

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 18.03.2025 14:53:17 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Комплексный анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	---	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Комплексный анализ

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Прикладная математика и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2024

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2023 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина предназначена для: освоения студентами основных приемов комплексного анализа: дифференцирования, интегрирования, построения и исследования отображений, изучения вопросов сходимости; ознакомления с междисциплинарными взаимосвязями и применением методов комплексного анализа для решения прикладных задач; получения базовых навыков решения доказательных задач. Задачи дисциплины: ознакомить студентов с основными понятиями комплексного анализа, со сходством и отличиями этих понятий от аналогов в классическом анализе; выработать навыки работы с функциями комплексного переменного; научить методам контурного интегрирования и их применениям, ознакомить с ролью комплексного анализа в операционном исчислении.
Краткое содержание дисциплины:
Понятие комплексного числа; действия с комплексными числами.
Последовательности и ряды комплексных чисел, вопросы сходимости. Функции комплексного переменного: элементарные функции, пределы, непрерывность.
Дифференцируемые функции комплексного переменного: аспекты дифференцируемости, условия Коши-Римана, вычисление производной.
Аналитическое продолжение; вопрос многозначности. Особые точки функции, ряды Тейлора и Лорана, сходимость, вычеты. Контурное интегрирование, применение к определённым интегралам. Элементы операционного исчисления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:	Б1.О.15
2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Геометрия:	
Знает: основные геометрические объекты, их свойства, геометрические методы анализа и решения прикладных задач	
Умеет: применять геометрические методы для анализа и решения прикладных задач	
Имеет практический опыт: использования разных систем координат и их баз с целью оптимизации решения как задач фундаментальной математики, так и прикладных задач	
Алгебра:	
Знает: теоретические и практические основы алгебры	
Умеет: использовать различные алгебраические объекты и структуры в задачах профессиональной деятельности	
Математический анализ:	
Знает: основные правила планирования времени при самоорганизации внеаудиторной самостоятельной работы, предусмотренной рабочей программой учебной дисциплины, базовые понятия математического анализа, применяемые в математических науках, прикладной математике и информатике	
Умеет: применять классические методы математического анализа в решении задач прикладной математики и информатики	
Математический анализ	
Алгебра	
Геометрия	
2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Функциональный анализ	
Вариационное исчисление и оптимальное управление	



3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	основные положения теории функции комплексной переменной
3.2	Уметь:
3.2.1	создавать алгоритмы решения прикладных задач над полем комплексных чисел
3.3	Владеть:

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 72 в том числе : аудиторные занятия : 32 самостоятельная работа : 35,75 : контактная работа: 36,25 ИКР: 4,25	Виды контроля в семестрах: зачеты 4

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Комплексная переменная и функции комплексной переменной.			
1.1	Комплексные числа и действия над комплексными числами. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
1.2	Предел последовательности комплексных чисел. Понятие функции комплексной переменной. Непрерывность. Дифференцирование функции комплексной переменной. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
1.3	Интеграл по комплексной переменной. Интеграл Коши. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
1.4	Комплексные числа и действия над комплексными числами. Дифференцирование функции комплексной переменной. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
	Раздел 2. Ряды аналитических функций.			
2.1	Равномерно сходящиеся ряды функций комплексной переменной. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
2.2	Интеграл по комплексной переменной. Интеграл Коши. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
	Раздел 3. Аналитическое продолжение. Элементарные функции комплексной переменной.			
3.1	Элементарные функции комплексной переменной. Продолжение с действительной оси. Аналитическое продолжение. Понятие римановой поверхности. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
3.2	Степенные ряды. Ряд Тейлора. Элементарные функции комплексной переменной. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1



Рабочая программа дисциплины "Комплексный анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
3.3	Контрольная работа №1. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
Раздел 4. Ряд Лорана и изолированные особые точки.				
4.1	Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначной аналитической функции. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
4.2	Ряд Лорана. Изолированные особые точки однозначной аналитической функции. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
Раздел 5. Теория вычетов и их приложения.				
5.1	Вычет аналитической функции в изолированной особой точке. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
5.2	Нахождение вычетов аналитической функции в изолированной особой точке. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
Раздел 6. Преобразования Лапласа и другие приложения.				
6.1	Преобразования Лапласа: основные понятия и свойства. Преобразования Фурье. Решение дифференциальных уравнений с помощью преобразований Лапласа. /Лек/	4	2	Л1.3Л2.2 Э1
6.2	Преобразования Лапласа и Фурье: примеры вычислений. Решение дифференциальных уравнений с помощью преобразований Лапласа. /Пр/	4	2	Л1.3Л2.2 Э1
6.3	Контрольная работа №2. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
Раздел 7. Самостоятельная работа студента				
7.1	Подготовка к зачёту /Ср/	4	9,75	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
7.2	Подготовка к контрольным работам /Ср/	4	26	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1
Раздел 8. Иная контактная работа				
8.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	4	4,25	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э1

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

(Текущий контроль) КМ-1. Домашняя работа №1 «Введение в теорию функций комплексного переменного».
(Текущий контроль) КМ-2. Контрольная работа №1 «Введение в теорию функций комплексного переменного».
(Текущий контроль) КМ-3. Домашняя работа №2 «Интегрирование на комплексной плоскости и основы операционного исчисления».
(Текущий контроль) КМ-4. Контрольная работа №2 «Интегрирование на комплексной плоскости и основы операционного исчисления».
(Промежуточная аттестация) КМ-5. Зачёт.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Типовые контрольные задания для текущей аттестации находятся в приложении.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания для промежуточной аттестации находятся в приложении.

6.4. Критерии оценивания

Оценка за дисциплину формируется на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия



текущего контроля. Зачтено: Величина рейтинга обучающегося по дисциплине 60 и выше. Не зачтено: Величина рейтинга обучающегося по дисциплине 0...59.

Текущий контроль:

(КМ-1) Первая домашняя работа основана на разделах 1-3 дисциплины и имеет две цели: набор баллов для рейтинга; подготовка к контрольной работе № 1.

Количество задач: 7

Каждая задача оценивается из расчёта максимум 3 балла.

Максимальный балл: 21

(КМ-2) Контрольная работа №1 проводится в аудитории в рамках часов, отведённых на практические занятия.

Продолжительность КР №1: 2 академических часа.

Количество задач: 3

Каждая задача оценивается из расчёта максимум 3 балла.

Максимальный балл: 10 (* 1 балл начисляется автоматически за участие в КМ-2 как поощрительный бонус.)

(КМ-3) Вторая домашняя работа основана на разделах 4-6 дисциплины и имеет две цели: набор баллов для рейтинга; подготовка к контрольной работе № 2.

Количество задач: 7

Каждая задача оценивается из расчёта максимум 3 балла.

Максимальный балл: 21

(КМ-4) Контрольная работа №2 проводится в аудитории в рамках часов, отведённых на практические занятия.

Продолжительность КР №2: 2 академических часа.

Количество задач: 3

Каждая задача оценивается из расчёта максимум 3 балла.

Максимальный балл: 10 (* 1 балл начисляется автоматически за участие в КМ-4 как поощрительный бонус.)

Критерии оценивания задач КМ-1,2,3,4:

3 балла – задача решена верно, ответ верный, возможны небольшие недочёты в решении;

2,5 балла – в целом верное решение и - либо ошибка в ответе, либо арифметическая ошибка в решении, не повлиявшая на результат кардинально;

2 балла – общий ход решения верен, но пропущен или неправильно сделан один из равнозначных шагов, если этих шагов больше двух;

1,5 балла – идея решения верна, но либо не доведена до результата, либо допущено больше одной ошибки, либо пропущен или неправильно сделан ключевой шаг;

1 балл – решения в целом нет, но присутствует правильная уместная для данной задачи идея;

0,5 баллов – присутствует лишь незначительный верный фрагмент решения;

0 баллов – решения нет даже частично.

По итогу выполнения мероприятий текущего контроля выставляется общий балл, по формуле $(B1+B3)+2*(B2+B4)$, где $B1, B2, B3, B4$ - баллы за КМ-1, КМ-2, КМ-3, КМ-4, соответственно.

Промежуточная аттестация:

(КМ-5) Зачёт. Если студент не согласен с оценкой, полученной по результатам текущего контроля, студент проходит мероприятие промежуточной аттестации (зачёт) в форме ответа на билет.

Студент выбирает случайный билет, содержащий два теоретических вопроса и одну задачу. Студенту предоставляется не более 60 минут на подготовку ответа. По истечении этого времени студент отвечает экзаменатору вопросы билета и объясняет, как решается задача. Фиксация результата происходит в день зачёта при личном присутствии студента.

Критерии оценивания каждого теоретического вопроса:

Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос — 5 баллов.

5 баллов - Обучающийся отлично знает материал, приводит точные и полные доказательства. Обучающийся практически не допускает ошибок.

4 балла - Обучающийся хорошо знает материал. Однако, обучающийся допускает незначительные ошибки и неточности при доказательстве теорем.

3 балла - Обучающийся знаком с материалом, знает определения и формулировки теорем. Обучающийся допускает грубые фактические ошибки, при доказательстве теорем, либо не доводит доказательство до конца.

0-2 балла – Обучающийся



(а) не знает основных положений вопроса,
(б) не ориентируется в основных понятиях,
(в) излагает материал с трудом,
(г) с грубыми фактическими ошибками, либо
(д) отказывается от ответов на вопросы.
Более точно, 2 балла ставятся при соблюдении 1 - 2 условий (а-д); 1 балл – при соблюдении 3 - 4 условий (а-д); 0 баллов – при соблюдении всех 5 условий (а-д).

Критерий оценивания задачи:

Максимальный балл за решение задачи — 5 баллов.

5 баллов - Задание выполнено верно.

4 балла - Задание выполнено с незначительными ошибками.

3 балла - Ход решения верный, но решение содержит одну грубую ошибку, либо задание выполнено не менее, чем на 60 процентов.

0-2 балла - Задание не выполнено, допущены грубые ошибки.

Максимальный балл за зачёт: 15.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Евграфов М. А.	Аналитические функции (https://e.lanbook.com/book/210101)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л1.2	Петрушко И. М., Елисеев А. Г., Качалов В. И., Кудин С. Ф.	Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной (https://e.lanbook.com/book/210425)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л1.3	Ганичева А. В.	Основы теории функции комплексной переменной. Операционное исчисление: учебное пособие для вузов (https://e.lanbook.com/book/353696)	Санкт- Петербург : Лань, 2023	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Привалов И. И.	Введение в теорию функций комплексного переменного (https://e.lanbook.com/book/193364)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л2.2	Пантелеев А. В., Якимова А. С.	Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах (https://e.lanbook.com/book/212138)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1 | Электронно-библиотечная система издательства Лань <https://e.lanbook.com/book/>

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

Smath studio

LibreOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .

2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru> – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/> – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.



8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента. На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач дискретной математики.

Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах. Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применяться компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и ассистивных информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EiBraille-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеоувеличители портативные; тифлоплеер;



цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной пеглей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

а)) доступная форма предоставления инструкции по порядку проведения процедуры оценивания (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);

б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);

в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Комплексный анализ" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 10

особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Домашняя работа №1.

Список задач.

1. Определить и изобразить на комплексной плоскости \mathbb{C} множества чисел, заданные условиями:

- (1) $|z - 1 - i| = 1$; (2) $1 < |2z - 6| < 2$; (3) $|z - 1|^2 + |z + 1|^2 < 8$;
 (4) $|z - 1| + |z + 1| \leq 2$; (5) $|z - 1| < |z|$; (6) $0 < \operatorname{Im} z < \pi$;
 (7) $-\pi < \operatorname{Re} z < \pi$; (8) $|\operatorname{Re} z| < |z|$; (9) $\operatorname{Re}(iz + 2) > 0$;
 (10) $|z - i|^2 + |z + i|^2 < 2$.

2. Выразить все значения следующих выражений в числовой и тригонометрической форме и изобразить на \mathbb{C} :

- (1) \sqrt{i} ; (2) $\sqrt[4]{-1}$; (3) $(-8)^{1/3}$; (4) $(1 + i)^8$;
 (5) $\sqrt{i - 1}$; (6) $\sqrt[4]{i}$; (7) $(3 - 4i)^{1/8}$; (8) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{25}$.

3. Изобразить на плоскости \mathbb{C} каждое из следующих множеств и их образы при отображении функцией $w = e^z$. Изобразить также образы горизонтальных и вертикальных прямых:

- (1) Вертикальная полоса $0 < \operatorname{Re} z < 1$; (4) Круг (диск) $|z| \leq \pi/2$;
 (2) Горизонтальная полоса $5\pi/3 < \operatorname{Im} z < 8\pi/3$; (5) Диск $|z| \leq \pi$;
 (3) Прямоугольник $0 < x < 1, 0 < y < \pi/4$; (6) Диск $|z| \leq 3\pi/2$.

4. Найти и изобразить на \mathbb{C} значения $\ln z$ для следующих комплексных значений z . Указать главное значение, $\operatorname{Ln} z$:

- (1) 2; (2) i ; (3) $1 + i$; (4) $(1 + i\sqrt{3})/2$.

5. Изобразить на плоскости \mathbb{C} образ каждого из следующих множеств при отображении $w = \operatorname{Ln} z$:

- (1) Правая полуплоскость $\operatorname{Re} z > 0$; (4) Кольцо с прорезью $\sqrt{e} < |z| < e^2, z \notin (-e^2, \sqrt{e})$.
 (2) Правый единичный полукруг $|z| < 1, \operatorname{Re} z > 0$; (5) Горизонтальная прямая $y = e$;
 (3) Единичная окружность $|z| = 1$; (6) Вертикальная прямая $x = e$.

6. Найти производные следующих функций:

- (1) $z^2 - 1$; (*) (2) $z^n, n \in \mathbb{N}$; (*) (3) $(z^2 - 1)^n$;
 (4) $1/(1 - z)$; (*) (5) $1/(z^2 + 3)$; (6) $z/(z^3 - 5)$;
 (7) $(az + b)/(cz + d)$; (8) $1/(cz + d)^2$.

(*) Данные производные должны быть найдены из определения $f'(z)$ (а не из свойств).

7. Разложить следующие функции в ряд Тейлора в точке $z_0 = 0$. В каждом случае найти радиус сходимости полученного ряда:

(1) $\sin z^2$;

(3) $\cos^2 z$ (двумя способами);

(2) e^{3z} ;

(4) $\cos(z - 2)$ (двумя способами).

8. Разложить следующие функции в ряд Тейлора в точке $z_0 = 0$, используя разложение функции $g(z) = \frac{1}{1-z}$. В каждом случае найти радиус сходимости полученного ряда:

(1) $\frac{1}{1+z}$;

(4) $\frac{1}{z-4}$;

(2) $\frac{1}{1-z^2}$;

(5) $\text{Ln}(z-1)$;

(3) $\frac{1}{1+z^2}$;

(6) $\text{arctg } z$.

9. Пусть γ – это граница треугольника $\{0 < y < 1-x, 0 < x < 1\}$, ориентированная положительно (т.е. против ч.с.). Вычислить следующие интегралы:

(a) $\int_{\gamma} \text{Re } z \, dz$;

(б) $\int_{\gamma} \text{Im } z \, dz$;

(в) $\int_{\gamma} z \, dz$.

10. Используя интегральную формулу Коши, вычислить следующие интегралы:

(1) $\oint_{|z|=2} \frac{z^n}{z-1} dz, n \geq 0$;

(2) $\oint_{|z|=1} \frac{z^n}{z-2} dz, n \geq 0$;

(3) $\oint_{|z|=1} \frac{\sin z}{z} dz$;

(4) $\oint_{|z|=1} \frac{\cosh z}{z^3} dz$;

(5) $\oint_{|z|=1} \frac{e^z}{z^m} dz, -\infty < m < \infty$;

(6) $\oint_{|z-1-i|=5/4} \frac{\text{Ln } z}{(z-1)^2} dz$;

(7) $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2(z^2-4)e^z}$;

(8) $\oint_{|z-1|=3} \frac{dz}{z(z^2-4)e^z}$.

11. (1) Показать, что $|z| \leq |\text{Re } z| + |\text{Im } z|$.

(2) Изобразить на \mathbb{C} множество точек, где данное неравенство обращается в равенство.

(3) Показать, что уравнение $|z|^2 - 2\text{Re}(\bar{a}z) + |a|^2 = r^2$ образует на \mathbb{C} окружность с центром в a и радиусом r .

12. (1) Доказать: $|\text{Re } z| \leq |z|$ и $|\text{Im } z| \leq |z|$.

(2) Доказать: $|z+w|^2 = |z|^2 + |w|^2 + 2\text{Re}(z\bar{w})$.

(3) Используя (2), доказать неравенство треугольника: $|z+w| \leq |z| + |w|$.

13. Пусть $a, z \in \mathbb{C}$ и $|z| = 1$. Доказать: $\frac{|z-a|}{|1-\bar{a}z|} = 1$, если $1 - \bar{a}z \neq 0$.

14. Показать, что $u = \sin x \sinh y$ и $v = \cos x \cosh y$ удовлетворяют условиям Коши-Римана.
Как можно восстановить формулу $f(z)$, если $f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$?
15. Показать, что если f аналитична в области D , и $f' \equiv 0$ в D , то $f \equiv \text{const}$ в D .
16. Показать, что если f и \bar{f} аналитичны в области D , то $f \equiv \text{const}$ в D .
17. Показать, что если f аналитична в области D и является в D вещественнозначной (т.е. принимает только действительные значения), то $f \equiv \text{const}$ в D .
18. Показать, что если f аналитична в области D и $|f| \equiv \text{const}$ в D , то $f \equiv \text{const}$ в D .
(Указание: записать $\bar{f} = \frac{|f|^2}{f}$).

Контрольная работа №1.

Вариант №1.

1. Выразить все значения следующего выражения в числовой и тригонометрической форме и изобразить на \mathbb{C} :

$$\sqrt[4]{-1}.$$

2. Пусть $f(z) = |z|^2$.

(а) В каких точках существует производная $\frac{df}{dz}$?

(б) В точках, где производная существует, вычислить $\frac{df}{dz}$.

3. Разложить следующую функцию в ряд Тейлора в точке $z_0 = 0$:

$$\frac{1}{4 + z^2};$$

Найти область сходимости полученного ряда.

Вариант №2.

1. Определить и изобразить на комплексной плоскости \mathbb{C} множества чисел, заданные условиями:

$$|z - 1| + |z + 1| \leq 2.$$

2. Пусть $f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$, где $x, y \in \mathbb{R}$, и

$$\begin{cases} u(x, y) = x^2 - y^2 - 4x - 3 \\ v(x, y) = 2xy - 4y \end{cases}.$$

(1) Убедиться, что f дифференцируема на всей комплексной плоскости \mathbb{C} .

(2) Найти $\frac{df}{dz}$.

(3) Восстановить формулу $f(z)$ как функцию от z .

3. Используя интегральную формулу Коши, вычислить интеграл:

$$\oint_{|z-2|=2} \frac{z^2 dz}{z^2 - 4}$$

(контур интегрирования обходится по часовой стрелке).

Вариант №3.

1. Выразить все значения следующих выражений в числовой и тригонометрической форме и изобразить на \mathbb{C} :

$$(i\sqrt{3} - 1)^{1/4}.$$

2. Предположим, что $f(z) = f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$, где $x, y \in \mathbb{R}$, и

$$\begin{cases} u(x, y) = \sin x \cdot \sinh y \\ v(x, y) = \cos x \cdot \cosh y \end{cases}$$

(1) Показать, что u и v удовлетворяют условиям Коши-Римана.

(2) Найти производную $\frac{df}{dz}$.

(3) Как можно восстановить формулу $f(z)$?

(Указание: разложите функцию $g(z) = -i \sin z$ на действительную и мнимую части).

3. Разложить следующую функцию в ряд Тейлора в точке $z_0 = 0$:

$$\text{Ln}(z - 1).$$

Найти радиус сходимости полученного ряда.

Вариант №4.

1. Определить и изобразить на комплексной плоскости \mathbb{C} множества чисел, заданные условиями:

$$|z - 1|^2 + |z + 1|^2 < 8.$$

2. Разложить следующую функцию в ряд Тейлора в точке $z_0 = 0$:

$$z^2 - \cos^2 z.$$

Найти область сходимости полученного ряда.

3. Используя интегральную формулу Коши, вычислить следующий интеграл:

$$\oint_{|z+2i|=1} \frac{dz}{z(z^2 + 4)e^z}.$$

Билеты к зачёту по курсу «Комплексный анализ».**Билет №1.**

Каждый вопрос билета оценивается в 5 баллов.

1. Корень n -й степени из комплексного числа.
2. Сформулировать теорему Коши для треугольных областей.
3. Разложить в ряд Лорана функцию

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - z}$$

в области $D = \{0 < |z| < 1\}$ и $D_2 = \{|z| > 1\}$.

Билет №2.

Каждый вопрос билета оценивается в 5 баллов.

1. Логарифмическая функция.
2. Записать формулу вычисления вычета для кратного полюса.
3. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cosh z}{z^3} dz.$$

