

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 04.06.2025 12:51:14 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 Прикладная математика и информатика направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	--	--------

## **Рабочая программа дисциплины (модуля)\***

### **Дискретные модели**

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Математическое моделирование и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год набора 2025

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**ЦЕЛИ:**

1. Знакомство с основными принципами моделирования вероятностных

процессов и систем, методами решения основных видов дискретных моделей.

2. Развитие у студентов навыков по формализации задач;

3. Знакомство с функционированием наиболее популярных программных средств, используемых для решения задач моделирования;

4. Приобретение практических навыков работы с программными средствами, обеспечивающих решение задач;

5. Изложение основных принципов математического моделирования с использованием дискретных моделей, инструментальных средств анализа математических моделей.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикатора соответствующей компетенции ОПК-1:

ОПК-1.1. Имеет представление об основных подходах к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.03

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

нет

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Современные проблемы прикладной математики и информатики

Производственная практика (научно-исследовательская работа)

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### ОПК-1: Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики

**Знать:**

Для достижения ОПК-1.1: знать основные принципы математического моделирования, инструментальные средства анализа дискретных математических моделей.

**Уметь:**

-

**Владеть:**

-

#### В результате освоения дисциплины обучающийся должен

**3.1 Знать:**

3.1.1 основные подходы к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики, формализуемых в виде дискретных моделей.

**3.2 Уметь:**

3.2.1 -

**3.3 Владеть:**

3.3.1 -



#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	<b>3 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 108 в том числе : аудиторные занятия : 32 самостоятельная работа : 32,6 часов на контроль : 36 контактная работа: 39,4 ИКР: 7,4	Виды контроля в семестрах:  экзамены 1

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
<b>Раздел 1. Дискретные математические модели</b>				
1.1	Дискретизация. Модели с дискретным временем. Методы решения дифференциальных уравнений /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.2	Численные методы решения ОДУ. Аппроксимация производных. Задача Коши. Решение экономических задач методом Эйлера или с помощью его модификаций /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.3	Семейство методов Рунге-Кутты: второго, четвертого порядка, решение систем уравнений методами Рунге-Кутты /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.4	Многошаговые методы (метод Адамса и методы предиктор-корректор). Особые точки, модификация методов решения для функций с особыми точками. /Лек/	1	1	Л1.1 Э1 Э2 Э3
1.5	Решение уравнений с помощью методов Эйлера и Рунге-Кутты /Пр/	1	4	Л1.1 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 2. Дискретные модели экономического роста</b>				
2.1	Модель Харрода-Домара /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.2	Исследование дискретной модели Харрода-Домара /Пр/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.3	Модель Солоу-Свана /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.4	Исследование дискретной модели Солоу-Свана /Пр/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.5	Модель потенциального выпуска для основных фондов /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.6	Исследование моделей движения основных фондов /Пр/	1	1	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.7	Модель потенциального выпуска для трудовых ресурсов, моделирование технического прогресса /Лек/	1	2	Л1.3 Э1 Э2 Э3
2.8	Модели функции дожития /Пр/	1	1	Л1.3 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 3. Системы массового обслуживания</b>				
3.1	Структура СМО. Модели чистого рождения и гибели. /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.2	Обобщенная модель СМО. Функциональные характеристики СМО. /Пр/	1	2	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.3	Обобщенная модель СМО. Специализированные системы обслуживания с пуассоновским распределением. Функциональные характеристики стационарных систем обслуживания /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
3.4	Модель с одним сервисом. Модель с параллельными сервисами. Модели самообслуживания и ремонта. /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.5	Модели с одним сервисом. Модели с несколькими сервисами. Модели самообслуживания и ремонта. /Пр/	1	2	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.6	Модель со стоимостными характеристиками. Модель предпочтительного уровня обслуживания. /Лек/	1	1	Л1.2 Э1 Э2 Э3
3.7	Модель со стоимостными характеристиками. Модель предпочтительного уровня обслуживания. /Пр/	1	2	Л1.2 Э1 Э2 Э3
<b>Раздел 4. Самостоятельная работа и экзамен</b>				
4.1	Подготовка к экзамену /Ср/	1	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1 Э2 Э3
4.2	Подготовка реферата. /Ср/	1	6	Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.3	Решение индивидуальных заданий /Ср/	1	18,6	Л1.1 Э1 Э2 Э3
4.4	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	1	7,4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Э1 Э2 Э3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Индивидуальное контрольное задание  
Доклад/Реферат  
Перечень вопросов к экзамену

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Индивидуальное контрольное задание и темы доклада/реферата приведены в приложении.

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену приведены в приложении.

### 6.4. Критерии оценивания

В течение учебного семестра студенты за каждый вид работы получают баллы. Кроме этого, на экзамене максимально можно получить 40 баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за работу в семестре и за ответ на экзамене. Затем полученная сумма баллов переводится в оценку.

Набранные баллы Оценка

25 – 49	неудовлетворительно
50 – 69	удовлетворительно
70 – 90	хорошо
91 – 100	отлично

Начисляемые баллы:

Индивидуальное контрольное задание - 50  
Доклад - 30  
Реферат - 10  
Тест -10  
Экзамен - 20

Порядок оценивания индивидуального контрольного задания.

Индивидуальное контрольное задание состоит из 5 заданий, за каждую начисляются баллы от 0 до 6 в зависимости от количества пунктов в каждом задании:

1 балл - за правильно решенный пункт задания, 0 - баллов в противоположном случае.

Набранная по всем заданиям сумма переводится пропорционально в долю от максимума 50 баллов.

Порядок оценивания доклада:

6 баллов - подготовлен доклад  
4 балла - оформлен согласно ГОСТ  
10 баллов - тема раскрыта



Рабочая программа дисциплины "Дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

4 балла - подготовлена презентация  
6 баллов - выступление с докладом перед аудиторией

Порядок оценивания реферата (печатное изложение доклада).

3 баллов - подготовлен реферат  
2 балла - реферат оформлен согласно ГОСТ  
5 балла - реферат прислан преподавателю в электронном виде

Критерии оценивания теста:

Студент выполняет 10 тестовых вопросов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 1 баллом.

На экзамене происходит оценивание учебной деятельности обучающегося по дисциплине на основе полученных баллов за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля.

Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Контрольное мероприятие проводится в устной

форме. На подготовку ответов на вопросы билета дается 60 минут. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса.

Преподаватель имеет право провести собеседование со студентом с целью более точного определения баллов.

Количество набранных баллов:

20 баллов получает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные экзаменационным билетом и свободно отвечающий на дополнительные вопросы;

15 баллов заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в экзаменационном билете задания, но отвечающий на дополнительные вопросы с затруднениями;

10 баллов получает студент, допустивший погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

5 баллов ставится студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных экзаменационным билетом заданий;

0 баллов ставится студенту, который не смог выполнить ни одно задание в экзаменационном билете.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Пантелеев А.В., Якимова А. С., Рыбаков К.А.	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=337729">https://znanium.com/catalog/document?id=337729</a> )	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2019	ЭБС
Л1.2	Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Сагитов Р. В., Швед Е.В., Матвеев В.И.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=363087">https://znanium.com/catalog/document?id=363087</a> )	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2020	ЭБС
Л1.3	Власов М. П., Шимко П.Д.	Моделирование экономических систем и процессов: учебное пособие ( <a href="https://znanium.com/catalog/document?id=368164">https://znanium.com/catalog/document?id=368164</a> )	Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА- М", 2019	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
--	---------------------	----------	-------------------	--------



Рабочая программа дисциплины "Дискретные модели" по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 7
--	--------

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Рябцева Н. К.	Научная речь на английском языке: Руководство по научному изложению. Словарь оборотов и сочетаемости общенаучной лексики: новый словарь-справочник активного типа (на английском языке) ( <a href="https://e.lanbook.com/book/119421">https://e.lanbook.com/book/119421</a> )	Москва : ФЛИНТА, 2019	ЭБС

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> <a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
Э2	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> . <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>
Э3	Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. – URL: <a href="http://znanium.com/">http://znanium.com/</a> <a href="http://znanium.com">http://znanium.com</a>

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle
Python
LibreOffice

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU ( <a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp?">https://elibrary.ru/defaultx.asp?</a> ) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <a href="https://elibrary.ru">https://elibrary.ru</a> . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
2. Реферативная база по математике MathSciNet ( <a href="https://mathscinet.ams.org/mathscinet/">https://mathscinet.ams.org/mathscinet/</a> ) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <a href="http://www.ams.org/mathscinet/">http://www.ams.org/mathscinet/</a> . – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.
Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью (подразумевается наличие стандартных рабочих (посадочных) мест) и техническими средствами обучения (переносное и / или стационарное мультимедийное оборудование: экран, ноутбук, проектор).
Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий (мультимедийные презентации по отдельным темам, рисунки, таблицы, схемы и т.д.).
Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Рабочей программой дисциплины предусмотрена самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает: - подготовка к докладу; - подготовку к сдаче экзамена. При планировании времени на самостоятельную работу студентам необходимо предусмотреть регулярное повторение пройденного материала. Теоретический материал, законспектированный на лекциях, необходимо дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе. Студент обязан в полном объеме использовать время самостоятельной работы, предусмотренное настоящей рабочей программой, для изучения соответствующих разделов дисциплины, и своевременно обращаться к преподавателю в случае возникновения затруднений при выполнении самостоятельной работы. В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта.). Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты
---



имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты и социальных сетей.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

В случае применения при прохождении практики электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.). Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе. При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах. Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

#### **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

## Индивидуальное задание по дисциплине «Дискретные модели»

### Задание № 1. Решение дифференциальных уравнений

С помощью явного метода Эйлера, метода Эйлера-Коши и метода Эйлера с пересчетом, составить таблицу приближенных значений решения дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$ , удовлетворяющего начальным условиям  $y(x_0) = y_0$  на отрезке  $[a, b]$ , шаг  $h = 0,1$ . Все вычисления вести с четырьмя десятичными знаками.

Решить данную задачу с помощью таблиц Excel или средствами сервиса Colab.

#### Ход решения

1. Решить уравнение методом Эйлера, метода Эйлера-Коши и методом Эйлера с пересчетом.
2. Вывести графики (с размерной сеткой и подписанными осями):
  - решения (методами Эйлера, Эйлера-Коши, Эйлера с пересчетом);
  - разности между полученными значениями функции (попарно для каждой пары методов).
3. Сделать выводы о результатах.

#### Варианты

$$1. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}, \quad y_0(1,8) = 2,6, \quad x \in [1,8; 2,8].$$

$$2. y' = x + \cos \frac{y}{3}, \quad y_0(1,6) = 4,6, \quad x \in [1,6; 2,6].$$

$$3. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}, \quad y_0(0,6) = 0,8, \quad x \in [0,6; 1,6].$$

$$4. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}, \quad y_0(0,5) = 0,6, \quad x \in [0,5; 1,5].$$

$$5. y' = x + \cos \frac{y}{\pi}, \quad y_0(1,7) = 5,3, \quad x \in [1,7; 2,7].$$

$$6. y' = x + \cos \frac{y}{2,25}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4; 2,4].$$

$$7. y' = x + \cos \frac{y}{e}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4; 2,4].$$

$$8. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}, \quad y_0(0,8) = 1,4, \quad x \in [0,8; 1,8].$$

$$9. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}, \quad y_0(1,2) = 2,1, \quad x \in [1,2; 2,2].$$

$$10. y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}, \quad y_0(2,1) = 2,5, \quad x \in [2,1; 3,1].$$

$$11. y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{5}}, \quad y_0(1,8) = 2,6, \quad x \in [1,8; 2,8].$$

$$12. y' = x + \sin \frac{y}{3}, \quad y_0(1,6) = 4,6, \quad x \in [1,6; 2,6].$$

$$13. y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}, \quad y_0(0,6) = 0,8, \quad x \in [0,6; 1,6].$$

$$14. y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}, \quad y_0(0,5) = 0,6, \quad x \in [0,5; 1,5].$$

$$15. y' = x + \sin \frac{y}{\pi}, \quad y_0(1,7) = 5,3, \quad x \in [1,7; 2,7].$$

$$16. y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2,8}}, \quad y_0(1,4) = 2,2, \quad x \in [1,4; 2,4].$$

$$17. y' = x + \sin \frac{y}{e}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4; 2,4].$$

$$18. y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2}}, \quad y_0(0,8) = 1,3, \quad x \in [0,8; 1,8].$$

$$19. y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{3}}, \quad y_0(1,1) = 1,5, \quad x \in [1,1; 2,1].$$

$$20. y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{11}}, \quad y_0(0,6) = 1,2, \quad x \in [0,6; 1,6].$$

### **Задание №2. Исследование дискретной модели Харрода-Домара**

1. Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.
2. Рассчитать объем выпуска, используя соотношения дискретной модели Харрода-Домара и значения констант, соответствующие Вашему варианту.

<b>Вариант</b>	<b>s - Норма сбережения</b>	<b>σ - Средняя производительность капитала</b>	<b>Y<sub>0</sub> - Начальное значение выпуска</b>	<b>T - Расчетный интервал</b>
<b>1</b>	0,6	1,8	20	10
<b>2</b>	0,4	1,9	50	10
<b>3</b>	0,65	1,5	100	10
<b>4</b>	0,7	1,2	80	12
<b>5</b>	0,55	1,9	40	11
<b>6</b>	0,75	1,6	55	10
<b>7</b>	0,8	1,1	150	12

<b>8</b>	0,58	1,43	100	11
<b>9</b>	0,72	1,57	80	10
<b>10</b>	0,48	1,9	120	12

3. Построить графики функций  $Y(t)$ ,  $C(t)$ ,  $I(t)$ ,  $t \in [0; T]$  на одном графике!
4. Показать, что для любых значений  $t$  и  $t+1$  выполняется условие
 
$$\frac{\Delta Y(t+1)}{Y(t)} = \frac{\Delta C(t+1)}{C(t)} = \frac{\Delta I(t+1)}{I(t)} = \sigma_s .$$
5. Построить семейство графиков  $Y(t)$  как функцию от нормы сбережения в интервале  $[0,1;1,0]$  при  $\sigma = \{1.2, 1.6, 1.8, 2.0\}$ .

### Указания

1. Все данные, приведенные в таблице, должны передаваться в разрабатываемую функцию в качестве параметров.
2. В качестве начальных значений (при инициализации) всем эндогенным переменным присвоить ноль.

### Задание №3. Исследование дискретной модели Солоу-Свана

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

1. Рассчитать значение капиталовооруженности в стационарной точке  $k^*$  и точке, соответствующей золотому правилу накопления капитала  $k^g$  (для этого необходимо использовать соотношения:  $sf(k^*) = k^*(n + \delta)$  и  $\frac{df(k^g)}{dk} = (n + \delta)$ ).
2. Построить графики функций  $y(t)$ ,  $k(t)$ ,  $I(t)$ ,  $c(t)$ .
3. Построить график движения экономики к стационарной точке  $k^*$  и графически определить ее.
4. Построить графики, позволяющие графически определить точку  $k^g$ , соответствующую золотому правилу накопления капитала.
5. Построить графики, описывающие темпы прироста капиталовооруженности при разных нормах сбережения.
6. Построить графики, описывающие темпы прироста производительности труда при разных нормах сбережения.

### Исходные данные

Номер варианта	s – Норма сбережения	$\delta$ – норма амортизации	n – темп роста труда	$\alpha$ – коэффициент эластичности капитала
<b>1</b>	0,5	0,25	0,01	0,6
<b>2</b>	0,8	0,26	0,015	0,63
<b>3</b>	0,55	0,27	0,02	0,66

<b>4</b>	0,75	0,28	0,025	0,69
<b>5</b>	0,6	0,29	0,03	0,72
<b>6</b>	0,7	0,30	0,035	0,75
<b>7</b>	0,65	0,31	0,04	0,78
<b>8</b>	0,75	0,32	0,01	0,8
<b>9</b>	0,56	0,33	0,015	0,64
<b>10</b>	0,76	0,35	0,02	0,74

Производственная функция	$k(1)$	Уровни вариации нормы сбережения $s$	Интервал моделирования
$k^\alpha$	0,1	$s^g - 0,1; s^g + 0,1$	[1;100]

#### **Задание №4. Исследование моделей движения основных фондов**

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

1. Рассчитать темп прироста основного капитала, используя данные, приведенные в таблице ниже. В качестве функции  $Y(t)$  использовать производственную функцию, полученную в задании №3. Норму выбытия рассчитать по формуле  $\beta=1/T_0$ , где продолжительность жизни вводимого капитального блага приведена в таблице. Построить графики для ввода, вывода и текущего запаса капитала.
2. Скорректировать расчет выбытия основного капитала согласно Оленеву. Построить соответствующий график для вывода капитала (для сравнения привести графики из данного задания и из задания 1 на одном рисунке).

#### **Исходные данные**

<b>Номер варианта</b>	$s$ – норма накопления	$T_0$ – продолжительность жизни вводимого капитального блага	$K_0$ – запас капитала при $t=0$	Темп демонтажа оборудования
<b>1</b>	0,5	10	200	0,1
<b>2</b>	0,8	5	400	0,13
<b>3</b>	0,55	12	600	0,26
<b>4</b>	0,75	3	800	0,19
<b>5</b>	0,6	15	1000	0,22
<b>6</b>	0,7	20	900	0,15
<b>7</b>	0,65	8	700	0,18

<b>8</b>	0,75	25	500	0,08
<b>9</b>	0,56	1	300	0,14
<b>10</b>	0,76	10	250	0,24

### **Задание 5. Модели функции дожития**

Разработать лист вычислений дискретной модели с помощью таблиц Excel.

Использовать все данные из задания №4.

1. Используя значение  $T_0$ , продолжительности жизни вводимого капитального блага, построить три графика для моделей функции дожития: прямоугольной (от 0 до  $T_0$ ), линейной (от 0 до  $2T_0$ ) и гиперболической (от 0 до  $L \cdot T_0$ ). Функция для гиперболической модели – парабола с вершиной в точке  $(0;1)$ , пересекающая ось  $OX$  в точке  $(L \cdot T_0;0)$ .
2. Используя полученные результаты, рассчитать текущую стоимость ОФ и построить график.
3. Рассчитать табличную функцию выбытия ОФ и построить ее график. При определении значения  $I(t)$  использовать данные из заданий 3 и 4.

#### **Исходные данные**

<b>Номер варианта</b>	<b>L</b>
<b>1</b>	1,5
<b>2</b>	1,8
<b>3</b>	1,35
<b>4</b>	1,75
<b>5</b>	1,6
<b>6</b>	1,7
<b>7</b>	1,65
<b>8</b>	1,75
<b>9</b>	1,56
<b>10</b>	1,46

**Тема доклада**

	<b>Раздел 2. Дискретные модели экономического роста</b>	количество ак. часов*	Фамилия студента
1	Модель потенциального выпуска для трудовых ресурсов, моделирование технического прогресса. Модели функции дожития	3	1. 2. 3.
	<b>Раздел 3. Системы массового обслуживания</b>		
2	Структура СМО. Модели чистого рождения и гибели.	2	1. 2.
3	Обобщенная модель СМО. Функциональные характеристики СМО.	1	1.
4	Обобщенная модель СМО. Специализированные системы обслуживания с пуассоновским распределением. Функциональные характеристики стационарных систем обслуживания	1	1.
5	Модель с одним сервисом. Модели с несколькими сервисами. Модель с параллельными сервисами. Модели самообслуживания и ремонта.	3	1. 2.
6	Модель со стоимостными характеристиками. Модель предпочтительного уровня обслуживания.	3	1. 2.

\* - 1академ.час=45 минут

Пропускная система в метро это

- a. система массового обслуживания с ожиданием ✓
- b. система массового обслуживания с ограниченной длиной очереди
- c. система массового обслуживания с отказами
- d. система массового обслуживания с ограниченным временем ожидания

Эластичность выпуска по труду имеет ограничения

- a. целые числа
- b.  $(0,1)$  ✓
- c.  $(-\infty,0)$
- d.  $(1,+\infty)$

Это стоимость основных фондов на момент постановки на учёт в бухгалтерском балансе

- a. Остаточная первоначальная стоимость основных фондов
- b. Остаточная восстановительная стоимость основных фондов
- c. Восстановительная стоимость основных фондов
- d. Балансовая стоимость основных фондов ✓
- e. Полная первоначальная стоимость основных фондов
- f. Текущая стоимость основных фондов

Запись  $e_N = O(h^p)$  означает, что (возможно несколько правильных ответов)

- a. Порядок рассматриваемого численного метода равен  $p$  ✓
- b. Порядок рассматриваемого численного метода больше  $p$
- c. Глобальная ошибка метода есть  $O$  от  $h^p$
- d. Глобальная ошибка метода есть  $O$  от  $h^p$  ✓

Телефонная сеть это

- a. система массового обслуживания с ограниченным временем ожидания
- b. система массового обслуживания с ожиданием
- c. система массового обслуживания с ограниченной длиной очереди
- d. система массового обслуживания с отказами ✓

В состав материальных основных фондов включают:

- a. научные статьи
- b. произведения искусства (картины, скульптуры, литературные произведения и т. п.)
- c. фотографии
- d. измерительные и регулирующие приборы и устройства ✓
- e. производственный и хозяйственный инвентарь ✓
- f. базы данных
- g. рабочий, продуктивный и племенной скот ✓
- h. инструмент ✓
- i. жилища ✓
- j. транспортные средства ✓
- k. сооружения ✓
- l. уникальные дизайнерские решения (логотипы, дизайн товара)
- m. многолетние насаждения ✓
- n. вычислительную и оргтехнику ✓
- o. машины и оборудование ✓

Для дискретной модели Харрода - Домара при постоянных капиталовложениях характерен

- a. непрерывный рост выпуска продукции или дохода с постоянным гарантированным темпом роста  $s\sigma$
- b. периодические колебания объема выпуска продукции или уровня дохода
- c. постоянный объем выпуска продукции или постоянный уровень дохода
- d. непрерывный рост выпуска продукции или дохода с постоянным гарантированным темпом роста  $\ln(1+s\sigma)$  ✓

Моделью экономического роста являются

- a. Модель пересекающихся поколений ✓
- b. Модель Солоу - Свана ✓
- c. Рамсея - Касса ✓
- d. Модель Харрода - Домара ✓
- e. Модель Джексона - Вэника

Неявные одношаговые численные методы решения дифференциальных уравнений характеризуются тем, что

- a. Искомая величина  $X_{k+1}$  входит только в левую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных  $(t_{k+1}, X_{k+1})$  требуется информация только о предыдущем  $(t_k, X_k)$
- b. Искомая величина  $X_{k+1}$  входит только в левую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных  $(t_{k+1}, X_{k+1})$  требуется информация об  $m$  предыдущих точках
- c. Искомая величина  $X_{k+1}$  входит как в левую так и в правую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных  $(t_{k+1}, X_{k+1})$  требуется информация об  $m$  предыдущих точках
- d. Искомая величина  $X_{k+1}$  входит как в левую так и в правую часть схемы численного метода; для расчета неизвестных  $(t_{k+1}, X_{k+1})$  требуется информация только о предыдущем  $(t_k, X_k)$  ✓

Функция Кобба - Дугласа в удельных показателях равна:

- a.  $y = k^\alpha$  ✓
- b.  $y = k^\alpha l^{1-\alpha}$
- c.  $y = K^\alpha L^{1-\alpha}$
- d.  $y = l^{1-\alpha}$

## Вопросы к экзамену по дисциплине "Дискретные модели"

1. Максимальный поток в транспортной сети.
2. Задача о назначениях.
3. Описание процессов с помощью дифференциальных уравнений.
4. Система хищник-жертва.
5. Понятие дискретизации.
6. Модели с дискретным временем.
7. Методы решения дифференциальных уравнений и разностных уравнений
8. Экономические задачи, для которых требуется решение разностных уравнений
9. Модель Харрода-Домара: постулаты, схема функционирования
10. Модель Солоу-Свана: постулаты, схема функционирования
11. Модель потенциального выпуска для основных фондов
12. Модель потенциального выпуска для трудовых ресурсов, моделирование технического прогресса
13. Модель дожития
14. Аналитические законы смертности.
15. Конечные цепи Маркова.

