

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 16.05.2024 15:51:01 Уникальный программный ключ: 10.05.03 "Информационная безопасность автоматизированных систем" направленности (профилю) специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов" ФГБОУ ВО «ЧелГУ» 891954b8c2c17b6350cbe51cdda5096e877a1f5	МИНОВНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 10.05.03 "Информационная безопасность автоматизированных систем" направленности (профилю) специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	--	--------

## **Рабочая программа дисциплины (модуля)\***

### **Дифференциальные уравнения**

Направление подготовки (специальность)

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

Направленность (профиль)

специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов"

Присваиваемая квалификация (степень)

специалист по защите информации

Форма обучения

очная

Год набора 2024

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2024 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности)  
10.05.03 "Информационная безопасность автоматизированных систем" направленности (профилю)  
специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов" ФГБОУ ВО  
«ЧелГУ»

стр. 3

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель преподавания дисциплины «Дифференциальные уравнения» состоит в приобретении студентами теоретических знаний и практических умений и навыков по теории дифференциальных уравнений, использовании их для решения прикладных задач физики, механики, вариационного исчисления.

Индикаторы достижения компетенций:

ОПК-3.1. Обладает знаниями основных математических понятий и методов.

ОПК-3.2. Имеет практический опыт использования математических методов для решения задач профессиональной деятельности.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.04

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Алгебра

Математический анализ

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Теория вероятностей и математическая статистика

Теория надежности

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

Преддипломная практика

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-3: Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;**

#### Знать:

Для достижения индикатора ОПК-3.1: Знать основные математические понятия и методы.

#### Уметь:

Для достижения индикатора ОПК-3.2: Уметь использовать математические методы для решения задач профессиональной деятельности.

#### Владеть:

Для достижения индикатора ОПК-3.2: Владеть практическим опытом использования математических методов для решения задач профессиональной деятельности.

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

#### 3.1 Знать:

3.1.1 основные математические понятия и методы

#### 3.2 Уметь:

3.2.1 использовать математические методы для решения задач профессиональной деятельности

#### 3.3 Владеть:

3.3.1 практическим опытом использования математических методов для решения задач профессиональной деятельности



#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану: 72 в том числе: аудиторные занятия: 52 самостоятельная работа: 14,7 контактная работа: 57,3 ИКР: 5,3	Виды контроля в семестрах:  зачеты 4

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Кварт	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем.</b>			
1.1	Общие понятия /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.2	Некоторые элементарные методы интегрирования. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.3	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и сводящиеся к ним. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.4	Линейные уравнения 1-го по-рядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.5	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.6	Контрольная работа №1 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
1.7	Некоторые элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка. /Ср/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
	<b>Раздел 2. Линейные уравнения и системы.</b>			
2.1	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.2	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.3	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.4	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.5	Показательная функция матрицы. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.6	Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 10.05.03 "Информационная безопасность автоматизированных систем" направленности (профилю) специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
2.7	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.8	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Задача Коши. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.9	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай действительных корней. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.10	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай комплексных корней. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.11	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Метод вариации постоянных. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.12	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. /Пр/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.13	Контрольная работа №2 /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.14	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.15	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. /Ср/	4	0,7	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.16	Показательная функция матрицы. /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.17	Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. /Ср/	4	0,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
2.18	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Ср/	4	0,5	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 3. Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка.</b>				
3.1	Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка. /Лек/	4	3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
3.2	Теоремы о нулях решений линейных уравнений второго порядка. /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 4. Задача Коши.</b>				
4.1	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.2	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. /Лек/	4	3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.3	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
4.4	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши. /Ср/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



<b>Раздел 5. Непродолжаемые решения.</b>				
5.1	Непродолжаемые решения. /Лек/	4	3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
5.2	Непродолжаемые решения. /Ср/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 6. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства.</b>				
6.1	Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Фазовые пространства. Фазовые траектории. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
6.2	Фазовая плоскость линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
6.3	Консервативные системы с одной степенью свободы. /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
6.4	Первые интегралы. /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 7. Теория устойчивости.</b>				
7.1	Теория устойчивости. Основные понятия. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
7.2	Теория устойчивости. /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 8. Уравнения в частных производных первого порядка.</b>				
8.1	Уравнения с частными производными первого порядка. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
8.2	Уравнения с частными производными первого порядка. /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
<b>Раздел 9. Иная контактная работа</b>				
9.1	Индивидуальная консультация, текущий контроль /ИКР/	4	5,3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6



## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Домашняя контрольная работа  
Вопросы к зачету

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

см. приложение

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету:

1. Определения уравнения в полных дифференциалах и интегрирующего множителя. Теорема о решении уравнения в полных дифференциалах. Следств-вие. Теорема об интегрирующем множителе.
2. Определения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о решении линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Определения уравнения Бернулли. Метод решения уравнения Бернулли. Теорема существования и единственности решения однородного уравнения.
4. Определение уравнения с разделяющимися переменными. Теорема существования и единственности решения уравнения с разделяющимися переменными.
5. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной зависимости функций.
6. Определение линейно зависимых/независимых функций. Определитель Вронского. Теорема о линейной независимости функций.
7. Определение линейного однородного дифференциального уравнения n-ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
8. Определение линейного однородного дифференциального уравнения n-ой степени с постоянными коэффициентами. Определение фундаментальной системы решений. Характеристический многочлен. Лемма о смещении (формулировка). Лемма о кратных корнях (формулировка). Теорема об общем решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
9. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений и общее решение. Характеристический многочлен. Теорема об общем решении линейного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами в случае простых корней.
10. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Характеристический многочлен. Формула смещения. Лемма о кратных корнях. Общее решение линейного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных корней.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Теорема о виде частного решения в случае квазимногочленов.
12. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в случае простых корней.
13. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Теорема о виде решения в общем случае.
14. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
15. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
16. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с перемен-ными коэффициентами. Формула Лиувилля.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэф-фициентами. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с перемен-ными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
18. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Эквивалентность уравнения и системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.
19. Показательная функция матрицы. Ряд от матрицы.
20. Экспонента от матрицы. Свойства и способы ее нахождения.
21. Теорема о неколеблющемся решении. Теорема Штурма.
22. Теорема сравнения. Теорема Кнезера.
23. Теорема существования решения задачи Коши для одного уравнения.
24. Теорема о единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Неравенство Гронуолла.
25. Ломаные Эйлера. Метод последовательных приближений.



26. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
27. Непродолажаемые решения. Предложение о существовании непродолажаемого решения.
28. Предложение о выходе непродолажаемого решения за границу замкнутого ограниченного множества, следствие для автономной системы.
29. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.
30. Положение равновесия и замкнутые кривые. Три вида траекторий автономной системы.
31. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Невырожденный случай.
32. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Вырожденный случай.
33. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Существование нулевого собственного значения.
34. Устойчивость решения по Ляпунову. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
35. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.
36. Уравнения с частными производными первого порядка. Теорема об общем решении линейного уравнения.

#### 6.4. Критерии оценивания

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и обсуждения домашних заданий;
- промежуточный контроль осуществляется в форме проверочных контрольных работ;
- итоговый контроль осуществляется в форме письменного зачета в конце семестра.

Зачет проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются (с весами) баллы, полученные за контрольные работы (20 максимум за каждую контрольную работу), баллы, полученные на зачете (50 максимум). Веса могут быть определены следующим образом: для контрольных работ вес составляет 0,4, для зачета вес – 0,5.

Полученные студентами баллы суммируются и переводятся в 10-балльную шкалу, итоговая оценка выставляется по 10-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 3 баллов – «не зачтено»

От 4 до 10 баллов – «зачтено»

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 7.1. Рекомендуемая литература

##### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Трухан А. А., Огородникова Т. В.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие для вузов ( <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2020	ЭБС
Л1.2	Степучев В. Г.	Решение линейных дифференциальных уравнений ( <a href="https://e.lanbook.com/book/162377">https://e.lanbook.com/book/162377</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2021	ЭБС
Л1.3	Демидович Б. П., Моденов В. П.	Дифференциальные уравнения ( <a href="https://e.lanbook.com/book/195426">https://e.lanbook.com/book/195426</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л1.4	Бибиков Ю. Н.	Курс обыкновенных дифференциальных уравнений ( <a href="https://e.lanbook.com/book/210617">https://e.lanbook.com/book/210617</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2022	ЭБС



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности)  
10.05.03 "Информационная безопасность автоматизированных систем" направленности (профилю)  
специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов" ФГБОУ ВО  
«ЧелГУ»

стр. 9

### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Камке Э.	Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: справочник ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586</a> )	Москва : Наука, 1971	ЭБС
Л2.2	Арнольд В. И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов	Москва : Наука, 1984	
Л2.3	Филиппов А. Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям	Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2000	

### 7.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л3.1	Алеева С. Р., Измествьев И. В., Ухоботов В. И.	Избранные главы теории дифференциальных уравнений с приложением к теории дифференциальных игр ( <a href="http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007942/007942">http://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007942/007942</a> )	Челябинск : Издательство Челябинского государственного о университета, [б. г.]	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> .
Э2	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> .
Э3	Znaniy.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. – URL: <a href="http://znaniy.com/">http://znaniy.com/</a> .
Э4	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. — Москва, 1999 – . – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э5	Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общероссийский математический портал / Мате-матический ин-т им. В. А. Стеклова РАН. – Москва, [б. г.]. - URL: <a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>
Э6	Moodle [Электронный ресурс]: система управления обучением : [база данных] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [б.г.]. – Доступ из сети ЧелГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <a href="http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php">http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

MS Office365

LMS Moodle

Adobe Connect Acrobat

Adobe Reader

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .
2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru> – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>– Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные уравнения" по направлению подготовки (специальности)  
10.05.03 "Информационная безопасность автоматизированных систем" направленности (профилю)  
специализация N 4 "Безопасность автоматизированных систем критически важных объектов" ФГБОУ ВО  
«ЧелГУ»

стр. 10

#### 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

#### 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Изучение каждой темы следует начинать с проработки соответствующего теоретического материала в учебниках или использовать собственный конспект лекций данной дисциплины. Для усвоения теоретического материала также нужно разобрать предлагаемые в лекционном курсе примеры. Только затем следует закрепить разобранный материал изучаемой темы самостоятельным решением предлагаемых домашних заданий. Самостоятельная работа над задачами курса может, кроме основного источника, проводится, по другим задачникам. Не стоит пренебрегать и справочной литературой. Успешное написание промежуточных контрольных работ и теста возможно только при внимательном, всестороннем и качественном изучении тем практических занятий, предшествующих данной работе и объявленных преподавателем.

Необходимо тщательно и добросовестно изучить основную и дополнительную литературу, использовать электронные ресурсы. Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на лекционных и практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения итоговой аттестации по дисциплине.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, MS Office365, форумы, электронная почта и др.).

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

#### 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и ассистивных информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.

1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «E1Braille-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.

2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» A2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.

3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков; программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.



При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) доступная форма предоставления инструкции по порядку проведения процедуры оценивания (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

## 1.1. Типовые контрольные задания или иные материалы

Примеры задач для промежуточного контроля (Контрольные работы № 1-3)

### Контрольная работа № 1 Вариант 1

1.  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ ,  $y(1) = 1$ .
2.  $y' = 2 \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$ .
3.  $(x+y)y' = 1$ ,  $y(-1) = 0$ .
4.  $xy' + y = \ln x + 1$ .
5.  $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$ .
6.  $xyy' - x^2\sqrt{y^2+1} = (x+1)(y^2+1)$ .

### Контрольная работа № 1 Вариант 2

1.  $xy' = y \cos \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = 1$ .
2.  $4y' + \frac{y}{x} = \frac{e^{-x}}{xy^3}$ .
3.  $y' + y \cos x = \sin 2x$ .
4.  $2xyy' = 3\sqrt{x^6 - y^4} + 3y^2$ ,  $y(1) = 0$ .
5.  $dx + (e^y - x)dy = 0$ .
6.  $y' = \sqrt{100x + 2 + y} - 100$ .

### Контрольная работа № 1 Вариант 3

1.  $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}$ .
2.  $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$ ,  $y(1) = 0$ .
3.  $xy' + 2y = e^{-x^2}$ .
4.  $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$ .
5.  $\frac{y}{x}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0$ .
6.  $y^2dx + (xy - 1)dy = 0$ ,  $y\left(\frac{1}{e}\right) = e$ .

### Контрольная работа № 1 Вариант 4

1.  $xy' = y + x \cos \frac{y}{x}$ .
2.  $2x^2yy' = y^4 - y^2x$ ,  $y(-1) = 1$ .
3.  $(2x+1)y' + y = x$ .
4.  $x^2ydx + x^3dy = dx$ .
5.  $y'x \ln x + 2y = \sqrt{16y} \ln x$ .
6.  $y' = \operatorname{tg}^2(2x+y) - 2$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$ .

### Контрольная работа № 1 Вариант 5

1.  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $y(1) = 1$ .
2.  $3x^2y^2y' = y^3(x + y^3)$ .
3.  $xy' + y(x \operatorname{tg} x + 1) = \sec x$ .
4.  $y' - xy = -y^3e^{-x^2}$ .
5.  $y \cos x dx + \sin x dy = \cos 2x dx$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .
6.  $y' = (3x - y + 2)^2 - 1$ .

### Контрольная работа № 1 Вариант 6

1.  $x^2y' = y(x+y)$ .
2.  $(1 - x^2y)dx + x^2(y-x)dy = 0$ .
3.  $y'x \ln x + y = 2 \ln x$ .
4.  $(1 - x^2)y' - xy = xy^2$ ,  $y(0) = 0,5$ .
5.  $y' = \frac{y+12}{x-11} - \frac{x-11}{y+12}$ ,  $y(12) = -11$ .
6.  $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$ .

### Контрольная работа № 1 Вариант 7

1.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$ ,  $y(1) = 0$ .
2.  $4xy^3y' \cos \frac{y^4}{x} = y^4 \cos \frac{y^4}{x} - x$ .
3.  $t^2 \frac{ds}{dt} = 2ts - 3$ ,  $s(-1) = 1$ .
4.  $xyy' - y^2 = 1$ .
5.  $(\sin x + e^y)dx + \cos x dy = 0$ .
6.  $y' = \sin^2(y-x)$ .

### Контрольная работа № 1 Вариант 8

1.  $y - xy' = 2(x + yy')$ .
2.  $y' = \left( \frac{x+y+2}{4+2x} \right)^2$ .
3.  $\sin t ds = \left( 4t \sin^2 \frac{t}{2} + s \right) dt$ .
4.  $3y^2y' + y^3 = x + 1$ ,  $y(1) = -1$ .
5.  $(1 + 3x^2 \sin y)dx - x \operatorname{ctg} y dy = 0$ .
6.  $xy' - 4y - x^2\sqrt{y} = 0$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 1**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x$ ,  $y_2 = xe^{-x}$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 2.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 2**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = xe^x \cos 2x$ ,  $y_2 = e^x \sin 2x$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 3**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 e^x$ ,  $y_2 = xe^x$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = -3.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .

**Контрольная работа № 2****Вариант 4**

1. Построить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (возможно более низкого порядка), имеющее данные частные решения:  $y_1 = x^2 \cos 4x$ ,  $y_2 = 1$ .

2. Решить линейное неоднородное уравнение с неоднородностью в виде квазимногочлена:

$$y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x.$$

3. Решить линейное неоднородное уравнение, используя метод вариации постоянной:

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}.$$

4. Решить линейную однородную систему  $\dot{x} = Ax$ :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad \lambda_{1,2,3} = 1.$$

5. Найти экспоненту от матрицы  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

### Контрольная работа №3

#### Вариант 1

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

3. Для задачи

$$\dot{x} = s\sqrt{\ln x} + xt, \quad x(0) = 1 - \frac{s}{\sqrt{2}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} \right|_{s=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = 4x^3 - 2x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 2

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{6}$$

2. Решить уравнение:

$$y''y + y'(x - y) - x = 0$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = s\sqrt{\ln x} + x\sqrt{s}, \quad x(0) = 1 - \sqrt{\frac{2s^2}{3}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} \right|_{s=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = -e^{2x} + 1$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 3

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{8}$$

2. Решить уравнение:  $y^4 - y^2 y' = 1$

3. Для задачи

$$\dot{x} = s + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + s$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} \right|_{s=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = \cos x - \sin x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 4

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^7}{x^2}, \quad x(0) = \frac{1}{7}$$

2. Решить уравнение:

$$y' = (x+1)y + y^2$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = \frac{s}{x} + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 - s$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} \right|_{s=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = -e^{-x} + e^x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 5

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t}{x^3}, \quad x(0) = \frac{1}{3}$$

2. Решить уравнение:

$$y' + y^2 = x(y + x)$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = s\sqrt{\ln^2 x} + x\sqrt{t^2}, \quad x(0) = 1 - \sqrt{\frac{9s^2}{25}}$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} \right|_{s=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость

$$\dot{x} = -\cos x$$

---

### Контрольная работа №3

#### Вариант 6

1. Для задачи Коши указать какой-нибудь отрезок, на котором существует решение с данными начальными условиями

$$\dot{x} = \frac{t^3}{x^2}, \quad x(0) = 1$$

2. Решить уравнение:

$$xy^3 = 1 + y$$

3. Для задачи

$$\dot{x} = sx + 2x^2 t, \quad x(0) = 1 + s^2$$

найти производную

$$\left. \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} \right|_{s=0}$$

4. Найти все положения равновесия, исследовать их на устойчивость  $\dot{x} = -3^x + 1$

Задачи к зачету по курсу «Дифференциальные уравнения», 4 семестр

Билет 1.

1.  $y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$
2.  $y' = \frac{2(y+2)^2}{(x+y-1)^2}$
3.  $xy' + y - \ln x + 1$
4.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^{2x}}{\sqrt{4-x^2}}$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = -4x + y + \frac{1}{ts^2} \end{cases}$

Билет 2.

1.  $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}$
- 2.
3.  $y' + y \cos x = \sin 2x$
4.  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = 2y - x - 5e^t \sin t \end{cases}$

Билет 3.

1.  $y' = \frac{2 - 4y - 6x}{x - y - 2}$
2.  $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$
3.  $xy' + 2y = e^{-x^2}$
4.  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^{2x}$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = y + \tan^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + \tan t \end{cases}$

Билет 4.

1.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, y(1) = 0$
- 2.
3.  $\frac{t^2 ds}{dt} = 2ts - 3$
4.  $y'' - 5y' + 6y = 13 \sin 3x$
5.  $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{6t}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$

Билет 5.

1.  $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$
- 2.

3.  $(2x + 1)y' + y = x$
4.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = x - y \\ \dot{z} = 3x - y - 2z \end{cases}$$

Билет 6.

1.  $y - xy' = 2(x + yy')$
2.  $y' = \frac{(x + y + 2)^2}{4 + 2x}$
3.  $\sin t ds = \left(4t \sin^2 \frac{t}{2} + s\right) dt$
4.  $y^{IV} - 81y = 27e^{-3x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^x \sqrt{t} \end{cases}$$

Билет 7.

1.  $x^2 y' - y(x + y)$
2.  $(1 - x^2 y) dx + x^2 (y - x) dy = 0$
3.  $y' x \ln x + y = 2 \ln x$
4.  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -4x + 4y \\ \dot{z} = -2x + y + 2z \end{cases}$$

Билет 8.

1.  $xy' + y = \ln x + 1$
2.  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, y(1) = 1$

3.  $3x^2 y^2 y' = y^3 (x + y^3)$
4.  $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$
5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 2z \\ \dot{y} = x + 4y - 2z \\ \dot{z} = x + 5y - 3z \end{cases}$$

Билет 9.

1.  $xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$
2.  $y' = \frac{2x + y}{x - 2y}, y(1) = 0$
3.  $(y^2 - 2x) dx + (2xy - \sin y) dy = 0$

4.  $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^x - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^x - 1} \end{cases}$$

Билет 10.

1.  $xy \, dx = (x^2 - y^2)dy$

2.  $y' = \frac{y - 2x}{x + 2y}, y(1) = 0$

3.  $(y - 3x^2 + 1)dx + (x + \ln y)dy = 0$

4.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$

Билет 12.

1.  $xy' \cos y + \sin y = \sin^2 y$

2.

3.  $xy' + x^2 + xy = y$

4.  $y'' - 2y' = \frac{1}{x} - 2 \ln(e \cdot x)$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y + 2z \\ \dot{y} = -3x - y + z \\ \dot{z} = -x + 2y \end{cases}$$

Билет 13.

1.

2.  $y' + y \tan x = e^x \cos x$

3.  $(xy' + y)^2 = x^2 y'$

4.  $y'' + 6y' + 9y = 36xe^{3x}$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = -x - y + \frac{e^x}{e^x + 1} \\ \dot{y} = 2x + 2y + \frac{e^x}{e^x + 1} \end{cases}$$

Билет 14.

1.

2.

3.  $\frac{y}{x} dx + (1 + \ln(xy))dy = 0, x > 0, y > 0$

4.  $y'' - y' = -\frac{x+1}{x^2}$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - z \\ \dot{y} = -x + z \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$$

Билет 15.

1.  $y' \cos x + y(1 + y) \sin x = 0$

2.

3.  $(y')^2 - y'e^{2x} = 0$

4.  $y'' - 4y' + 4y = 32xe^{-2x}$

5. 
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 8y + \tan 4t \\ \dot{y} = 4x - 4y \end{cases}$$

Билет 16.

1.  $(4 - x - 2y)dx - 2(1 + x + 2y)dy = 0$

2.  $y' = \left(\frac{x + y + 2}{4 + 2x}\right)^2$

3.

$$y'' + 2y' + y = (x + 2)\left(\ln x + \frac{1}{x}\right)$$



**Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована:**

Проректор по учебной работе                      утверждено 21.02.24                      А.А. Саламатов

Ученым советом физического факультета

Протокол заседания № 09 от 15.02.2024

Председатель Ученого совета  
физического факультета    согласовано    М.А. Загребин

**Заседанием кафедры теории управления и оптимизации**

Протокол заседания № 09 от 08.02.2024

Заведующий кафедрой    согласовано    И.В. Измestьев

Автор (составитель)    Е.Г. Белов

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ»  
от «13» апреля 2021 г. № 247-1**