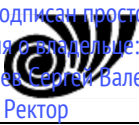


Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	 МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 15:40:42 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8727273	Рабочая программа дисциплины "Вычислительная топология" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»		стр. 1

## Рабочая программа дисциплины (модуля)\*

Вычислительная топология

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины является знакомство с основными понятиями и методами вычислительной топологии. Формирование у студентов логического мышления, навыков в умении использовать методы вычислительной топологии при решении прикладных задач, связанных с реализацией профессиональных функций.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенции ПК-1:

ПК-1.1. Обладает знаниями об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований

ПК-1.2. Демонстрирует умения: проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам

ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.В.1.ДВ.01.02

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Изучение данной дисциплины опирается на знания по дисциплинам:

Топология многообразий

Дифференциальная геометрия

Топология

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по дисциплине «Вычислительная топология» могут быть полезны для научно-исследовательской работы студентов и для их общего математического образования.

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок**

#### Знать:

Для достижения ПК-1.1: основные методы проведения научно-исследовательских разработок, полученные в области вычислительной топологии

#### Уметь:

Для достижения ПК-1.2: применять фундаментальные знания, полученные в рамках изучения дисциплины Вычислительная топология, при проведении научно-исследовательских работ

#### Владеть:

Для достижения ПК-1.3: методами и подходами вычислительной топологии

#### В результате освоения дисциплины обучающийся должен

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	способы использования фундаментальных знаний, полученные в области вычислительной топологии, при проведении научно-исследовательских разработок
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	применять фундаментальные знания, полученные в области вычислительной топологии, при проведении научно-исследовательских разработок
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	использования фундаментальных знаний, полученные в области вычислительной топологии, при проведении научно-исследовательских разработок



#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 144	Виды контроля в семестрах: экзамены 7
в том числе :	
аудиторные занятия : 34	
самостоятельная работа : 73,8	
часов на контроль : 36	
контактная работа: 34,2	
ИКР: 0,2	

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
<b>Раздел 1. Гладкие кривые с вычислительной точки зрения</b>				
1.1	Гладкие кривые /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.2	Кривизны и кручения /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.3	Пространственные кривые /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.4	Гладкие кривые с вычислительной точки зрения /Ср/	7	15	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 2. Сплайны и кривые Безье</b>				
2.1	Сплайны /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.2	Сплайны Эрмита /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.3	Сплайны и кривые Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.4	Кубические сплайны /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.5	Сплайн Лагранжа /Лек/	7	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.6	Сплайн Ньютона /Лек/	7	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.7	Кривые Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.8	Операторная форма кривой Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3



2.9	Кривые Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.10	Кривые Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.11	Сплайны и кривые Безье /Ср/	7	34,8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 3. Поверхности Безье</b>				
3.1	Поверхности Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.2	Поверхности Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.3	Поверхности Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.4	Поверхности Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.5	Поверхности Безье /Лек/	7	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.6	Поверхности Безье /Ср/	7	24	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 4. Экзамен</b>				
4.1	/Экзамен/	7	36	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
<b>Раздел 5. Иная контактная работа</b>				
5.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	7	0,2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Доклад по выбранной теме.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Возможные темы докладов содержатся в списке вопросов к экзамену.

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену:

Приблизительная локальная форма кривой, определяемая кривизной и кручением.

Формулы для кривизны и кручения кривой относительно произвольного параметра в координатах, задаваемых репером Френе.

Восстановление пространственной кривой по ее проекциям на координатные плоскости.

Приведение параметрического уравнения кривой к неявному виду.

Сплайны. Примеры сплайнов.

Построение сплайнов Эрмита.

Псевдоупругие сплайны Эрмита.

Случай, когда на концах кривой заданы направления касательных векторов.



Кубический сплайн.  
Построение кубического сплайна.  
Сплайн Лагранжа.  
Сплайн Ньютона.  
Кривые Безье.  
Алгоритм де Кастелье.  
Операторная форма кривой Безье.  
Годографы кривых Безье.  
Деление кривой Безье на две кривые Безье того же порядка в отношении  $t/1-t$ .  
Условия сохранения гладкости сопряжения при делении кривой Безье.  
Увеличение числа опорных точек без изменения формы кривой Безье.  
Геометрический смысл поверхности Безье.  
Формулы вычисления координат точек Безье.  
Деление поверхности Безье.  
Геометрические свойства поверхности Безье в угловой точке.  
Измельчение сетки при сохранении поверхности Безье.

#### 6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путём оценивания сделанного доклада;
  - итоговый контроль осуществляется в форме письменного экзамена в конце семестра.
- Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за доклад по выбранной теме и баллы, полученные на экзамене (50 максимум). Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:
- от 0 до 64 баллов – «неудовлетворительно»;
  - от 65 до 77 баллов – «удовлетворительно»;
  - от 78 до 89 баллов – «хорошо»;
  - от 90 до 100 баллов – «отлично».

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 7.1. Рекомендуемая литература

##### 7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
ЛП.1	Матвеев С. В.	Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий: монография ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63262">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63262</a> )	Москва : МЦНМО, 2007	ЭБС
ЛП.2	Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М.	Элементарная топология: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=64196">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=64196</a> )	Москва : МЦНМО, 2010	ЭБС
ЛП.3	Игнаточкина Л. А.	Топология для бакалавров математики: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=437314">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=437314</a> )	Москва : Прометей, 2016	ЭБС
ЛП.4	Примаков Д. А., Хамидуллин Р. Я.	Геометрия и топология: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=227729">https://znanium.com/catalog/document?id=227729</a> )	Москва : Московская финансово-промышленная академия (МФПА), 2011	ЭБС

##### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
ЛП.1	Шаров Г. С., Шелехов А. М., Шестакова М. А.	Сборник задач по дифференциальной геометрии: сборник задач и/или упражнений ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63244">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63244</a> )	Москва : МЦНМО, 2005	ЭБС



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.2	Быков В. М.	Дифференциальная геометрия: текст лекций	Челябинск : Челябинский государственный университет, 1993	
Л2.3	Федорчук В. В., Филиппов В. В.	Общая топология. Основные конструкции: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=1496">https://znanium.com/catalog/document?id=1496</a> )	Москва : Издательская фирма "Физико- математическая литература" (Ф ИЗМАТЛИТ), 2016	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
Э2	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
Э3	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
3. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
4. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции и самостоятельная работа студента. На лекциях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные



образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.  
Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

#### **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебных аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

