1	Бинарные алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы. Определение группы, примеры групп, свойства группы, симметрическая группа. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.2	Кольца и поля. Определение кольца, примеры колец. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.3	Бинарная алгебраическая операция. Группы. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.4	Операции с комплексными числами. Решение задач /Пр/	1	6	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.5	Алгебраические структуры /Ср/	1	4	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
	Раздел 2. 2. Комплексные числа			
2.1	Комплексные числа. Построение поля комплексных чисел. Свойства сопряжение комплексных чисел. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.2	Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Корни из комплексного числа, теорема о корнях из единицы. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.3	Операции с комплексными числами. Решение задач /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.4	Контрольная работа №1. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.5	Действия с комплексными числами. /Ср/	1	7	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
	Раздел 3. 3. Матрицы, определители, системы			
3.1	Матрицы. Понятия матрицы, операции над матрицами. Теорема о свойствах сложения матриц и умножения матрицы на элемент кольца. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2

3.2	Обратные матрицы. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.3	Подстановки. Понятие транспонирования матрицы. Теорема о свойствах транспонирования матриц. Понятия подстановки и перестановки. Четность перестановок и подстановок. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.4	Определители. Два определения определителя и их равносильность. Теорема об определителе транспонированной матрицы. О равноправии строк и столбцов в определителе. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.5	Свойства определителя. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы. Теорема об определителе треугольной матрицы. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.6	Свойства определителя. Теорема о кососимметричности определителя. Теорема о линейности определителя. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.7	Свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу. Понятие присоединенной матрицы. Теорема о присоединенной матрице. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.8	Свойства определителя. Теорема об определителе произведения двух матриц. Теорема об обратной матрице. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.9	Определители специального вида. Определитель Вандермонда и циркулянт. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.10	Действия с матрицами. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.11	Вычисление определителей. Решение задач. /Пр/	1	4	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.12	Обратная матрица.Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.13	Алгоритм Гаусса . Решение задач. /Пр/	1	4	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.14	Контрольная работа №2. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.15	Группы подстановок. /Ср/	1	5	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.16	Определители спец. вида. /Ср/	1	6	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 4. 4. Многочлены			

4.1	Системы линейных уравнений. Понятие решения системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы. Теорема об элементарных преобразованиях. Алгоритм Гаусса и следствия из него. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.2	Многочлены от одного неизвестного. Теорема Крамера. Построение кольца многочленов от одного неизвестного. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.3	Делимость многочленов. Кольца без делителей нуля. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.4	Алгоритм Евклида. Свойства делимости многочленов и целых чисел. Наибольший общий делитель для многочленов, его свойства, алгоритм Евклида для многочленов. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.5	Свойства НОД. Теорема о линейном представлении наибольшего общего делителя. Взаимно простые многочлены и их свойства. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.6	Неприводимость многочленов. Основная теорема арифметики многочленов. Понятие производной многочлена. Теорема о кратных множителях многочлена и его производной. Отделение кратных множителей многочлена с помощью алгоритма Евклида. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.7	Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о числе корней и степени многочлена. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.8	Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Теорема об однозначности задания многочлена своими значениями. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.9	Многочлены от нескольких неизвестных. Построение кольца многочленов от нескольких неизвестных. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.10	Симметрические многочлены. Симметрические многочлены, формулы Виета. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.11	Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.12	Построение расширения поля. Теорема о существовании корня неприводимого многочлена в некотором расширении поля и следствие из нее. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.13	Основная теорема алгебры многочленов. Доказательство основной теоремы алгебры многочленов. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.14	Корни многочленов. Рациональные корни многочленов над полем рациональных чисел. /Лек/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2

4.15	Алгоритм Евклида. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.16	Корни многочленов. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.17	Неприводимость многочленов. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.18	Симметрические многочлены. Решение задач /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.19	Контрольная работа №3. Решение задач. /Пр/	1	2	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.20	Симметрические многочлены. /Ср/	1	5	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 5. Зачет			
5.1	/Зачёт/	1	9	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 6. Экзамен			
6.1	/Экзамен/	1	18	Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 7. 5. Линейные пространства и линейные преобразования			
7.1	Векторные пространства и подпространства. Определение векторного пространства. Простейшие свойства векторных пространств. Определение подпространства, основные свойства подпространства. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.2	Линейная зависимость и независимость. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов, свойства линейно зависимых и независимых векторов. Критерий линейной зависимости. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.3	Полное множество. Теорема об очистке линейно полного множества, определение базиса. Теорема о выборе базиса. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.4	Базис. Теорема о дополнении до базиса. Критерий базиса. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.5	Размерность. Определение координат вектора в базисе, свойства координат вектора. Размерность пространства, теорема о размерности, следствия из нее. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.6	Матрица перехода. Матрица перехода, свойства матрицы перехода. Теорема о монотонности размерности подпространств. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.7	Линейная оболочка. Теорема о пересечении подпространств. Линейная оболочка, теорема о линейной оболочке. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2

7.8	Сумма подпространств. Сумма подпространств, теорема о сумме подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.9	Прямая сумма подпространств. Теорема о прямой сумме подпространств. Дополнение к подпространству, теорема о существовании дополнения к подпространству. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.10	Ранг матрицы. Три понятия ранга матрицы, теорема о ранге и элементарных преобразованиях. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.11	Теорема Кронекера-Капелли. Доказательство теоремы Кронекера-Капелли. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.12	Однородные системы линейных уравнений. Теорема об описании структуры решений системы линейных уравнений. Теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.13	Линейный оператор. Определение линейного оператора, теорема о свойствах линейных операторов. Операции над линейными операторами, теорема о свойствах операций над линейными операторами. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.14	Свойства линейного оператора. Теорема о задании линейного оператора на базисе и матрицей. Теорема о свойствах матриц линейных операторов. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.15	Функционалы и преобразования. Линейные функционалы. Линейные преобразования пространства. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.16	Матрицы преобразований. Матрицы линейных преобразований в разных базисах. Определение определителя матрицы линейного преобразования. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.17	Инвариантность. Инвариантные подпространства, свойства инвариантных подпространств. Характеристический многочлен линейного преобразования, теорема о характеристическом многочлене. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.18	Собственные векторы. Теорема Гамильтона-Кэли. Собственные векторы и собственные значения, теорема о нахождении собственных значений. Теорема об одномерных инвариантных подпространствах. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.19	Пространства и подпространства. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.20	Зависимость и независимость системы векторов. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.21	Базис и размерность. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.22	Линейные оболочки. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3

7.23	Контрольная работа №4. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.24	Ранг матрицы\. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.25	Однородные системы. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.26	Ядро и образ линейного оператора. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.27	Матрицы линейного преобразования. Решение задач. /Пр/	2	4	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.28	Собственные значения и векторы. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.29	Диагонализуемость оператора. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.30	Контрольная работа №5. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.31	Линейные преобразования. /Ср/	2	12	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
7.32	Нормальная Жорданова форма. /Ср/	2	12	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 8. 6. Пространства со скалярным произведением			
8.1	Пространства со скалярным произведением. Свойства пространства со скалярным произведением. Теорема Коши-Буняковского-Шварца. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.2	Ортогональность. Свойства нормы вектора. Ортогональность векторов и подпространств, теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.3	Свойства ортогональности . Ортогональное дополнение, теорема об ортогональном дополнении. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.4	Сопряженное преобразование. Теорема о линейном функционале на пространстве со скалярным произведением. Теорема существования сопряженного преобразования. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.5	Сопряженное преобразование. Теорема о свойствах сопряженных преобразований. Теорема о матрице сопряженного преобразования. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.6	Нормальные преобразования. Теорема о собственных векторах и собственных значениях нормального преобразования. Критерий сохранения скалярного произведения линейным преобразованием. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3

8.7	Ортогональные базисы. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.8	Ортогональное дополнение. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.9	Сопряженные преобразования. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
8.10	Ортогональность. /Ср/	2	15	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 9. 7. Квадратичные формы			
9.1	Квадратичные формы. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними. Теорема о матрице квадратичной формы. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.2	Канонический вид квадратичной формы. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду с помощью перехода к ортонормированному базису. Закон инерции квадратичных форм. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.3	Критерии . Линейная классификация квадратичных форм. Критерий положительной определенности квадратичных форм. Критерий Сильвестра. /Лек/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.4	Алгоритм Лагранжа. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.5	Контрольная работа №6. Решение задач. /Пр/	2	2	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
9.6	Квадратичные формы. /Ср/	2	15	Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 10. Зачет			
10.1	/Зачёт/	2	18	Л1.1 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 11. Экзамен			
11.1	/Экзамен/	2	18	Л1.1 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 12. 8. Основные структуры			
12.1	Группы. Основные определения и теоремы. Определение группы. Примеры групп. Подгруппы. Критерий подгруппы. Смежные классы. Теорема Лагранжа. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
12.2	Циклические группы. Порождение. Циклические группы. Автоморфизмы. Основная теорема о циклических группах. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
12.3	Порядок. Порядок элемента в группе. Свойства порядка. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
12.4	Кольца. Основные определения и теоремы. Кольца. Подкольца. Критерий подкольца. Идеалы. Фактор- кольца. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3

12.5	Основные алгебраические структуры. Подгруппы. Решение задач. /Пр/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
12.6	Порядок элемента в группе. Порождение. Решение задач. /Пр/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
12.7	Контрольная работа №7. Решение задач. /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
12.8	Основные структуры /Ср/	3	24	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 13. 9. Конечные поля			
13.1	Поля. Основные определения и теоремы. Поля. Характеристика поля. Подполя. Критерий подполя. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.2	Основная теорема о конечных полях. Конечные поля. Основная теорема о конечных полях. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.3	Построение конечного поля и вычисления. Алгоритм построения конечного поля. Вычисления в конечных полях. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.4	Свойства мультипликативной группы поля. Строение мультипликативной группы конечного поля. Примитивный элемент. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.5	Подполя. Подполя конечных полей. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.6	Автоморфизмы. Автоморфизмы конечных полей. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.7	Неподвижные элементы. След и норма. Множество неподвижных элементов. След и норма. /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.8	Построение конечного поля.. Примитивные элементы. Вычисления в конечных полях. Строение мультипликативной группы поля мультипликативной групп. Решение задач. /Пр/	3	12	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.9	Контрольная работа №8. Решение задач. /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
13.10	Конечные поля. /Ср/	3	24	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 14. 10. Многочлены над конечными полями			
14.1	Минимальный многочлен . Минимальный многочлен элемента. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
14.2	Неприводимые многочлены. Существование неприводимых многочленов над конечным полем. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
14.3	Порядок многочлена. Порядок многочлена и его свойства. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
14.4	Дискретные логарифмы. Дискретный логарифм и логарифм Якоби. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3

14.5	Линейные рекуррентные последовательности. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
14.6	Характеристический многочлен и сопровождающая матрица последовательности. /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
14.7	Многочлены над конечными полями. Минимальный многочлен. Порядок многочлена. Решение задач. /Пр/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
14.8	Коллоквиум. /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
14.9	Многочлены над конечными полями. /Ср/	3	24	Л1.1 Л1.2 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3
	Раздел 15. Экзамен			
15.1	/Экзамен/	3	36	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа.
Вопросы к коллоквиуму.
Билет к экзамену.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Вопросы для самоконтроля
1. Алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы.
2. Определение группы, примеры групп, свойства группы, симметрическая группа.
3. Определение кольца, примеры колец.
4. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике.
1. Тригонометрическая форма комплексного числа, формула Муавра.
2. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц.
3. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц.
11. Два определения определителя и их равносильность.
4. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу.
5. Определитель Вандермонда и циркулянт.
6. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. Обоснование метода.
7. Алгоритм Гаусса и следствия из него.
8. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел.
9. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
10. Определение линейного оператора, теорема о свойствах линейных операторов.
11. Операции над линейными операторами, теорема о свойствах операций над линейными операторами.
12. Теорема о задании линейного оператора на базисе и матрицей.
13. Собственные векторы и собственные значения, теорема о нахождении собственных значений.
14. Пространства со скалярным произведением, простейшие свойства таких пространств.
15. Теорема Коши-Буняковского-Шварца.
16. Ортогональность векторов и подпространств, теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
17. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними.
18. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду с помощью перехода к ортонормированному базису.
19. Определение группы. Примеры групп.
20. Подгруппы. Критерий подгруппы.
21. Смежные классы. Теорема Лагранжа.
22. Порождение. Циклические группы.
23. Автоморфизмы.
24. Основная теорема о циклических группах.
25. Порядок элемента в группе. Свойства порядка.

26. Кольца. Подкольца. Критерий подкольца. Идеалы. Фактор-кольца.
27. Поля. Характеристика поля.
28. Подполя. Критерий подполя.
29. Конечные поля. Основная теорема о конечных полях.
30. Алгоритм построения конечного поля. Вычисления в конечных полях.
31. Строение мультипликативной группы конечного поля.
32. Примитивный элемент.
33. Подполя конечных полей.

Вопросы к коллоквиуму
1. Определение группы. Примеры групп.
2. Подгруппы. Критерий подгруппы.
3. Смежные классы. Теорема Лагранжа.
4. Порождение. Циклические группы.
5. Автоморфизмы.
6. Основная теорема о циклических группах.
7. Порядок элемента в группе. Свойства порядка.
8. Кольца. Подкольца. Критерий подкольца. Идеалы. Фактор-кольца.
9. Поля. Характеристика поля.
10. Подполя. Критерий подполя.
11. Конечные поля. Основная теорема о конечных полях.
12. Алгоритм построения конечного поля. Вычисления в конечных полях.
13. Строение мультипликативной группы конечного поля.
14. Примитивный элемент.
15. Подполя конечных полей.
16. Автоморфизмы конечных полей.
17. Множество неподвижных элементов. След и норма.
18. Минимальный многочлен элемента.
19. Существование неприводимых многочленов над конечным полем.
20. Порядок многочлена и его свойства.
21. Дискретный логарифм и логарифм Якоби.
22. Линейные рекуррентные последовательности.
23. Характеристический многочлен и сопровождающая матрица последовательности.

Основные типы задач
- Сложить, умножить на число, перемножить матрицы.
- Вычислить определители второго, третьего порядков, n-го порядка специального вида.
- Найти обратную матрицу.
- Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной, методом Гаусса.
- Выполнить операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление).
- Найти тригонометрическую форму комплексного числа.
- Возвести в степень и извлечь корень из комплексного числа.
- Проверить линейную зависимость, независимость системы векторов.
- Выделить базу системы векторов.
- Найти ранг матрицы.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.
- Найти матрицу перехода от одного базиса в другому.
- Найти матрицу линейного оператора.
- Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- Вычислить скалярное произведение векторов в евклидовом и унитарном векторных пространствах. Найти длину вектора.
- Привести квадратичную форму к каноническому виду.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену 1 семестр
1. Алгебраические операции. Ассоциативные, коммутативные операции, нейтральные элементы.
2. Определение группы, примеры групп, свойства группы, симметрическая группа.
3. Определение кольца, примеры колец.
4. Определение поля, примеры полей. Характеристика поля. Теорема о характеристике.
5. Построение поля комплексных чисел.
6. Свойства сопряжение комплексных чисел.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа, формула Муавра.
8. Корни из комплексного числа, теорема о корнях из единицы.
9. Понятия матрицы, операции над матрицами. Теорема о свойствах сложения матриц и умножения матрицы на

элемент кольца.
10. Произведение матриц. Теорема о свойствах произведения матриц.
11. Понятие обратимости матриц. Примеры обратимых и необратимых матриц над кольцами. Теорема о свойствах обратимых матриц.
12. Доказать, что обратимые матрицы над кольцом образуют группу по умножению.
13. Понятие транспонирования матрицы. Теорема о свойствах транспонирования матриц.
14. Понятия подстановки и перестановки. Четность перестановок и подстановок. Доказать, что транспозиция меняет четность перестановки.
15. Два определения определителя и их равносильность.
16. Теорема об определителе транспонированной матрицы. О равноправии строк и столбцов в определителе.
17. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы.
18. Теорема об определителе треугольной матрицы.
19. Теорема о кососимметричности определителя.
20. Теорема о линейности определителя.
21. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о свойствах алгебраических дополнений. Разложение определителя по строчке и столбцу.
22. Понятие присоединенной матрицы. Теорема о присоединенной матрице.
23. Теорема об определителе произведения двух матриц.
24. Теорема об обратной матрице.
25. Определитель Вандермонда и циркулянт.
26. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований строк. Обоснование метода.
27. Понятие решения системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы. Теорема об элементарных преобразованиях.
28. Алгоритм Гаусса и следствия из него.
29. Теорема Крамера.
30. Построение кольца многочленов от одного неизвестного.
31. Кольца без делителей нуля. Примеры.
32. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов и в кольце целых чисел.
33. Свойства делимости многочленов и целых чисел.
34. Наибольший общий делитель для многочленов, его свойства, алгоритм Евклида для многочленов.
35. Теорема о линейном представлении наибольшего общего делителя.
36. Взаимно простые многочлены и их свойства.
37. Неприводимость многочленов, основная теорема арифметики многочленов.
38. Понятие производной многочлена. Теорема о кратных множителях многочлена и его производной. Отделение кратных множителей многочлена с помощью алгоритма Евклида.
39. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
40. Теорема о числе корней и степени многочлена.
41. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Теорема об однозначности задания многочлена своими значениями.
42. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона.
43. Решение уравнений третьей и четвертой степени.
44. Построение кольца многочленов от нескольких неизвестных.
45. Симметрические многочлены, формулы Виета.
46. Основная теорема о симметрических многочленах.
47. Теорема о существовании корня неприводимого многочлена в некотором расширении поля и следствие из нее.
48. Основная теорема алгебры многочленов.
49. Рациональные корни многочленов над полем рациональных чисел.

Вопросы к экзамену 2 семестр
50. Определение векторного пространства. Простейшие свойства векторных пространств.
51. Определение подпространства, основные свойства подпространства.
52. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов, свойства линейно зависимых и независимых векторов.
53. Критерий линейной зависимости.
54. Теорема об очистке линейно полного множества, определение базиса.
55. Теорема о выборе базиса.
56. Теорема о дополнении до базиса.
57. Критерий базиса.
58. Определение координат вектора в базисе, свойства координат вектора.
59. Размерность пространства, теорема о размерности, следствия из нее.
60. Матрица перехода, свойства матрицы перехода.
61. Теорема о монотонности размерности подпространств.
62. Теорема о пересечении подпространств.
63. Линейная оболочка, теорема о линейной оболочке.

64. Сумма подпространств, теорема о сумме подпространств.
65. Теорема о размерности суммы подпространств.
66. Прямая сумма подпространств, теорема о прямой сумме подпространств.
67. Дополнение к подпространству, теорема о существовании дополнения к подпространству.
68. Прямая сумма пространств, теорема о прямой сумме пространств.
69. Три понятия ранга матрицы, доказать, что строчный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк.
70. Доказать, что столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов.
71. Доказать, что строчный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов.
72. Доказать, что столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк.
73. Доказать, что столбцовый ранг матрицы равен строчному рангу матрицы.
74. Доказать, что при элементарных преобразованиях строк минорный ранг матрицы не меняется.
75. Теорема Кронекера-Капелли.
76. Теорема об описании структуры решений системы линейных уравнений.
77. Теорема о размерности пространства решений системы линейных однородных уравнений.
78. Определение линейного оператора, теорема о свойствах линейных операторов.
79. Операции над линейными операторами, теорема о свойствах операций над линейными операторами.
80. Теорема о задании линейного оператора на базисе и матрицей.
81. Теорема о свойствах матриц линейных операторов.
82. Линейные функционалы.
83. Линейные преобразования пространства .
84. Матрицы линейных преобразований в разных базисах.
85. Определение определителя матрицы линейного преобразования, доказать, что определитель линейного преобразования определен корректно.
86. Инвариантные подпространства, свойства инвариантных подпространств.
87. Характеристический многочлен линейного преобразования, теорема о характеристическом многочлене.
88. Теорема Гамильтона-Кэли.
89. Собственные векторы и собственные значения, теорема о нахождении собственных значений.
90. Теорема об одномерных инвариантных подпространствах.
91. Доказать, что собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям линейно независимы.
92. Пространства со скалярным произведением, простейшие свойства таких пространств.
93. Теорема Коши-Буняковского-Шварца.
94. Свойства нормы вектора.
95. Ортогональность векторов и подпространств, теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
96. Ортогональное дополнение, теорема об ортогональном дополнении.
97. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением.
98. Линейные функционалы, теорема о линейном функционале на пространстве со скалярным произведением.
99. Сопряженное преобразование, теорема существования сопряженного преобразования.
100. Теорема о свойствах сопряженных преобразований.
101. Теорема о матрице сопряженного преобразования.
102. Нормальные преобразования, теорема о собственных векторах и собственных значениях нормального преобразования.
103. Критерий сохранения скалярного произведения линейным преобразованием.
104. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними.
105. Теорема о матрице квадратичной формы.
106. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
107. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду с помощью перехода к ортонормированному базису.
108. Закон инерции квадратичных форм.
109. Линейная классификация квадратичных форм.
110. Критерий положительной определенности квадратичных форм.
111. Критерий Сильвестра.

Вопросы к экзамену 3 семестр

1. Определение группы, гомоморфизм, изоморфизм и автоморфизм групп. Подгруппы. Критерий подгруппы. Теорема Кэли.
2. Порождающее множество группы. Теорема о строении группы, порожденной множеством элементов.
3. Порядок элемента. Циклические группы. Теорема о циклических группах.
4. Смежные классы. Теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа. Фактор-группа.
5. Теорема о гомоморфизме для групп.
6. Кольцо, подкольцо, идеалы, фактор-кольцо. Теорема о гомоморфизме для колец.
7. Теорема о фактор-кольце целых чисел.
8. Поле. Характеристика поля. Теорема о простом поле.

9. Теорема о фактор-кольце многочленов.
10. Расширение поля. Присоединение элементов к полю. Простое расширение поля. Порождающий элемент простого расширения.
11. Алгебраическое расширение поля. Минимальный многочлен. Свойства минимального многочлена.
12. Теорема о существовании простого алгебраического расширения поля.
13. Теорема о изоморфизме простого алгебраического расширения и фактор-кольца многочленов.
14. Поле разложения многочленов. Теорема о существовании и единственности поля разложения (формулировка).
15. Конечные поля. Теорема о числе элементов в конечном поле.
16. Основная теорема о конечных полях.
17. Теорема о строении мультипликативной группы конечного поля. Примитивный элемент.
18. Степень расширения поля над подполем. Теорема о башне.
19. Теорема о алгебраичности конечного расширения поля.
20. Теорема о базисе простого алгебраического расширения. Следствия.
21. Теорема о порядках подполей конечного поля.
22. Теорема о расширении конечного поля.
23. Примитивный многочлен. Теорема о существовании примитивного многочлена.
24. Автоморфизмы конечных полей.
25. Теорема о поле разложения неприводимого многочлена над конечным полем. Следствия.
26. Циклотомическое (круговое) поле. Теорема о подгруппе циклотомического поля.
27. Круговые многочлены. Теоремы о круговых многочленах.
28. Теорема о свойствах круговых полей.
29. О представлении элементов в конечных полях.

6.4. Критерии оценивания

Порядок проведения промежуточной аттестации
В ходе изучения дисциплины «Алгебра» студент должен выполнить 8 контрольных работ и сдать один коллоквиум:
в 1-м семестре – 3 контрольные работы,
во 2-м семестре – 3 контрольные работы,
в 3-м семестре – 2 контрольные работы и коллоквиум.
В 1 и 2 семестре сдаётся зачет и экзамен. В 3 семестре сдаётся экзамен.
Каждая из контрольных работ, коллоквиум и экзамен оценивается в 20 баллов. Нарушение сроков без уважительной причины ведет за собой снижение баллов за контрольную работу и коллоквиум на 2 балла за каждую неделю задержки.
Билеты для экзамена содержат 4 задания (2 практических задачи и 2 теоретических вопроса). За каждое выполненное задание билета студент может получить от 2 до 5 баллов:
- Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 5 баллами.
- Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок.
- Если допущена одна ошибка, то здание оценивается 4 баллами, допущены две ошибки – 3 баллами, допущены три ошибки – 2 баллами.
- Если задание выполнено частично, и выполненная часть задания не содержит ошибок, то оно оценивается 2 баллами.
- Если допущено более трех ошибок в задании или студент выполнил менее половины задания из билета, то за него он получает 0 баллов.

Сводная таблица рейтинга успеваемости (1,2 семестр)

№	Перечень контрольных мероприятий в семестре	Максимальное кол-во баллов
1	Контрольные работы	3x20=60
2	Активная работа на занятиях в течение семестра	5
3	Посещаемость (все занятия)	5
4	Выполнение всех домашних заданий	10
5	Экзамен	20
Итого		100

Сводная таблица рейтинга успеваемости (3 семестр)

№	Перечень контрольных мероприятий в семестре	Максимальное кол-во баллов
1	Контрольные работы	2x20=40
Коллоквиум		20
2	Активная работа на занятиях в течение семестра	5
3	Посещаемость (все занятия)	5
4	Выполнение всех домашних заданий	10
5	Экзамен	20
Итого		100

Критерий оценивания результатов зачета (1,2 семестр)

Менее 45 баллов незачет
45-80 баллов зачет

Критерии оценивания экзамена (1,2,3 семестр)

№ п/п	Набранные баллы	Оценка
1	Менее 50	неудовлетворительно
2	50 – 69	удовлетворительно
3	70 – 90	хорошо
4	91 – 100	отлично

Критерии оценивания контрольной работы
Максимальный балл за контрольную работу – 20 баллов.
Максимальный балл за задание – 5 баллов.
Отлично/зачтено/5 баллов - Работа выполнена в срок, обучающийся отлично знает материал, умеет анализировать проблему и может грамотно прокомментировать выполненную работу.
Задание решено правильно, дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос.
Хорошо/зачтено/4 балла - Работа выполнена в срок, обучающийся хорошо знает материал, умеет анализировать проблему и может грамотно прокомментировать выполненную работу. Обучающийся допускает незначительные ошибки. Выполнено 3/4 задания, дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
Удовлетворительно/зачтено/3 балла - Работа выполнена и сдана позднее, чем предполагалось, и при этом обучающийся хорошо знает материал, умеет анализировать проблему и может грамотно прокомментировать выполненную работу. Обучающийся допускает незначительные ошибки. Выполнено 1/2 задания, дан неполный ответ на поставленный вопрос.
Неудовлетворительно/не зачтено/2 балла - Работа не выполнена, либо обучающийся не может ответить на контрольные вопросы, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми фактическими и языковыми ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы. Выполнено менее 1/2 задания, на поставленный вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в терминах и понятиях.

Критерии оценивания ответа на коллоквиуме
Максимальный балл за коллоквиум – 20 баллов.
16-20 баллов, повышенный уровень - Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета.
11-15 баллов, базовый уровень - Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания. Однако допускает неточность в ответе.
6-10 баллов, пороговый уровень - Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры. Допускает несколько ошибок в содержании ответа.
0-5 баллов, уровень не сформирован - Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Критерии оценивания ответа на экзамене
Максимальный балл за экзамен – 20 баллов.
Максимальный балл за задание – 5 баллов.
5 баллов, повышенный уровень - Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.
4 балла, базовый уровень - Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускает неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.
3 балла, пороговый уровень - Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускает несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.

2 балла, уровень не сформирован - Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

При оценивании результатов усвоения дисциплины применяется балльно-рейтинговая система.
В течение учебного семестра студенты за каждый вид работы получают баллы. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных в семестре, и за ответ на зачете и на экзамене. Затем полученная сумма баллов переводится в оценку, согласно положению о БРС. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951)	Москва: МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.2	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140)	Москва: МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.3	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144)	Москва: МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.4	Глухов М. М., Елизаров В. П., Нечаев А. А.	Алгебра: учебник (https://e.lanbook.com/book/126718)	Санкт- Петербург : Лань, 2020	ЭБС
Л1.5	Курош А. Г.	Лекции по общей алгебре: учебник для вузов (https://e.lanbook.com/book/147341)	Санкт- Петербург : Лань, 2020	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Кострикин А. И.	Сборник задач по алгебре: задачник: сборник задач и упражнений (http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС
Л2.2	Фаддеев Д. К.	Лекции по алгебре: учебное пособие (https://e.lanbook.com/book/126709)	Санкт- Петербург : Лань, 2020	ЭБС
Л2.3	Проскуряков И. В.	Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие для вузов (https://e.lanbook.com/book/152434)	Санкт- Петербург : Лань, 2021	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) - тематическая электронная библиотека и база данных для исследований и учебных курсов http://www.uisrussia.msu.ru
Э2	Лекториум - просветительский проект: массовые открытые онлайн-курсы, открытый видеоархив лекций вузов России https://www.lektorium.tv

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

MS Office365

Adobe Reader

Notepad++

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992.

2. Консультант Плюс [Электронный ресурс] : справочно-правовая система : база данных / Регион. центр правовой информ. Информправо.

3. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : научная электронная библиотека [научной периодики на русском языке]. — Москва, [1999-]. - Доступ к полным текстам после регистрации из сети ЧелГУ. – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp.

4. Moodle [Электронный ресурс]: система дистанционного обучения : [база данных] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [б.г.]. – Доступ из сети ЧелГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php.

5. Научная библиотека Челябинского государственного университета [Электронный ресурс] : [сайт] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [2001-]. – Режим доступа: http://www.lib.csu.ru/ , свободный. – Загл. с экрана.

6. Интернет университет информационных технологий [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : http://www.intuit.ru/

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента. На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.
На практических занятиях решаются прикладные задачи, типовые задачи по алгебре, выполняются операции с алгебраическими объектами. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволить лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, видеохостинг YouYube, форумы, электронная почта и др.).
Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.
Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.
Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых

Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «ElBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.
2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-РСМ» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.
3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);

б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);

в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями

здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Типовые задачи для подготовки к зачету по курсу "Алгебра" для студентов группы МК-101 (1 семестр)

Составитель: Кораблева В.В.

1. **Алгебраическая операция и ее свойства**
   На множестве $\mathbb{N}$ задана алгебраическая операция $*$ следующим образом: $x * y = xy + 2$. Проверить корректность задания алгебраической операции и выполнение основных свойств (ассоциативность, коммутативность, наличие нейтрального, обратного элементов).

2. **Комплексные числа**
   (a) Найти значение выражения $(2+i)(1-i) + \frac{3+i}{i}$.
   (b) Записать в тригонометрической форме число $\frac{1-i}{-\sqrt{3}+i}$.
   (c) Вычислить $\left(\frac{2-2i}{\sqrt{3}-i}\right)^{120}$.
   (d) Записать в алгебраической форме элементы множества $\sqrt[4]{-16}$.

3. **Матрицы**
   Для матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ найти
   (a) $B \cdot A$;
   (b) $A \cdot B + 2C$;
   (c) значение многочлена $f(x) = x^3 - 3x + 2$ от матрицы C.

4. **Определители**
   (a) Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.
   (b) Найти A^{-1}, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.
   (c) Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 5 \\ -6 & -4 & 2 \end{pmatrix}$.

5. **Системы линейных уравнений**
   (a) Решить систему уравнений методом Крамера: $\begin{cases} x - y + 2z = 2, \\ 2x + 3y - 2z = 3, \\ 2x - y + 3z = 4. \end{cases}$
   (b) Найти общее решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$

6. **Многочлены**
   (a) Найти наибольший общий делитель многочленов $f(x) = x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 4x - 1$ и $g(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 4$ и его линейное разложение.
   (b) Определить кратность корня $x = 1$ многочлена $f(x)$.
   (c) Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - 2$.
   (d) Найти сумму чисел, обратных комплексным корням многочлена $f(x)$.
   (e) Выразить через элементарные симметрические многочлены многочлен $x_1^2x_2^2 + x_1^2x_3^2 + x_1^2x_4^2 + x_2^2x_3^2 + x_2^2x_4^2 + x_3^2x_4^2$.

Типовые задачи к зачёту по курсу «Алгебра» для студентов 1 курса специальности «Компьютерная безопасность» (2 семестр).

1. Являются ли линейно независимыми следующие векторы $a_1 = (4, -5, 2, 6)$, $a_2 = (2, -2, 1, 3)$, $a_3 = (6, -3, 3, 9)$, $a_4 = (4, -1, 5, 6)$?

2. Образуют ли подпространство векторы пространства $\mathbb{R}^n$, координаты которых удовлетворяют уравнению $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = a$, где вещественное число a фиксировано.

3. Доказать, что каждая из систем векторов $E = \{(2, 1, 2), (3, -1, 4), (2, 4, 1)\}$ и $F = \{(-1, 0, 1), (2, 1, 0), (1, 2, -1)\}$ является базисом, найти матрицу перехода от E к F и координаты вектора $x = (8, -4, 4)$ в базисах E и F.

4. Найти размерность и какой-нибудь базис линейной оболочки системы векторов $a_1 = (1, -1, -2, 1)$, $a_2 = (2, , 2{-}1, -1)$, $a_3 = (1, -1, -1, 1)$, $a_4 = (1, -5, 1, 1)$, $a_5 = (-1, -2, 1, 1)$.

5. Найти базисы суммы и пересечения линейных оболочек $Lin((1, 3, -2, 1), (3, 1, 0, 1), (9, 4, -1, 4))$ и $Lin((-1, -2, 1, 1), (-1, -9, 6, 1), (-1, 5, -4, 1))$.

6. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы

$$\begin{cases} x_1 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

7. Отображение $\varphi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ задано правилом $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (-x_1 + x_2 - 3x_3, x_1 - x_2 + 3x_3, -x_2 + 2x_3, x_1 + x_3)$. Является ли φ линейным оператором? В случае положительного ответа найти его матрицу в базисах пространства $\mathbb{R}^3$: $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$ и $\mathbb{R}^4$: $f_1 = (1, 0, 0, 0)$, $f_2 = (1, 1, 0, 0)$, $f_3 = (1, 1, 1, 0)$, $f_4 = (1, 1, 1, 1)$; найти базис ядра и базис образа отображения φ.

8. Линейное преобразование φ задано матрицей $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ в некотором базисе. Найти:

   (a) собственные векторы и собственные значения преобразования φ,

   (b) жорданову нормальную форму преобразования φ (жорданов базис можно не искать).

9. С помощью процесса ортогонализации построить ортогональный базис линейной оболочки векторов $(1, 2, 2, -1)$, $(1, 1, -5, 3)$, $(3, 2, 8, -7)$.

10. Найти базис ортогонального дополнения линейной оболочки векторов $(1, 1, 1, 1)$, $(1, 2, 2, -1)$, $(1, 0, 0, 3)$.

11. Пусть e_1, e_2 —ортонормированный базис евклидова пространства и преобразование φ имеет в базисе e_2, $e_1 - e_2$ матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$. Найти матрицу сопряженного преобразования φ^* в этом базисе.

12. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе линейного преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.

13. На векторном пространстве $\mathbb{C}$ над полем $\mathbb{R}$ задано отображение $f(u,v) = Re(u\overline{v})$. Проверить, будет ли данное отображение билинейной формой. В случае положительного ответа найти матрицу данной билинейной формы в базисе $\{1, i\}$.

14. Пусть билинейная форма Φ задана в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$ матрицей $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

    Найти:

    (a) значение билинейной формы Φ на векторах $x = (1, 0, 3)$, $y = (-1, 2, -4)$, заданных своими координатами в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$;

    (b) матрицу билинейной формы Φ в базисе $\{e_1 - e_2, e_1 + e_3, e_1 + e_2 + e_3\}$.

15. Методом Лагранжа привести квадратичную форму $3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3$ к каноническому виду.

16. При каких значениях параметра λ квадратичная форма $5x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ является положительно определенной.

Вариант 1

№1. Найти все такие неприводимые многочлены второй степени над полем $\mathbb{Z}_5$, что коэффициент при x^2 равен 1 или 2.

№2. Перечислить все элементы фактор-кольца $\mathbb{Z}_3[X]/(2x^2+x+1)$, построить таблицу сложения и таблицу умножения для данного фактор-кольца, для каждого элемента указать противоположный и для каждого ненулевого элемента указать обратный.

№3. Рассмотрим фактор-кольцо $\mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+1)$:
а) показать, что x^4+x^3+1 неприводим над $\mathbb{Z}_2$;
б) найти обратный элемент для $[x] \in \mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+1)$;
в) найти обратный элемент для $[x^2+x] \in \mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+1)$;
г) найти обратный элемент для $[x^3+x+1] \in \mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+1)$.

№4. Найти многочлен 4-ой степени с коэффициентами из поля $\mathbb{Q}$ такой, что $a = \sqrt{3}+\sqrt{5}$ является его корнем.

Вариант 2

№1. Найти все неприводимые многочлены второй степени над полем $\mathbb{Z}_3$.

№2. Перечислить все элементы фактор-кольца $\mathbb{Z}_3[X]/(2x^2+2)$, построить таблицу сложения и таблицу умножения для данного фактор-кольца, для каждого элемента указать противоположный и для каждого ненулевого элемента указать обратный.

№3. Рассмотрим фактор-кольцо $\mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+x^2+x+1)$:
а) показать, что $x^4+x^3+x^2+x+1$ неприводим над $\mathbb{Z}_2$;
б) найти обратный элемент для $[x] \in \mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+x^2+x+1)$;
в) найти обратный элемент для $[x^2+x] \in \mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+x^2+x+1)$;
г) найти обратный элемент для $[x^3+x+1] \in \mathbb{Z}_2[X]/(x^4+x^3+x^2+x+1)$.

№4. Найти многочлен 6-ой степени с коэффициентами из поля $\mathbb{Q}$ такой, что $a = \sqrt{3}+\sqrt[3]{6}$ является его корнем.

Домашняя работа по теории колец и теории полей,

Пусть a, b, c, d, e - это, соответственно, количество букв в ваших фамилии, полном имени, отчестве, день и месяц вашего рождения.

1. Найти наибольший общий делитель многочленов
$$f(x) = x^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + ax + 1,$$
$$g(x) = x^4 + (c + d + e)x^3 + (a + c + e)x^2 + (b + d + e)x + 1$$
над полями $\mathbb{Z}_5$, $\mathbb{Z}_7$, $\mathbb{Z}_{11}$.

2. Выяснить, является ли полем каждое из колец $\mathbb{Z}_{4ab+1}$, $\mathbb{Z}_{4ac+1}$ и $\mathbb{Z}_{4bc+1}$. Найти мультипликативную группу каждого из этих колец. Найти порядок каждого элемента мультипликативной группы. В каждом из колец проверить элементы $35, 11a, 13b, 17c$ на обратимость. Если элемент обратим в некотором кольце, то найти обратный к нему в этом кольце.

3. Пусть I_1, I_2 — идеалы в кольце K. Доказать, что $I_1 + I_2 = \{i_1 + i_2 \mid i_1 \in I_1, i_2 \in I_2\}$ — это также идеал в кольце K.

4. Пусть I — это идеал в кольце K. Рассмотрим множество $r(I) := \{x \in K \mid \forall u \in I \quad xu = 0\}$. Доказать, что $r(I)$ — это идеал в кольце K.

5. Доказать, что $2\mathbb{Z} \cup 3\mathbb{Z}$ не является подкольцом в кольце $\mathbb{Z}$.

6. Для каждого из следующих многочленов вручную найти каноническое разложение над тем полем, над которым он рассмотрен:
   - $x^7 + ax^6 + (a + 1)x^5 + bx^4 + (b + 1)x^3 + cx^2 + (c + 1)x + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$;
   - $x^7 + (b + 1)x^6 + (a + 1)x^5 + (c + 1)x^4 + ax^3 + cx^2 + bx + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$;
   - $x^7 + cx^6 + (a + 1)x^5 + (b + 1)x^4 + (c + 1)x^3 + ax^2 + bx + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$;
   - $x^6 + (a + 1)x^5 + (b + 1)x^4 + (c + 1)x^3 + ax^2 + bx + 1 \in \mathbb{F}_3[x]$;
   - $x^6 + (a + 1)x^5 + (b + 2)x^4 + (c + 1)x^3 + ax^2 + cx + 1 \in \mathbb{F}_3[x]$;

7. Доказать, что в произвольном кольце K для любых $a, b \in K$ имеет место равенство $(-a)(-b) = ab$.

8. Доказать, что
   - делитель нуля в кольце с единицей является необратимым элементом этого кольца;
   - элемент в конечном кольце с единицей необратим тогда и только тогда, когда является делителем нуля.

9. Для многочленов $f(x) = x^5 + (a + b)x^4 + (b + c)x^3 + (c + d)x^2 + (d + e)x + 1$, $g(x) = x^5 + (a + c)x^4 + (b + d)x^3 + (a + d)x^2 + (b + e)x + 2 \in \mathbb{Z}_5[x]$
   - выяснить, являются ли полями фактор-кольца $K_f = \mathbb{Z}_5[x]/(f(x))$, $K_g = \mathbb{Z}_5[x]/(g(x))$;
   - найти канонические разложения многочленов $f(x)$ и $g(x)$ над $\mathbb{Z}_5$;

10. Пусть $\mathbb{F}$ — поле и $a, b, g \in \mathbb{F}[x]$, причем $g \neq 0$. Доказать, что сравнение $af \equiv b (mod\ g)$ имеет решение $f \in \mathbb{F}[x]$ тогда и только тогда, когда НОД(a, g) делит многочлен b.

11. Решить в $\mathbb{F}_3[x]$ сравнения

- $(x^2+1)f(x) \equiv 1 (mod\ (x^3+1))$;
- $(x^4+x^3+x^2+1)f(x) \equiv x^2+1 (mod\ (x^3+1))$.

12. Доказать, что факторкольцо $K[x]/(x^4+x^3+x+1)$ не может быть полем, каким бы ни было коммутативное кольцо K с единицей.

13. Пусть $f_1(x) = x^4+x+1, f_2(x) = x^4+x^2+1, f_3(x) = x^4+x^3+1 \in \mathbb{F}_2$. Пусть $g_1(x) = ax^2+bx+c$, $g_2(x) = (a+1)x^2+(b+1)x+a$, $g_3(x) = (a+1)x^2+bx+1$. Воспользовавшись конструктивностью доказательства китайской теоремы об остатках, решить систему

$$\begin{cases} h \equiv g_1 (mod\ f_1), \\ h \equiv g_2 (mod\ f_2), \\ h \equiv g_3 (mod\ f_3) \end{cases} .$$

14. Пусть F — это подполе поля K. Доказать, что поле K можно рассматривать как векторное пространство (т.е. элементы поля K — это вектора) с множеством скаляров F.

15. Доказать, что поля $Q, \mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$ попарно не изоморфны.

16. Найти элемент, обратный к заданному:

- $2+3\sqrt{3}$ в поле $\{a+b\sqrt{3} \mid a,b \in Q\} = Q(\sqrt{3}) \cong Q[x]/(x^2-3)$;
- $1-\sqrt{5}$ в поле $\{a+b\sqrt{5} \mid a,b \in Q\} = Q(\sqrt{5}) \cong Q[x]/(x^2-5)$;
- $3+\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{4}$ в поле $\{a+b\sqrt[3]{2}+c\sqrt[3]{4} \mid a,b,c \in Q\} = Q(\sqrt[3]{2}) \cong Q[x]/(x^3-2)$;
- $1-2\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}$ в поле $\{a+b\sqrt[3]{3}+c\sqrt[3]{9} \mid a,b,c \in Q\} = Q(\sqrt[3]{3}) \cong Q[x]/(x^3-3)$;

17. Пусть $Q(\sqrt{2},\sqrt{3})$ — это поле, полученное присоединением элементов $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$ к полю Q, а $Q(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ — это поле, полученное присоединением элемента $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ к полю Q. Доказать, что поля $Q(\sqrt{2},\sqrt{3})$ и $Q(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ совпадают (состоят из одних и тех же элементов).

18. Пусть $m = 1 + ((\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c}+\mathrm{d}+\mathrm{e}) \bmod 9)$. Во втором томе книги Лидла, Нидеррайтера "Конечные поля"в таблице C содержатся все неприводимые многочлены малых степеней над полями малого простого порядка. Пусть f_m — это m-й по счету в таблицы C неприводимый над $\mathbb{Z}_2$ многочлен степени 6.

- Построить поле $GF(2^6)$ с помощью многочлена f_m;
- Найти в построенном поле все примитивные элементы;
- Найти все корни f_m в построенном поле $GF(2^6)$;
- Для одного из найденных примитивных элементов построить таблицу дискретного логарифма и логарифма Якоби;
- Определить порядок многочлена f_m. Является ли f_m примитивным?

19. Построить поля F_{16}, F_{64} и F_{81} как фактор-кольца с помощью подходящих неприводимых многочленов и найти в них все подполя (выписать элементы).

20. Доказать, что

- в конечном поле четной характеристики каждый элемент мультипликативной группы является мультипликативным квадратом другого элемента;

- в конечном поле нечетной характеристики в точности половина элементов мультипликативной группы являются мультипликативными квадратами.

21. Пусть $\mathbb{F}_q$ — конечное поле нечетного порядка q. Доказать, что элемент -1 является квадратом в $\mathbb{F}_q^*$ тогда и только тогда, когда $q \equiv 1(4)$.

22. Пусть $\mathbb{F}_q$ — конечное поле нечетного порядка q и $\mathbb{F}_{q^2}$ — поле-расширение. Доказать, что всякий элемент из $\mathbb{F}_q^*$ является квадратом в группе $\mathbb{F}_{q^2}^*$.

23. Описать структуру подполей поля $F_{3^{30ab}}$.

24. Для многочленов

$$f(x) = x^5 + (a+b)x^4 + (b+c)x^3 + (c+d)x^2 + (d+e)x + 1,$$

$$g(x) = x^5 + (a+c)x^4 + (b+d)x^3 + (a+d)x^2 + (b+e)x + 1,$$

$$h(x) = x^5 + (a+b+c)x^4 + (a+d+e)x^3 + (b+d+e)x^2 + (a+b+e)x + 1,$$

рассматривая их последовательно над полями $\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3$ и $\mathbb{Z}_5$

- определить поля разложения этих многочленов и построить канонические разложения этих многочленов в соответствующих полях разложения;
- определить порядки этих многочленов;

25. Доказать, что расширение L поля K является конечным расширением тогда и только тогда, когда L может быть получено из K с помощью присоединения конечного числа алгебраических над K элементов.

26. Доказать, что если θ — алгебраический элемент над полем L, где L — алгебраическое расширение поля K, то элемент θ является алгебраическим также над полем K. Другими словами, нужно доказать, что если F — это алгебраическое расширение поля L, то F — это алгебраическое расширение и поля K.

27. Решить СЛУ (найти ФСР) над конечным полем $F_8 = F_{2^3}$, где α-корень многочлена $f(x) = x^3+x+1$,

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a\alpha^2 + b\alpha + c & a\alpha^2 + d\alpha + b & \alpha + 1 & e\alpha^2 + a\alpha + c \\ c\alpha^2 + b\alpha + d & \alpha^2 + \alpha + 1 & d\alpha^2 + b\alpha + a & \alpha^2 + e\alpha + a \end{pmatrix}$$

28. Доказать, что сумма всех элементов конечного поля порядка $q > 2$ равна 0. Чему равно произведение всех ненулевых элементов конечного поля?

29. Пусть $m = 4 + ((\mathrm{a} + \mathrm{b} + \mathrm{c} + \mathrm{d} + \mathrm{e}) \bmod 3)$.

- построить поле $\mathbb{F}_{2^m}$ с помощью подходящего неприводимого многочлена;
- над простым подполем найти минимальные многочлены f_β и f_γ для элементов

$$\beta = (a+b)\alpha^3 + \alpha^2 + 1,$$

$$\gamma = \alpha^3 + (b+e)\alpha^2 + \alpha + (b+c);$$

- найти все корни многочленов f_β и f_γ в поле $\mathbb{F}_{2^m}$;
- построить(указать) поля разложения многочленов f_β и f_γ.

30. Построить конечные поля F_8, F_{16}, F_9, F_{27} с помощью подходящих неприводимых многочленов.

- выписать группу автоморфизмов (группу Галуа) каждого из этих полей в виде подстановок. Записать каждую подстановку в виде произведения независимых циклов.
- найти минимальный многочлен каждого элемента над простым подполем;
- в каждом из полей найти примитивный элемент и построить таблицу дискретного логарифма и таблицу логарифма Якоби, взяв за основу найденный примитивный элемент.

31. Пусть поле $\mathbb{F}_{16}$ построено как факторкольцо $\mathbb{Z}_2[x]/(f)$, где $f(x) = x^4 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$. Найти след и норму элемента $\beta = \alpha^3 + (a+b)\alpha^2 + (c+d)\alpha + e \in \mathbb{F}_{16}$ над каждым из подполей поля $\mathbb{F}_{16}$.

32. Дано линейное однородное рекуррентное соотношение на полем $\mathbb{Z}_2$, заданная формулой

$$s_{n+6} = s_{n+5} + bs_{n+4} + cs_{n+3} + ds_{n+2} + es_{n+1} + s_n$$

- выписать характеристический многочлен данной последовательности;
- для выписанного характеристического многочлена построить поле разложения и найти каноническое разложение в этом поле;
- найти порядок характеристического многочлена и период импульсной функции;
- найти период последовательности с начальными условиями

$$s_0 = a, s_1 = b, s_2 = c, s_3 = d, s_4 = e, s_5 = a + 1.$$

33. Над полем порядка q построить линейное однородное рекуррентное соотношение порядка k, которое для каждого ненулевого вектора начального состояния даёт последовательность максимального периода, если

- $k = 6, q = 2$;
- $k = 7, q = 2$;
- $k = 8, q = 2$;
- $k = 3, q = 3$;
- $k = 3, q = 5$;
- $k = 3, q = 7$.