



**Рабочая программа дисциплины (модуля) принята:**  
Ученым советом математического факультета

Протокол заседания № 11 от «24» 08 2020 г.

Председатель Ученого совета  
математического факультета  Е.А. Сбродова

Секретарь Ученого совета  
математического факультета  С.А. Никитина

**Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована кафедрой**  
компьютерной безопасности и прикладной алгебры

Протокол заседания № 13 от «27» июля 2020 г.

Заведующий кафедрой  А.Н. Ручай

Автор (составитель):  
Д-р физ.мат.наук, профессор  А.А. Соловьев

**Структура рабочей программы соответствует приказу ректора**  
**ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «05» декабря 2018 г. № 678-1**

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья

Рабочая программа дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" по направлению подготовки (специальности) "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 1 "Анализ безопасности компьютерных систем": ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 4
---	--------

### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью дисциплины является приобретение систематизированных знаний в области теории вероятностей и математической статистики.

Задачи дисциплины:

- обучение студентов основным методам теории вероятностей и математической статистики;
- формирование у студентов навыков построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений;
- формирование научного мировоззрения, развитие логического мышления, умение выполнять сложные комплексные задания;
- повышение общего уровня профессиональной подготовки и научного кругозора каждого студента.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:	Б1.Б.1.13
<b>2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Освоение дисциплины опирается на знания по элементарной математике, полученные студентами в средней школе и требует предварительных знаний по математическому анализу, изучаемому в университете.	
Математический анализ	
<b>2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Данная дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин:	
Дискретная математика	
Теория информации	
Теоретико-числовые методы в криптографии	
Криптографические методы защиты информации	

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-2: способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов**

**Знать:**

– аппарат теории вероятностей и математической статистики

**Уметь:**

– применять аппарат теории вероятностей и математической статистики при решении задач

**Владеть:**

– методами теории вероятностей и математической статистики

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1 Знать:</b>	
3.1.1	– аппарат теории вероятностей и математической статистики.
<b>3.2 Уметь:</b>	
3.2.1	– применять аппарат теории вероятностей и математической статистики при решении задач.
<b>3.3 Владеть:</b>	
3.3.1	– методами теории вероятностей и математической статистики.

### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>11 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 396 в том числе : аудиторные занятия : 198 самостоятельная работа : 135 часов на контроль : 63	Виды контроля в семестрах:  экзамены 4, 6 зачеты 5

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	<b>Раздел 1. 1. Теория вероятностей</b>			
1.1	Аксиоматика теории вероятностей. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.2	Независимость событий и условные вероятности. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.3	Классические вероятностные схемы и классические предельные теоремы. /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.4	Случайные величины и случайные векторы. /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.5	Числовые характеристики случайных величин. /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.6	Характеристические и производящие функции. /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.7	Сходимость случайных величин и предельные теоремы. /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.8	Нормальное многомерное распределение /Лек/	4	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.9	Множества. Операции над множествами. Способы доказательства тождеств над множествами. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.10	Выборки из конечной генеральной совокупности (упорядоченные и неупорядоченные, с возвращением и без возвращения). Комбинаторные числа. Вычисление мощностей различных комбинаторных множеств. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.11	Вероятностные эксперименты (эксперименты с непредсказуемыми исходами). Вероятностные пространства. Построение вероятностных пространств для вероятностных экспериментов. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.12	Конечное вероятностное пространство с классическим типом вероятности. Обоснование типа вероятности. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.13	Мера Жордана. Вероятностное пространство с геометрическим типом вероятности. Обоснование типа вероятности. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.14	Условные вероятности и независимость. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.15	Формула полной вероятности и формулы Байеса. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.16	Биномиальная схема испытаний. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.17	Полиномиальная схема испытаний. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.18	Применение классических предельных теорем в приближенных расчетах. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

Рабочая программа дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" по направлению подготовки (специальности) "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 1 "Анализ безопасности компьютерных систем": ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 6
1.19	Случайные величины на вероятностных пространствах: явное задание и вычисление распределений. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.20	Случайные величины на вероятностных пространствах: вычисление числовых характеристик (математического ожидания, дисперсии, моментов). /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.21	Случайные величины на вероятностных пространствах: доказательство независимости и вычисление характеристик зависимости (ковариации и коэффициента корреляции). /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.22	Производящие и характеристические функции основных распределений. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.23	Последовательности случайных величин: различные виды сходимости, построение контрпримеров. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.24	Последовательности случайных величин: проверка выполнения ЗБЧ и ЦПТ. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.25	Нормальное многомерное распределение. /Пр/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.26	Дискретные вероятностные пространства. /Ср/	4	20	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.27	Случайные величины и предельные теоремы. /Ср/	4	16	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
<b>Раздел 2. Экзамен</b>				
2.1	/Экзамен/	4	36	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
<b>Раздел 3. 2. Элементы математической статистики</b>				
3.1	Основные понятия. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.2	Точечное оценивание параметров распределений /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.3	Интервальное оценивание параметров распределений. /Лек/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.4	Проверка статистических гипотез по выборкам фиксированного объема (параметрическая статистика). /Лек/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.5	Проверка статистических гипотез по выборкам фиксированного объема (непараметрическая статистика). /Лек/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.6	Проверка статистических гипотез по выборкам нефиксированного объема (последовательный анализ) /Лек/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.7	Статистическая теория распознавания образов. /Лек/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.8	Точечное оценивание параметров распределений. Проверка несмещенности и состоятельности различных оценок. /Пр/	5	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.9	Информация по Фишеру о параметре. Вычисление ее количества для различных статистических моделей (нормальной, экспоненциальной, биномиальной и т.д.). /Пр/	5	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

Рабочая программа дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" по направлению подготовки (специальности) "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 1 "Анализ безопасности компьютерных систем": ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 7
3.10	Построение доверительных интервалов для параметров различных распределений. /Пр/	5	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.11	Статистические гипотезы. Критерий проверки гипотез. Вероятности ошибок при проверке гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка простых гипотез о значении параметров нормального распределения. /Пр/	5	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.12	Проверка гипотез с применением критерия $\chi^2$ . /Пр/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.13	Точечные оценивания параметров распределений. /Ср/	5	36	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.14	Точечные оценивание параметров распределений. /Ср/	5	36	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
<b>Раздел 4.3. Случайные процессы</b>				
4.1	Основные понятия. Случайные стационарные процессы. /Лек/	6	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.2	Дискретные цепи Маркова. /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.3	Пуассоновский процесс. /Лек/	6	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.4	Процесс гибели и размножения /Лек/	6	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.5	Элементы теории массового обслуживания. /Лек/	6	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.6	Дискретные цепи Маркова. Эргодические цепи Маркова /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.7	Возвратные состояния. Сообщающиеся состояния, неразложимая цепь Маркова. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.8	Случайные процессы. Конечномерные распределения. Условия согласования. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.9	Пуассоновский процесс. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.10	Процесс гибели и размножения. Процесс чистого размножения, теорема Феллера. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.11	Система массового обслуживания с потерями, формула Эрланга. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.12	Система массового обслуживания с очередностью. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.13	Гауссовские случайные процессы. Построение гауссовских случайных процессов. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.14	Линейные фильтры. Спектральные функции. Белый гауссовский шум. /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

Рабочая программа дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" по направлению подготовки (специальности) "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 1 "Анализ безопасности компьютерных систем": ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 8
4.15	Цепи Маркова. /Ср/	6	9	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.16	Случайные процессы. /Ср/	6	9	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
4.17	Системы массового обслуживания. /Ср/	6	9	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3
<b>Раздел 5. Экзамен</b>				
5.1	/Экзамен/	6	27	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа  
Вопросы для зачета и экзамена

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Пример контрольной работы № 1, 4-й семестр

Задача 1. Буквы, составляющие фамилию студента, написали на карточках, затем карточки перетасовали и стали выкладывать в ряд в случайном порядке. Какова вероятность того, что в результате получится фамилия студента?

Задача 2. Из десяти билетов выигрышными являются два. Определить вероятность, что среди взятых наудачу пяти билетов хотя бы один выигрышный.

Задача 3. В квадрат с вершинами  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  наудачу брошена точка. Обозначим ее координаты через  $X, Y$ . Предполагается, что вероятность попадания в область, лежащую целиком внутри квадрата, зависит лишь от площади этой области и пропорциональна ей:  
найти для  $0 < t < 1$  вероятности  $P\{\text{vert } X - Y \text{vert} < t\}$ ;

Задача 4. Выразить через функцию распределения случайной величины  $X$  вероятность следующего события:  $P\{a < X \leq b\}$ .

Задача 5. Вероятность некоторого события равна  $p$  в каждом из  $n$  независимых испытаний. При  $n=4000$  вероятность отклонения частоты события от вероятности  $p=1/4$  равна  $0.985$ . В каких границах заключено число появлений события?

Пример контрольной работы № 1, 5-й семестр

Задача 1. На вход трехканальной системы с отказом времени ожидания поступает пуассоновский поток заявок с плотностью  $\lambda=3$  (заявки в час). Среднее время обслуживания одной заявки  $m=20$  мин. Определить, существует ли установившийся режим обслуживания; если да, то найти вероятности  $p_0, p_1, p_2, p_3$ .

Задача 2. Задана матрица вероятностей перехода для цепи Маркова за один шаг

$$\begin{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \end{matrix} \end{matrix} \end{matrix}$$

Найти матрицу перехода данной цепи за 5 шагов

Задание 3. Рассмотрим две рядом стоящие телефонные кабины, общая очередь перед которыми не бывает более трех человек (лишние уходят к другим кабинам). Поток людей, желающих позвонить по телефону, является пуассоновским и имеет интенсивность 15 человек в час. Время, проводимое в кабине, распределено по экспоненциальному закону и составляет 3 мин. Найти вероятность того, что человеку придется искать другую кабину.

Задача 4. Задан процесс гибели и размножения с  

$$\begin{matrix} \backslash \text{begin}\{equation*\} \\ \lambda_n = \frac{\lambda}{n+1}, \mu_n = \mu, n=1,2,\dots \\ \backslash \text{end}\{equation*\} \end{matrix}$$
 Найти стационарное распределение.

Задача 5. В поликлинике в кабинете флюорографии проходит прием в среднем 2 человек в минуту. Время приема распределено по показательному закону. Поток посетителей пуассоновский с интенсивностью 5 человек в минуту. Очередь посетителей, ожидающих приема, не ограничена. Определить среднюю длину очереди.

Пример контрольной работы (расчетного задания), 6-й семестр

Задание 1.  
 По данной реализации выборки  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .  
 а) построить график эмпирической функции распределения;  
 б) Вычислить выборочное среднее и дисперсию.

Вариант 1. (1; 2; 0; 0; 4; 6; 6; 2; 3)

Задание 2.  
 Найти оценки параметров по первому и второму моментам и методом максимального правдоподобия.  
 Вариант 1. Случайные величины принимают значения 0, 1, 2 с вероятностями

$P\{X=0\} = (1-p)^2, P\{X=1\} = 2p(1-p), P\{X=2\} = p^2$ .

Задание 3.  
 Дана выборка нормального распределения с неизвестными параметрами. Найти точечные оценки и доверительные интервалы уровня 0,95 для математического ожидания и дисперсии.  
 Вариант 1. 2,3 1,7 2,7 2,0 2,0 1,6

Задание 4.  
 По критерию Колмогорова и по критерию хи-квадрат Пирсона проверить гипотезу о том, что выборка из равномерного распределения на отрезке [0, 2]. Оценить достижимый уровень значимости и сделать вывод о принятии гипотезы на уровне 0, 1; на уровне 0, 01; на уровне 0, 001.  
 Вариант 1 0 2 1 3 0 2 1 9 1 5 1 5 1 1 0 5 0 3 1 8 0 5 1 3 0 9 1 9 1 9 2 0

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

База вопросов

- Часть 1. 4 семестр.  
 Теория вероятностей
1. Случайные события.
  2. Классическая определение вероятностей.
  3. Вероятностные пространства, функция вероятностей, свойства функции вероятностей.
  4. Основные комбинаторные величины.
  5. Геометрические вероятности.
  6. Условные вероятности, формула полной вероятности, формула Байеса.
  7. Независимые события. Схема Бернулли.
  8. Дискретные случайные величины, примеры.
  9. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства.
  10. Функция распределения случайной величины, свойства функции распределения.

11. Случайные величины, имеющие плотность распределения. Свойства плотности распределения.
12. Математическое ожидание случайной величины, имеющей плотность.
13. Нормальное распределение. Показательное распределение. Пуассоновское распределение. Биномиальное распределение. Равномерное распределение.
14. Дисперсия случайной величины, свойства дисперсии.
15. Коэффициент корреляции, свойства коэффициента корреляции.
16. Ковариация случайных величин.
17. Неравенства Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Теорема Бернулли.
18. Локальная предельная теорема
19. Предельная теорема Пуассона.
20. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
21. Понятие характеристической функции случайной величины. Вычисление характеристических функций некоторых случайных величин.
22. Центральная предельная теорема.
23. Виды сходимости последовательностей случайных величин.
24. Закон «0» и «1» Н.А. Колмогорова.

Часть 2. 5 семестр.

Математическая статистика

1. Центральная предельная теорема.
2. Сходимость почти наверное, слабая сходимость, сходимость по вероятности. Взаимозависимость различных видов сходимости.
3. Закон больших чисел.
4.  $\chi^2$ -распределение. Распределение Стьюдента.
5. Математическая модель независимых измерений. Эмпирическая функция распределения. Теорема Гливленко. Теорема Колмогорова.
6. Выборочные моменты. Теоремы о предельном поведении выборочных моментов и выборочных центральных моментов.
7. Оценки. Несмещенные оценки. Теорема о выборочном среднем и выборочной дисперсии. Состоятельные оценки. Теорема о состоятельности.
8. Неравенство Рао-Крамера. Эффективность оценки.
9. Метод моментов получения оценок. Метод наибольшего правдоподобия. Теорема об асимптотической нормальности и асимптотической несмещенности оценок, полученных методом наибольшего правдоподобия.
10. Теорема об асимптотической нормальности выборочных моментов.
11. Теорема об асимптотической нормальности выборочной дисперсии.
12. Теорема об асимптотической нормальности распределения функции от асимптотически нормально распределенной последовательности случайных векторов.
13. Теорема Госсета. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
14. Общий подход к доверительному оцениванию.
15. Статистическая проверка гипотезы.  $\chi^2$ -статистика Пирсона. Теорема
16. Пирсона. Теорема Фишера. Критерий Колмогорова. Критерий Смирнова.
17. S-критерий проверки статистических гипотез. Простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Выбор оптимального S - критерия. Теорема Неймана-Пирсона.

Часть 3. 6 семестр.

Случайные процессы.

1. Определение случайной функции (процесса). Определение марковского процесса как случайного процесса с дискретными состояниями и дискретным временем (цепи Маркова).
2. Однородная цепь Маркова, матрица переходных вероятностей. Свойство стохастичности. Вычисление матрицы переходных вероятностей за несколько шагов. Уравнение Колмогорова.
3. Теорема о предельных вероятностях как вероятностях попадания в состояния через большой промежуток времени. Обобщения теоремы о предельных вероятностях.
4. Вероятность возвращения системы в исходное состояние. Возвратные и невозвратные состояния. Критерий возвратности. Среднее число возвращений системы в исходное состояние.
5. Формулировка теоремы о поведении системы в течение большого промежутка времени.
6. Достижимые состояния, сообщающиеся состояния. Неразложимая цепь Маркова. Теорема о солидарности. Критерий существования предельных вероятностей.
7. Случайное блуждание по решетке на прямой, на плоскости и в пространстве.
8. Случайное блуждание по целым точкам отрезка. Конечномерные распределения случайного процесса с непрерывным временем. Условия согласования конечномерных распределений случайного процесса. Теорема Колмогорова о задании случайного процесса.
9. Определение стационарного процесса с непрерывным временем. Моменты стационарного процесса.
10. Процесс с независимыми приращениями. Определение пуассоновского процесса.

11. Теорема о распределении вероятностей пуассоновского процесса. Свойство марковости пуассоновского процесса. Формулировка теоремы о независимости промежутков времени между двумя последовательными скачками пуассоновского процесса.
12. Процесс гибели и размножения.
13. Процесс чистого размножения. Теорема Феллера.
14. Система массового обслуживания с потерями. Формула Эрланга.
15. Чистая система массового обслуживания с ожиданием.
16. Чистая система массового обслуживания с ограничением по длине очереди.

#### 6.4. Критерии оценивания

Порядок проведения промежуточной аттестации  
 Часть 1. Теория вероятностей. 4 семестр.

В течении 4-го семестра по курсу теории вероятностей проводятся две контрольные работы по разделам 1.1, 1.2 и 1.3 (дискретная теория вероятностей) и разделам 1.4 – 1.8 (непрерывные случайные величины). Максимальное количество баллов за каждую контрольную работу – 30 баллов.

Экзамен проводится в этапа. На первом этапе студент отвечает на вопросы со свободным ответом, которые не предполагают вариантов ответа. Правильный ответ требуется написать самостоятельно. Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос – 20. На втором этапе студент выполняет несколько практических заданий. Всего предлагается 3-4 задачи. Максимальный балл за практическую часть билета экзамена – 20. Продолжительность выполнения 45 – 60 минут.

Сводная таблица рейтинга успеваемости (4 семестр)

№ Перечень контрольных мероприятий в семестре Максимальное кол-во баллов

1 Контрольная работа №1,2		2x30=60
2 Экзамен (теоретический вопрос)	20	
3 Экзамен (практическая часть)	20	
4 Итого		100

Часть 2. Математическая статистика. 5 семестр.

В пятом семестре по курсу математическая статистика проводятся две контрольные работы по разделам 3.1 – 3.7.

Максимальное количество баллов за контрольную работу – 30 баллов.

Максимальное количество баллов за зачет – 40 баллов.

Сводная таблица рейтинга успеваемости (5 семестр)

№ Перечень контрольных мероприятий в семестре Максимальное кол-во баллов

1 Контрольная работа №1,2		2x30=60
2 Зачет	40	
3 Итого		100

Часть 3. 6 семестр. Случайные процессы.

На протяжении 6-го семестра по курсу теории случайных процессов проводятся две контрольные работы (расчетных задания) по разделам 4.1-4.4, а также разделу 4.5. Максимальное количество баллов за каждую контрольную работу – 30 баллов.

Экзамен проводится в этапа. На первом этапе студент отвечает на вопросы со свободным ответом, которые не предполагают вариантов ответа. Правильный ответ требуется написать самостоятельно. Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос – 20. На втором этапе студент выполняет несколько практических заданий. Всего предлагается 3-4 задачи.

Максимальный балл за практическую часть билета экзамена – 20. Продолжительность выполнения 45 – 60 минут.

Сводная таблица рейтинга успеваемости (6 семестр)

№ Перечень контрольных мероприятий в семестре Максимальное кол-во баллов

1 Контрольная работа (расчетные задания) №1,2		2x30=60
2 Экзамен (теоретический билет)	20	
3 Экзамен (практическая часть)	20	
4 Итого		100

Критерии оценивания теоретического вопроса экзамена

Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос – 20 баллов.

Отлично/зачтено/17-20 баллов - Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, в котором он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса.

Хорошо/зачтено/13-16 баллов - Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, в котором студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако

допускается неточность в ответе.

Удовлетворительно/зачтено/8-12 баллов - Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.

Неудовлетворительно/незачтено/0-8 баллов - Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Критерии оценивания практической части экзамена

Максимальный балл за практическую часть экзамена – 20 баллов.

Отлично/зачтено/17-20 баллов - Обучающийся отлично знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения, грамотно изъясняется с использованием точных терминов и названий. Обучающийся практически не допускает ошибок.

Хорошо/зачтено/13-16 баллов - Обучающийся хорошо знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения, грамотно изъясняется с использованием точных терминов и названий. Обучающийся допускает незначительные ошибки.

Удовлетворительно/зачтено/8-12 баллов - Обучающийся знаком с материалом, но допускает фактические ошибки.

Неудовлетворительно/незачтено/0-8 баллов - Обучающийся не знает основных положений вопроса, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми фактическими ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы.

Критерии оценивания контрольной работы/расчетного задания

Максимальный балл за контрольную работу – 30 баллов.

Отлично/зачтено/25-30 баллов - Работа выполнена в срок, обучающийся отлично знает материал, умеет анализировать проблему и может грамотно прокомментировать выполненную работу.

Хорошо/зачтено/20-24 балла - Работа выполнена в срок, обучающийся хорошо знает материал, умеет анализировать проблему и может грамотно прокомментировать выполненную работу. Обучающийся допускает незначительные ошибки.

Удовлетворительно/зачтено/15-19 баллов - Работа выполнена и сдана позднее, чем предполагалось, и при этом обучающийся знает материал, умеет анализировать проблему и может грамотно прокомментировать выполненную работу. Обучающийся допускает ошибки.

Неудовлетворительно/незачтено/0-14 баллов - Работа не выполнена, либо обучающийся не может ответить на контрольные вопросы, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми фактическими ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы.

Критерии оценивания зачета

Максимальный балл за зачет – 40 баллов.

Максимальный балл за ответ – 10 баллов.

Работа включает 4 задания.

Отлично/зачтено/9-10 баллов - Обучающийся отлично знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения, грамотно изъясняется с использованием точных терминов и названий. Обучающийся практически не допускает ошибок.

Хорошо/зачтено/7-8 баллов - Обучающийся хорошо знает материал, умеет анализировать проблему и аргументировано изложить свою точку зрения, грамотно изъясняется с использованием точных терминов и названий. Обучающийся допускает незначительные ошибки.

Удовлетворительно/зачтено/5-6 баллов - Обучающийся знаком с материалом, но допускает фактические ошибки.

Неудовлетворительно/не зачтено/0-4 балла - Обучающийся не знает основных положений вопроса, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми фактическими ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы.

При подведении итогов зачета учитываются:

25–40 баллов – зачет

0-24 балла – незачет.

При подведении итогов экзамена учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации.

Для экзамена

0-59 баллов - неудовлетворительно (2);

60-74 баллов - удовлетворительно (3);

Рабочая программа дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" по направлению подготовки (специальности) "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 1 "Анализ безопасности компьютерных систем": ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 13
75-90 баллов - хорошо (4); 91-100 баллов - отлично (5). 76-90 91-100	

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Зубков А. М., Севастьянов Б. А., Чистяков В. П.	Сборник задач по теории вероятностей ( <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=154">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=154</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2009	ЭБС
Л1.2	Боровков А. А.	Математическая статистика ( <a href="https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3810">https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=3810</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2010	ЭБС
Л1.3	Бородин А. Н.	Случайные процессы ( <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=12935">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=12935</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2013	ЭБС

#### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Бородин А. Н.	Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики ( <a href="https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2026">https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=2026</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2011	ЭБС
Л2.2	Феллер В., Колмогоров А. Н.	Введение в теорию вероятностей и ее приложения ( <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458324">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458324</a> )	Москва: Мир, 1967	ЭБС
Л2.3	Емельянов Г. В., Скитович В. П.	Задачник по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие ( <a href="https://e.lanbook.com/book/113941">https://e.lanbook.com/book/113941</a> )	Санкт-Петербург : Лань, 2019	ЭБС

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

Adobe Reader

MS Office365

Notepad++

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992.
2. Консультант Плюс [Электронный ресурс] : справочно-правовая система : база данных / Регион. центр правовой информ. Информправо.
3. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : научная электронная библиотека [научной периодики на русском языке]. — Москва, [1999-]. - Доступ к полным текстам после регистрации из сети ЧелГУ. – URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.
4. Moodle [Электронный ресурс]: система дистанционного обучения : [база данных] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [б.г.]. – Доступ из сети ЧелГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.uio.csu.ru/login/index.php>.
5. Научная библиотека Челябинского государственного университета [Электронный ресурс] : [сайт] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [2001-]. – Режим доступа: <http://www.lib.csu.ru/>, свободный. – Загл. с экрана.
6. Интернет университет информационных технологий [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – Режим доступа : <http://www.intuit.ru/>

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Рабочая программа дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" по направлению подготовки (специальности) "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 1 "Анализ безопасности компьютерных систем": ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 14
Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.	

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

<p>Студенту желательно проявлять активное участие на занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.</p> <p>Важным моментом при изучении любой дисциплины является организация самостоятельной работы</p> <p>Для успешного усвоения материала студенту необходимо получить достаточное количество баллов по следующим формам обучения:</p> <p>Лекционная форма, которая предполагает посещение и конспектирование лекций. Лекционные занятия могут проводиться как в классической форме, предполагающее устное изложение материала преподавателем и конспектированием материала студентам, так и форме семинара, студентам предлагается совместное решение теоретических задач при возможной помощи преподавателя. Кроме того, часть лекций сопровождается интерактивными материалами для лучшего понимания геометрической интерпретации материала.</p> <p>Практические занятия могут проводиться в классической форме, предполагающее устное изложение материала преподавателем и решение студентами предложенных задач, позволяющим лучше понять и закрепить материал.</p> <p>Учебный курс строится таким образом, чтобы способствовать созданию у студента понятийно-теоретического ядра и развитию практического навыка решения математических задач.</p> <p>В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, видеохостинг YouTube, форумы, электронная почта и др.).</p> <p>Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.</p> <p>Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.</p> <p>При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.</p> <p>Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применяться компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.</p>
--

## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

<p>Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и голо информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения: портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля с синтезатором речи «EIBraile-W14J G2»; ноутбуки с программной экранного доступа NVDA; электронные увеличители для удаленного просмотра; видеувеличители портативные; тифлоплеер; цифровые диктофоны.</li> <li>2. Мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями слуха: система свободного звукового поля со встроенной совместимостью с FM-устройствами; радиоклассы «Сонет-PCM» с передатчиком, заушным индуктором и индукционной петлей; система информационная для слабослышащих переносная «Исток» А2 со встроенным плеером – звуковым информатором; документ-камера; программируемые слуховые аппараты индивидуального пользования.</li> <li>3. Ассистивные информационные технологии: программное обеспечение экранного доступа с синтезом речи NVDA; программы экранного увеличения; программы речевого синтеза для компьютеров и ноутбуков;</li> </ol>
--

программы речевого синтеза для мобильных устройств; экранная клавиатура; экранная лупа.

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации NVDA, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах, с помощью специальных технических и программных средств (рабочее место для незрячего пользователя с программным обеспечением экранного доступа с синтезом речи NVDA, рабочее место с компьютерным роллером и клавиатурой Clevy с большими кнопками и с разделяющей клавиши накладкой).

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме шрифтом Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий (Moodle, Adobe Connect Pro и пр.).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья используется индивидуальная работа. Под индивидуальной работой подразумевается две формы взаимодействия с преподавателем: индивидуальная учебная работа (консультации), т.е. дополнительное разъяснение учебного материала и углубленное изучение материала с теми обучающимися, которые в этом заинтересованы, и индивидуальная воспитательная работа. Индивидуальные консультации направлены на индивидуализацию обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или обучающимся с ограниченными возможностями здоровья.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей, обучающихся:

- а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме шрифтом Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);
- б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);
- в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.