

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 16:55:16 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b83232323	Рабочая программа дисциплины "Применения дробного интегро-дифференциального исчисления" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Применения дробного интегро-дифференциального исчисления

Направление подготовки (специальность)

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

Уравнения с дробными производными

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью курса "Применения дробного интегро-дифференциального исчисления" является изучение и применение основных концепций и методов дробного исчисления для моделирования и анализа сложных систем и процессов в различных областях науки и техники. Курс нацелен на формирование у студентов понимания нелокальных эффектов и их моделирования с использованием дробных операторов, а также развитие навыков применения этих инструментов для решения прикладных задач.

Задачами изучения дисциплины являются:

- Ознакомление с основными понятиями и определениями дробного исчисления: Изучение различных видов дробных производных и интегралов (Римана-Лиувилля, Капуто, Грюнвальда-Летникова, и др.), их свойств, взаимосвязей, а также понимание нелокальности дробных операторов.
- Изучение методов решения дробных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений: Освоение аналитических и численных методов, включая методы преобразования Лапласа, Фурье, методы возмущений, а также методы, основанные на использовании специальных функций.
- Формирование навыков построения математических моделей с использованием дробных операторов: Развитие способности формулировать реальные процессы и явления в виде дробных дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений, обосновывая выбор дробного порядка, учитывая нелокальность и память системы.
- Изучение применения дробного исчисления для моделирования процессов в различных областях: Рассмотрение примеров применения дробного исчисления в физике (вязкоупругость, аномальная диффузия, электромагнетизм), механике (динамика деформируемых тел), биологии (моделирование биологических систем), химии, финансах и других областях, где необходим учет нелокальных эффектов и памяти.
- Развитие способности проводить анализ устойчивости, управляемости и наблюдаемости дробных динамических систем: Изучение методов исследования долгосрочного поведения решений дробных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений.
- Создание целостной картины современных математических методов и их применения в области дробного исчисления: Формирование понимания о взаимосвязи между дробным исчислением, функциональным анализом и другими математическими инструментами.
- Развитие навыков самостоятельного изучения современной научной литературы: Подготовка студентов к самостоятельному исследованию последних достижений в области дробного исчисления и его приложений, а также к участию в научных проектах.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ПК-1.1. Демонстрирует знание основных теоретических положений и методов в области проводимых научных исследований

ПК-1.2. Демонстрирует умения сбора и анализа информации по тематике проводимых исследований

ПК-1.3. Имеет практический опыт установления новых фактов и закономерностей в области научных исследований

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.В.ДВ.02.02

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Комплексный анализ». А также

Преобразование Лапласа векторнозначных функций

Преобразование Фурье векторнозначных функций

Линейные операторы и оператор-функции

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по данной дисциплине могут быть полезны для научно-исследовательской работы студентов.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)



Рабочая программа дисциплины "Применения дробного интегро-дифференциального исчисления" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

ПК-1: Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений

Знать:

основные теоретические положения и методы дробного интегро-дифференциального исчисления, необходимых для решения прикладных задач.

Уметь:

собирать, анализировать и давать критическую оценку информации по тематике дробного интегро-дифференциального исчисления и его применения в различных областях науки и техники.

Владеть:

навыками применения дробного интегро-дифференциального исчисления для построения, исследования и анализа математических моделей, описывающих динамические системы, процессы и явления в различных областях, а также для установления новых фактов и закономерностей.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	основные теоретические положения и методы дробного интегро-дифференциального исчисления, необходимых для решения прикладных задач.
3.2	Уметь:
3.2.1	собирать, анализировать и давать критическую оценку информации по тематике дробного интегро-дифференциального исчисления и его применения в различных областях науки и техники.
3.3	Владеть:
3.3.1	применения дробного интегро-дифференциального исчисления для построения, исследования и анализа математических моделей, описывающих динамические системы, процессы и явления в различных областях, а также для установления новых фактов и закономерностей.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 72	Виды контроля в семестрах: зачеты 3
в том числе :	
аудиторные занятия : 34	
самостоятельная работа : 37,8	
: контактная работа: 34,2 ИКР: 0,2	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Применение элементов дробного исчисления			
1.1	Линейные математические модели вязкоупругого тела, основанные на производных дробного порядка /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.2	Редукция определяющего уравнения Работнова к модели Р.Л. Торвик -П.Дж. Торвик вязкоупругого тела /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.3	Применение у уравнению диффузии Фурье /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.4	Применение к гиперболо-параболическим уравнениям второго порядка с нехарактеристической линией изменения типа /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.5	Применение к уравнению Эйлера - Дарбу - Пуассона и параболически вырождающемуся гиперболическому уравнению /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.6	Применение к гиперболо-параболическому уравнению второго порядка с характеристической линией изменения типа /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.7	Применение к задаче Трикоми для уравнения смешанного эллиптического-гиперболического типа /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Применения дробного интегро-дифференциального исчисления" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

1.8	Применение к сплошным средам с памятью /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.9	Уравнение переноса в средах с фрактальной геометрией /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.10	Применение к проблеме регуляции задачи Дарбу /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.11	Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.12	Смешанная задача для однородного нелокального волнового уравнения /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.13	Смешанная задача для неоднородного нелокального волнового уравнения /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.14	Математическая модель процесса трансформации полей температуры и влажности в приземном слое атмосферы /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.15	Применение к уравнениям состояния вещества /Пр/	3	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.16	Уравнения роста численности популяции /Пр/	3	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.17	Выполнение домашних работ, подготовка к контрольным работам. Подготовка к зачету. /Ср/	3	37,8	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
Раздел 2. Иная контактная работа				
2.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	0,2	Л1.1Л2.1 Л2.2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Доклад
2. Вопросы к зачету

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Темы докладов:

1. Линейные математические модели вязкоупругого тела, основанные на производных дробного порядка
2. Редукция определяющего уравнения Работнова к модели Р.Л. Торвик-П.Дж. Торвик вязкоупругого тела
3. Применение у уравнению диффузии Фурье
4. Применение к гипербола-параболическим уравнениям второго порядка с нехарактеристической линией изменения типа
5. Применение к уравнению Эйлера - Дарбу - Пуассона и параболически вырождающемуся гиперболическому уравнению
6. Применение к гипербола-параболическому уравнению второго порядка с характеристической линией изменения типа
7. Применение к задаче Трикоми для уравнения смешанного эллиптико-гиперболического типа
8. Применение к сплошным средам с памятью
9. Уравнение переноса в средах с фрактальной геометрией
10. Применение к проблеме регуляции задачи Дарбу
11. Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения
12. Смешанная задача для однородного нелокального волнового уравнения
13. Смешанная задача для однородного нелокального волнового уравнения
14. Математическая модель процесса трансформации полей температуры и влажности в приземном слое атмосферы
15. Уравнения роста численности популяции

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для зачета:

1. Линейные математические модели вязкоупругого тела, основанные на производных дробного порядка
2. Редукция определяющего уравнения Работнова к модели Р.Л. Торвик-П.Дж. Торвик вязкоупругого тела
3. Применение у уравнению диффузии Фурье
4. Применение к гипербола-параболическим уравнениям второго порядка с нехарактеристической линией изменения типа
5. Применение к уравнению Эйлера - Дарбу - Пуассона и параболически вырождающемуся гиперболическому



уравнению

6. Применение к гипербола-параболическому уравнению второго порядка с характеристической линией изменения типа
7. Применение к задаче Трикоми для уравнения смешанного эллипτικο-гиперболического типа
8. Применение к сплошным средам с памятью
9. Уравнение переноса в средах с фрактальной геометрией
10. Применение к проблеме регуляции задачи Дарбу
11. Задача Самарского в видоизмененной постановке для нелокального диффузионного уравнения
12. Смешанная задача для однородного нелокального волнового уравнения
13. Смешанная задача для однородного нелокального волнового уравнения
14. Математическая модель процесса трансформации полей температуры и влажности в приземном слое атмосферы
15. Уравнения роста численности популяции

6.4. Критерии оценивания

Критерий выставления зачета:

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 3 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 3 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 2 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из билета, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за зачет – 6.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "не зачтено" выставляется за 19 и менее баллов;

Оценка "зачтено" выставляется за 20 и более баллов:

20-26 баллов (уровень 1);

27-30 баллов (уровень 2);

31-36 баллов (уровень 3).

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для доклада:

В семестре 3 доклада. На доклад отводится 15-20 минут в конце пары (каждую пару 1 доклад). Каждый студент готовит доклад по одной из предложенных тем. Максимальное количество баллов за доклады - 30.

Оценка "зачтено" выставляется за 20-30 баллов, "не зачтено" - менее 20 баллов.

Полнота доклада оценивается по следующим критериям:

1. Полнота изложения теоретического материала
2. Достаточное количество примеров к теоретическому материалу
3. Приведены примеры к определениям и теоремам
4. Приведены контрпримеры, демонстрирующие при каких условиях не применимы теоремы.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Миносцев В. Б., Берков Н. А., Зубков В. Г.	Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации (https://e.lanbook.com/book/211358)	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Нахушев А. М.	Дробное исчисление и его применение	Москва : Физматлит, 2003	
Л2.2	Сабитов К. Б.	Уравнения математической физики: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275562)	Москва : Физматлит, 2013	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт http://www.rfbr.ru/rffi/ru



ЭЗ Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий РАЕ <https://www.monographies.ru/>

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

2. SpringerLink Международная реферативная база данных научных изданий (<https://www.springer.com>)

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: доска, парты, мультимедийное и аудиооборудование.

Для семинарских занятий используются аудитории оснащенные обычной доской, партами, переносным мультимедийным и аудиооборудованием (в случае необходимости).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются семинарские (практические) занятия и самостоятельная работа студента. На практических занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и подходы.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал, с указанием даты проведения занятия и темы;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.



10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.



WORKING PROGRAM OF THE COURSE (MODULE)*

Applications of Fractional Integro-Differential Calculus

Scientific specialty

01.04.01 Mathematics

Direction

Fractional Differential Equations

Degree

Master’s

Mode of study

Full-time

Enrollment Year 2026

* The work program of the course (module) is adapted for inclusive education of disabled people and people with disabilities

Chelyabinsk, 2026



Table of Contents

1. Goals of mastering the course
2. Place of the course in the structure of the educational program
3. Competencies of the student, formed as a result of mastering the course (module)
4. Scope of the course (module)
5. Structure and content of the course (module)
6. Fund of assessment means
 - 6.1 List of types of assessment tools
 - 6.2 Typical control tasks and other materials for current certification
 - 6.3. Typical control questions and assignments for interim certification
 - 6.4. Evaluation Criteria
7. Educational, methodical and informational support of the course (module)
 - 7.1 Recommended literature
 - 7.2 List of resources of information and telecommunication network “Internet”
 - 7.3. List of information technologies
8. Material and technical support of the course (module)
9. Methodical instructions for students to master the course (module)
10. Special conditions for mastering the course of students with disabilities and disabilities



1. GOALS OF MASTERING THE COURSE

The purpose of the course "Applications of Fractional Integro-Differential Calculus" is to study and apply the basic concepts and methods of fractional calculus for modeling and analyzing complex systems and processes in various fields of science and technology. The course is aimed at developing students' understanding of non-local effects and their modeling using fractional operators, as well as developing skills in using these tools to solve applied problems.

The goals of the course include:

- Familiarization with the basic concepts and definitions of fractional calculus: The study of various types of fractional derivatives and integrals (Riemann-Liouville, Caputo, Grunwald-Letnikov, etc.), their properties, relationships, as well as understanding the nonlocality of fractional operators.
- Study of methods for solving fractional differential and integro-differential equations: Mastering analytical and numerical methods, including Laplace transform, Fourier transform, perturbation methods, as well as methods based on the use of special functions.
- Formation of skills in constructing mathematical models using fractional operators: Development of the ability to formulate real processes and phenomena in the form of fractional differential or integro-differential equations, justifying the choice of fractional order, taking into account the nonlocality and memory of the system.
- The study of the use of fractional calculus for modeling processes in various fields: Consideration of examples of the use of fractional calculus in physics (viscoelasticity, anomalous diffusion, electromagnetism), mechanics (dynamics of deformable bodies), biology (modeling of biological systems), chemistry, finance and other fields where it is necessary to take into account non-local effects and memory.
- Developing the ability to analyze the stability, controllability, and observability of fractional dynamical systems: Studying methods for investigating the long-term behavior of solutions to fractional differential and integro-differential equations.
- Creating a holistic picture of modern mathematical methods and their applications in the field of fractional calculus: Forming an understanding of the relationship between fractional calculus, functional analysis and other mathematical tools.
- Developing skills of independent study of modern scientific literature: Preparing students for independent research of the latest achievements in the field of fractional calculus and its applications, as well as for participation in scientific projects.

The results of training in the course are aimed at achieving the following indicators:

PC-1.1 Demonstrates knowledge of the basic theoretical principles and methods in the field of scientific research

PC-1.2. Demonstrates the ability to collect and analyze information on the subject of ongoing research

PC-1.3. Has practical experience in establishing new facts and patterns in the field of scientific research

2. PLACE OF THE COURSE IN THE STRUCTURE OF THE EDUCATIONAL PROGRAM

Cycle (section) curriculum: P1.E.ED.02.02

2.1 Requirements for the student's pre-training:

To successfully master the discipline, knowledge of the disciplines "Mathematical Analysis", "Linear Algebra", "Differential equations", "Functional Analysis", "Complex Analysis" is required. And also

Fourier Transform of Vector-Valued Functions

Laplace Transform of Vector-Valued Functions

Linear Operators and Operator Functions

2.2 Courses and practices for which the development of this course (module) is necessary as a precursor:

Knowledge of this course can be useful for students' research work.

3. COMPETENCIES OF THE STUDENT, FORMED AS A RESULT OF MASTERING THE COURSE (MODULE)



PC-1: Able to carry out research work in the field of differential equations

Know:

the main theoretical principles and methods of fractional integro-differential calculus necessary for solving applied problems.

Be able to:

to collect, analyze and critically evaluate information on the subject of fractional integro-differential calculus and its application in various fields of science and technology.

Possess:

skills in applying fractional integro-differential calculus to construct, research, and analyze mathematical models describing dynamical systems, processes, and phenomena in various fields, as well as to establish new facts and patterns.

As a result of mastering the course, the student must

3.1	Know:
3.1.1	the main theoretical principles and methods of fractional integro-differential calculus necessary for solving applied problems.
3.2	Be able to:
3.2.1	to collect, analyze and critically evaluate information on the subject of fractional integro-differential calculus and its application in various fields of science and technology.
3.3	Possess:
3.3.1	skills in applying fractional integro-differential calculus to construct, research, and analyze mathematical models describing dynamical systems, processes, and phenomena in various fields, as well as to establish new facts and patterns.

4. SCOPE OF THE COURSE (MODULE)

Total labor intensity	2 Credits
Curriculum hours: 72 including: classroom training: 34 independent work: 37,8 contact work: 34,2 OCW: 30,2	Types of control in semesters: Credits 3

5. STRUCTURE AND CONTENT OF THE COURSE (MODULE)

Class code	Name of sections and topics /type of lesson/	Semester / Course	Hours	Literature
	Section 1. Application of fractional calculus elements			
1.1	Linear mathematical models of viscoelastic bodies based on fractional derivatives /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.2	Reduction of the defining Rabonov equation to the R.L. Torvik-P.J. Torvik model of a viscoelastic body /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.3	Application to the Fourier diffusion equation /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.4	Application to second-order hyperbolic-parabolic equations with an uncharacteristic line of type change/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.5	Application to the Euler-Darbu-Poisson equation and the parabolic degenerate hyperbolic equation /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3



1.6	Application to a second-order hyperbolic-parabolic equation with a characteristic line of type change /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.7	Application to the Tricomi problem for an equation of mixed elliptic-hyperbolic type /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.8	Application to continuous memory environments /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.9	The transport equation in media with fractal geometry /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.10	Application to the problem of regulation of the Darbu problem /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.11	Samarsky's problem in a modified formulation for the nonlocal diffusion equation /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.12	A mixed problem for a homogeneous nonlocal wave equation /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.13	A mixed problem for an inhomogeneous nonlocal wave equation/Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.14	Mathematical model of the transformation process of temperature and humidity fields in the surface layer of the atmosphere / Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.15	Application to equations of state of matter /Pr/	3	4	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.16	Population growth equations /Pr/	3	2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
1.17	Doing homework, preparing for exams. Preparation for the credit. /IndW/	3	37,8	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3
Section 2. Other contact work				
2.1	Individual consultations, ongoing monitoring /OCW/	3	0,2	L1.1 L1.2 L1.3 L2.1 L2.2 W1 W2 W3

6. FUND OF ASSESSMENT MEANS

6.1. List of types of assessment tools

1. Report
2. Questions for credit

6.2. Typical control tasks and other materials for current certification

Topics of the reports:

1. Linear mathematical models of viscoelastic bodies based on fractional derivatives
2. Reduction of the defining Rabonov equation to the R.L. Torvik-P.J. Torvik model of a viscoelastic body
3. Application of the Fourier diffusion equation
4. Application to second-order hyperbolic-parabolic equations with an uncharacteristic line of type change
5. Application to the Euler-Darboux-Poisson equation and the parabolic degenerate hyperbolic equation
6. Application to a second-order hyperbolic-parabolic equation with a characteristic line of type change
7. Application to the Tricomi problem for an equation of mixed elliptic-hyperbolic type



8. Application to continuous media with memory
9. The transport equation in media with fractal geometry
10. Application of the Darboux problem to the problem of regulation
11. Samarsky's problem in a modified formulation for the nonlocal diffusion equation
12. A mixed problem for a homogeneous nonlocal wave equation
13. A mixed problem for a homogeneous nonlocal wave equation
14. Mathematical model of the transformation process of temperature and humidity fields in the surface layer of the atmosphere
15. Population growth equations

6.3. Typical control questions and assignments for interim certification

Questions for the credit:

1. Linear mathematical models of viscoelastic bodies based on fractional derivatives
2. Reduction of the defining Rabonov equation to the R.L. Torvik-P.J. Torvik model of a viscoelastic body
3. Application of the Fourier diffusion equation
4. Application to second-order hyperbolic-parabolic equations with an uncharacteristic line of type change
5. Application to the Euler-Darboux-Poisson equation and the parabolic degenerate hyperbolic equation
6. Application to a second-order hyperbolic-parabolic equation with a characteristic line of type change
7. Application to the Tricomi problem for an equation of mixed elliptic-hyperbolic type
8. Application to continuous media with memory
9. The transport equation in media with fractal geometry
10. Application of the Darboux problem to the problem of regulation
11. Samarsky's problem in a modified formulation for the nonlocal diffusion equation
12. A mixed problem for a homogeneous nonlocal wave equation
13. A mixed problem for a homogeneous nonlocal wave equation
14. Mathematical model of the transformation process of temperature and humidity fields in the surface layer of the atmosphere
15. Population growth equations

6.4. Evaluation criteria

Scoring criterion:

The duration of the credit is 90 minutes. The student can receive from 1 to 3 points for each completed task of the ticket. If the task is performed correctly, it is evaluated with 3 points. If the task is performed with mistakes, the points are reduced depending on the number of mistakes made. If one mistake is made, the building is evaluated with 2 points, if two mistakes are made, the building is evaluated with 1 point. If more than two mistakes are made in a task or the student has not completed any task from the ticket, he/she receives 0 points for it. The maximum number of points for credit is 6.

When summarizing the results, the results of current attestation are taken into account. The points received for the current certification are summarized with the points received for each stage during the intermediate certification:

A grade of “fail” is awarded for 19 or fewer points;

A grade of “pass” is awarded for 20 or more points:

20-26 points (level 1);

27-30 points (level 2);

31-36 points (level 3).

Description of indicators and criteria for assessing competencies for the report:

There are 3 reports in the semester. 15-20 minutes are allocated for the report at the end of the pair (each pair 1 report). Each student prepares a report on one of the proposed topics. The maximum number of points for the reports is 30.

The grade “pass” is given for 20-30 points, “fail” - less than 20 points.

The completeness of the report is evaluated by the following criteria:

1. Completeness of presentation of theoretical material
2. Sufficient number of examples to the theoretical material
3. Examples are given for definitions and theorems
4. Counterexamples are given to show under what conditions the theorems do not apply.

7. EDUCATIONAL, METHODOLOGICAL AND INFORMATIONAL SUPPORT OF THE COURSE (MODULE)

7.1. Recommended literature

7.1.1. Basic literature



Work program of the course (module) “Applications of Fractional Integro-Differential Calculus” in the scientific specialty 01.04.01 “Mathematics” direction “Fractional Differential Equations” FSBEI HE “CSU”

pp. 7

	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L1.1	Minostsev V. B., Berkov N. A., Zubkov V. G.	Differential equations. Equations of mathematical physics. Optimization theory (https://e.lanbook.com/book/211358)	Saint Petersburg : Lan, 2022	ELS
L1.2	A Zhibera. V., R Murtazi. D., Khabibullin. T., A Shab. B.	Equations of mathematical physics. Nonlinear integrable equations: a textbook for universities (https://urait.ru/bcode/538452)	Moscow : Urait, 2024	ELS
L1.3	Yemelyanov V. M., Rybakina E. A.	Equations of mathematical physics. Problem Solving Workshop: a textbook for universities (https://e.lanbook.com/book/390614)	Saint Petersburg : Lan, 2024	ELS

7.1.2. Further reading

	Authors, compilers	Title	Publisher, year	Resource
L2.1	Nakhushev A.M.	Fractional calculus and application	Moscow : Fizmatlit, 2003	
L2.2	Sabitov K. B.	Equations of mathematical physics: textbook (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275562)	Moscow : Fizmatlit, 2013	ELS

7.2. List of resources of the information and telecommunication network “Internet”

W1	eLIBRARY.RU [Electronic resource] : electronic library / Scientific Electronic Library - URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp
W2	Russian Foundation for Basic Research (RFBR) - official website http://www.rfbr.ru/rffi/ru
W3	Scientific electronic library. Monographs published in the publishing house of the Russian Academy of Natural Sciences full-text resource of scientific and educational publications RAE https://www.monographies.ru/

7.3 List of information technologies

7.3.1 Software

LMS Moodle

Adobe Reader

7.3.2 Professional databases and reference systems

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : multidisciplinary abstract database / Thomson Reuters Company. - Access mode: for registered users of CSU. - Text : electronic.

2. SpringerLink International Abstract Database of Scientific Publications (<https://www.springer.com>)

8. MATERIAL AND TECHNICAL SUPPORT OF THE COURSE (MODULE)

For the realization of the course are used classrooms for seminars, group and individual consultations, current control and interim certification, as well as rooms for independent work.

The classrooms are equipped with specialized furniture and technical means of education: blackboard, desks, multimedia and audio equipment.

For seminars, classrooms equipped with a blackboard, desks, portable multimedia and audio equipment (if necessary) are used.

The rooms for independent work of students are equipped with computer equipment with Internet connection and access to the electronic information and educational environment of the University.

9. METHODOICAL INSTRUCTIONS FOR STUDENTS TO MASTER THE COURSE (MODULE)

Seminar (practical) classes and independent work of the student are used in the study of this course. At practical classes the main content of the program topics is presented, the main methods and approaches are considered.

For the most effective study of the course the student is recommended:

- attend classes, briefly and thoughtfully outline the material, indicating the date of the class and the topic;
- independently study the material both after each lesson and at the end of the topic, which allows you to link the information received and make a complete picture.



In the case of application of e-learning, distance learning technologies in teaching the course, communication between students and teacher is carried out in real time (online lectures (webinars), chats, video conferences, etc.) or delayed time (distance learning system Moodle, forums, e-mail, etc.).

Most of the time students work independently with teaching and learning materials. Students have the opportunity to consult with the instructor on all issues arising in the course of independent work through e-mail, social networks, etc.

Access of the student to learning resources in the mode of deferred time, independent work is carried out through the Internet at a convenient place, time and pace.

When training persons with disabilities, e-learning, distance education technologies provide for the possibility of receiving and transmitting information in accessible forms.

Implementation of the course with the use of e-learning, distance education technologies (hereinafter - EE, DOT) is carried out on the basis of the "Regulations on the implementation of basic and additional educational programs with the use of e-learning and distance education technologies in the federal state budgetary educational institution of higher education 'Chelyabinsk State University', "Regulations on the procedure for crediting students on basic professional educational programs of higher education In exceptional cases (force majeure, etc.) in the implementation of educational activities with the use of E-Learning, DOT may apply components that are not included in the list of electronic information and educational environment.

10. SPECIAL CONDITIONS FOR MASTERING THE COURSE OF STUDENTS WITH DISABILITIES AND DISABILITIES

The mastering of the course by disabled persons and persons with disabilities is carried out with the use of special technical means and holo-information technologies provided by the Resource Educational and Methodological Center for Education of Disabled Persons and Persons with Disabilities of CSU at the request of the student.

1. Mobile special technical means for persons with visual impairments: portable computer with Braille input/output with speech synthesizer "ElBraille-W14J G2"; laptops with NVDA screen access software; electronic magnifiers for remote viewing; portable video magnifiers; tiflo player; digital dictaphones.

2. Mobile special technical means for persons with hearing impairments: free sound field system with built-in compatibility with FM devices; radio class "Sonet-RSM" with transmitter, behind-the-ear inductor and induction loop; information system for the hearing impaired portable "Istok" A2 with built-in player - sound informer; document camera; programmable hearing aids for individual use.

3. assistive information technologies: screen access software with speech synthesis NVDA; screen magnification programs; speech synthesis programs for computers and laptops; speech synthesis programs for mobile devices; on-screen keyboard; screen magnifier. If necessary, special software (NVDA speech navigation program, speech synthesizers, screen magnifiers) is installed at workplaces for practical or laboratory classes for students with visual impairments.

Unimpeded access to classrooms is provided for students with disabilities and students with disabilities. In each classroom, where students with disabilities and persons with disabilities, provides an appropriate number of seats for students, taking into account their health problems.

To master the course, disabled people and persons with disabilities are provided with access to printed sources available in the CSU scientific library, with the help of special technical means; access to electronic sources, presented in the form of electronic documents in the collection of the CSU scientific library or electronic library systems, with the help of special hardware and software (workstation for blind users with screen access software with speech synthesis NVDA, workstation with computerized

Educational and methodical materials for students with disabilities and persons with disabilities are provided in forms adapted to the limitations of their health and perception of information:

For persons with visual impairments:

- in printed form in enlarged font,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file,
- in printed form in Braille.

For persons with hearing impairments:

- in printed form,
- in the form of an electronic document.

For persons with mobility impairments:

- In printed form,
- in the form of an electronic document,
- in the form of an audio file.



This list can be specified depending on the contingent of students.

For persons with disabilities and persons with disabilities mastering the course can be partially or fully implemented using distance education technologies (Moodle, Adobe Connect Pro, etc.).

In the mastering of the course by disabled people and persons with disabilities is used individual work. Individual work means two forms of interaction with the teacher: individual training work (consultations), i.e. additional explanation of the educational material and in-depth study of the material with those students who are interested in it, and individual educational work. Individual consultations are aimed at individualizing learning and establishing educational contact between the teacher and a disabled student or a student with disabilities.

When conducting the procedure for assessing the learning outcomes of disabled people and persons with disabilities in the course provides the following additional requirements depending on the individual characteristics of students:

- a) instruction on the order of the assessment procedure is provided in an accessible form (orally, in written form, in written form in Braille, orally with the use of sign language interpreter);
- b) accessible form of providing assessment tasks (in printed form, in printed form in enlarged font, in printed form in Braille, in the form of an electronic document, tasks are read out by an assistant, tasks are provided with the use of sign language interpreter);
- c) an accessible form of providing answers to tasks (in writing on paper, typing answers on a computer, in writing in Braille, using the services of an assistant, orally).

When conducting the procedure for evaluating the learning outcomes of persons with disabilities and persons with disabilities, the use of technical means necessary for them due to their individual characteristics is envisaged. These means may be provided by CSU or the university's own technical means may be used. If necessary, persons with disabilities and persons with disabilities are given additional time to prepare an answer to the tasks, the procedure of assessment of learning outcomes in the course can be conducted in several stages.

The procedure of assessment of learning outcomes for persons with disabilities and persons with disabilities is allowed using distance learning technologies.

