

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.06.2026 12:16:04
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f3b6cb774486b9a8788b8372574



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математический анализ» по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности «Прикладная математика и искусственный интеллект» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Математический анализ

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль)
«Прикладная математика и искусственный интеллект»

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора
2026

Челябинск, 2026 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	5
3.1. Виды оценочных средств	5
3.2. Содержание оценочных средств	6
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	6
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	12
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	12
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	13



1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Направленность: Прикладная математика и искусственный интеллект.

Дисциплина: Математический анализ.

Семестры: 1,2,3.

Форма промежуточной аттестации: 1,2,3 – зачет, 1,2,3 – экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Математический анализ» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук. Уметь решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. Владеть навыками использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/ разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук.	<ul style="list-style-type: none">– Введение в анализ– Дифференцирование функций одной переменной– Исследование функций и построение графиков	1, 2, 3	1-4	Контрольная работа
	Уметь решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук.	<ul style="list-style-type: none">– Первообразная и неопределенный интеграл– Определенный интеграл Римана. Несобственные интегралы		5	Контрольная работа
	Владеть навыками использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	<ul style="list-style-type: none">– Анализ функций нескольких переменных. Формула Тейлора. Экстремумы– Кратные интегралы– Криволинейные интегралы I-го рода– Поверхностные интегралы I-го рода– Криволинейные интегралы II-го рода– Поверхностные интегралы II-го рода– Векторный анализ. Элементы теории поля– Числовые ряды– Функциональные ряды		1-7	Контрольная работа, Типовой расчет



Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет, контрольные работы и коллоквиумы по темам: предел последовательности и предел функции, непрерывность функции в точке, дифференцирование функций одной переменной, неопределенный интеграл, двойные интегралы, тройные интегралы, криволинейные интегралы, числовые ряды, функциональные ряды.

Примерный вариант семестровой работы Вариант №1

Задача 1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$ (указать $N(\varepsilon)$).

Задача 2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

Задача 3. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}}.$$

Задача 4. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

Задача 5. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

Задача 6. Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

Задача 7. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная по разделу: Пределы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов



1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 7}{4x^2 - 2x + 8}$	2
2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}{x-4}$	2
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$	2
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 6x - 4}$	2
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-2} \right)^{2n+4}$	2

Контрольная по разделу: Интегралы

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int (2x+1)e^x dx$	2
2	$\int \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4x+8}} dx$	2
3	$\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$	2
4	$\int x^2 \ln^2 x dx$	2
5	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$	2

Контрольная по разделу: Интеграл Римана

№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$	2
2	Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 4 - x^2$, $y = 0$	2
3	Определить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x$, $x = 3$ вокруг оси OX	2
4	Определить длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4$	2
5	Определить силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием 8 метров и высотой 6 метров.	2

Контрольная по разделу: Числовые ряды

№ задания	Задание	Кол-во баллов
-----------	---------	---------------



1	Исследовать на сходимость $\sum \frac{2^k}{(k+1)!}$	2
2	Исследовать на сходимость $\sum \frac{k+2}{k^4 - 2k + 5}$	2
3	Найти сумму ряда $\sum \frac{1}{k^2}$	2
4	Исследовать на условную сходимость $\sum \frac{(-1)^k}{k+1}$	2
5	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin 2x$	2

Контрольная по разделу: Функциональные ряды		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на равномерную сходимость $\sum \frac{x^k}{k!}$	2
2	Найти область сходимости ряда $\sum \frac{(x-3)^k}{2^k}$	2
3	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin^2 x$	2
4	Разложить в ряд Фурье $y = x - 2$	4
Контрольная по разделу: Двойные и тройные интегралы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^y \sqrt{1-y^2} dx$	2
2	Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x, y = -x, x = 3$	2
3	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x + 2y - 2z = 0, x = 0, y = 0, z = 0$	3
4	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2y, z = 0, z = 1$	3



Список вопросов к экзамену

1 семестр

Часть 1:

1. Множество действительных чисел
2. Подмножество множества действительных чисел
3. Элементарные функции
4. Определение предела последовательности и свойства (не арифметические)
5. Определение предела последовательности и арифметические свойства
6. Предел последовательности и неравенства
7. Предел функции в точке и свойства
8. Критерий существования предела последовательности (понятия \sup и \inf)
9. Число e

Часть 2:

1. Предел функции и неравенства
2. Замечательные пределы и эквивалентность
3. Критерий существования предела функции
4. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва
5. Производная функции в точке. Ее геометрический и физический смысл
6. Производная и арифметические операции. Производная композиции. Производная обратной функции
7. Основные теоремы о дифференцируемых функций (Ролля, Лагранжа, Коши)
8. Выпуклость. Правило Лопиталья
9. Неопределенный интеграл. Свойства. Формула интегрирования по частям

2 семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Простейшие приемы интегрирования.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Метод Остроградского.
5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
6. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
7. Достаточные условия интегрируемости по Риману.
8. Свойства интеграла Римана. Интеграл как функция верхнего предела.
9. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Определение и свойства несобственного интеграла Римана.
11. Абсолютная и условная сходимость несобственного интеграла.
12. Признаки Абеля-Дирихле сходимости несобственных интегралов.
13. Методы приближенного вычисления определенных интегралов
14. Определение и структура конечномерного пространства.
15. Сходимость в конечномерном пространстве. Его полнота.
16. Подмножества конечномерного пространства. Основные теоремы о множествах.
17. Предел функций многих переменных. Повторные пределы.
18. Непрерывность функций многих переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства.
19. Линейная и евклидова структура конечномерного пространства. Линейные функции многих переменных.



20. Дифференцируемость и дифференциал функции в точке.
21. Частные производные.
22. Необходимые условия дифференцируемости функций многих переменных в точке. Локальные свойства дифференцируемых функций многих переменных.
23. Достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных.
24. Матрица Якоби. Производная по направлению. Градиент.
25. Частные производные высших порядков. Высшие производные функций многих переменных и дифференциалы.
26. Формула Тейлора.
27. Экстремумы функций многих переменных.
28. Поверхности в конечномерных пространствах и касательные пространства.
29. Критические точки плоских кривых.
30. Простейшие варианты теоремы о неявной функции. Теорема о неявной функции.
31. Условный экстремум. Его необходимый признак. Достаточный признак условного экстремума.
32. Определение и свойства меры Жордана.
33. Определение кратного интеграла Римана. Его свойства.
34. Замена переменных в кратном интеграле.

3 семестр

1. Криволинейные интегралы первого рода и их свойства
2. Криволинейные интегралы второго рода и их свойства
3. Поверхности в конечномерном пространстве.
4. Определение и свойства матрицы Грама.
5. Поверхностный интеграл первого рода.
6. Дифференциальные формы.
7. Ориентированные поверхности.
8. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
9. Переход от поверхностного интеграла первого рода к поверхностному интегралу второго рода.
10. Переход от поверхностного интеграла второго рода к поверхностному интегралу первого рода.
11. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
12. Элементы векторного анализа.
13. Сумма и сходимость числового ряда.
14. Критерий Коши сходимости ряда.
15. Свойства сходящихся рядов.
16. Ряды с неотрицательными членами.
17. Признаки сравнения.
18. Ряды с положительными членами.
19. Достаточные признаки сходимости.
20. Знакопеременные ряды.
21. Достаточные признаки сходимости.
22. Абсолютно сходящиеся ряды. Условно сходящиеся ряды
23. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и функциональных рядов.
24. Равномерная сходимость и непрерывность, интегрирование, дифференцируемость.



25. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара.
26. Свойства степенных рядов.
27. Ряды Тейлора.
28. Теорема Вейерштрасса.
29. Определение тригонометрического ряда.
30. Ряды Фурье.
31. Принцип локализации.
32. Сходимость ряда Фурье в точке.
33. Равномерная сходимость средних арифметических.



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Оценка за дисциплину формируется на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Студент может повысить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации. Студент выбирает случайный билет, содержащий два теоретических вопроса и две задачи. Студенту предоставляется не более 60 минут на подготовку ответа. По истечении этого времени студент отвечает экзаменатору вопросы билета и объясняет, как решаются задачи. Фиксация результатов учебной деятельности по дисциплине проводится в день экзамена при личном присутствии студента.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание контрольной работы.

Всего предлагается пять задач. Оценка каждой задачи: 0 - задача не решена или решена не верно, 1 - задача решена верно.

Оценивание типового расчета №1.

Задание состоит из заданий, персонализированных для каждого студента. Оценивание: в случае правильного решения первое -1 балл, второе - 4, третье -3, четвертое -1, пятое -1, шестое -4, седьмое -4, восьмое -1, девятое - 4, задания с 10 до 14 - по 2 балла за каждое. В случае, если задание не решено или решено неверно - 0 баллов за каждое.

Оценивание типового расчета №2.

Задание состоит из заданий, персонализированных для каждого студента. Оценивание: в случае правильного решения первое – 2 балла, второе – 5 баллов, третье – 1 балл, четвертое – 1 балл, пятое – 2 балла, шестое – 2 балла, седьмое – 2 балла, восьмое – 3 балла, девятое – 4 балла, десятое – 3 балла, одиннадцатое – 2 балла, двенадцатое – 1 балл, тринадцатое – 2 балла, четырнадцатое – 1 балл, пятнадцатое – 2 балла. Если задача не решена – 0 баллов.

Оценивание типового расчета №3.

Задание содержит 11 заданий, персонализированных для каждого студента. Оценивание: вторая задача - 5 баллов, остальные задачи - по 2 балла каждая. В противном случае (задача не решена или решена неверно) – 0 баллов.

Оценивание типового расчета №4.

Задание содержит 9 упражнений, за которые, в случае верного решения начисляются по 2 балла за каждую из задач 1,2,7,8,9, по 3 балла за задачи 3,4,5, и один балл за задачу 6. В противном случае (задача не решена или решена неверно – 0 баллов.

Оценивание типового расчета №5.

Задание состоит из 9 задач, за каждую из которых – от 0 до 2 баллов: 0 – задача не решена, 1 – есть правильное направление решения, не доведенное до ответа, 2 задача решена.

Оценивание типового расчета №6.

В каждом индивидуализированном варианте студенту предлагается решить 15 задач. За каждую задачу – от 0 до 1 балла: 0 – задача не решена, 1 – задача решена.



Экзамен реализуется в письменной форме с последующим устным собеседованием со студентом. Задание состоит из двух теоретических вопросов первой и второй части соответственно. Каждый теоретический вопрос оценивается максимум на 20 баллов следующим образом. Верно данные определения и формулировки теорем оцениваются в 5 баллов. Если допущены ошибки – 0 баллов. Верно приведены примеры – 5 баллов. Примеры не приведены, или допущены ошибки 0 баллов. Приведено верное доказательство теоремы или двух свойств или следствий – 10 баллов. Если допущены ошибки – 0 баллов. Приложение к билету содержит две практические задачи из типовых расчетов семестра. В случае верного решения каждая оценивается на 5 баллов и в случае неверного решения на 0 баллов.

Оценивание ответа на экзамене

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
90-100%	78-89%	65-77%	0-64%
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и, по существу, излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации и переводятся в проценты (например, в первом семестре: $28(\text{контрольные работы})+20(\text{типовой расчет})+10(\text{экзамен})=100\%$):

0-64 % - неудовлетворительно (2);

65-77 % - удовлетворительно (3);

78-89 % - хорошо (4);

90-100 % - отлично (5).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы,



навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.

- студент способен дать полное представление об основных понятиях математического анализа, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.

2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
- студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».

3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем математического анализа, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
- студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.

4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

