

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 15:40:42 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bf8961506c077a48609a878808522525	Рабочая программа дисциплины "Дополнительные главы уравнений с частными производными" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профиль) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Дополнительные главы уравнений с частными производными

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины состоит в освоении основных понятий и методов обобщенного решения краевых задач классической математической физики.

Задачи дисциплины заключаются в развитии следующих знаний, умений и навыков личности:

- изучение теоретических основ решения краевых задач классической математической физики;
- овладение основными навыками и методами обобщенного решения корректно поставленных краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ПК-1.1. Обладает знаниями об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований.

ПК-1.2. Демонстрирует умения: проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам.

ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.В.1.05

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Для усвоения дисциплины обучаемый должен обладать математической подготовкой, предусматривающей владение навыками и понятиями в объеме курса математического анализа, функционального анализа, теории случайных процессов, теории дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными для математических специальностей, а также

Обобщенные функции

Динамические системы

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Дисциплина изучается в последнем (8) семестре обучения. Знания по данной дисциплине могут быть полезны для:

Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок

Знать:

основные методы проведения научно-исследовательских разработок; способы планирования и организации исследований.

Уметь:

проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам.

Владеть:

навыками проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:

3.1.1 базовые знания, полученные в области уравнений с частными производными.

3.2 Уметь:



Рабочая программа дисциплины "Дополнительные главы уравнений с частными производными" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

3.2.1 проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в области уравнений с частными производными.

3.3 Владеть:

3.3.1 проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость		3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	: 108	Виды контроля в семестрах: зачеты 8
в том числе	:	
аудиторные занятия	: 30	
самостоятельная работа	: 77,8	
контактная работа:	30,2	
ИКР:	0,2	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Пространства Соболева				
1.1	Пространства Соболева. Неизотропные пространства Соболева /Лек/	8	3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.2	Контрольная работа №1 /Лек/	8	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
1.3	Пространства Соболева /Ср/	8	8	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
Раздел 2. Краевые задачи для эллиптических уравнений				
2.1	Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
2.2	Теоремы существования и единственности /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
2.3	Полнота системы собственных функций /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
2.4	Контрольная работа №2 /Лек/	8	1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
2.5	Краевые задачи для эллиптических уравнений /Ср/	8	10	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
Раздел 3. Смешанные задачи для параболических уравнений				
3.1	Обобщенные решения краевых задач для параболических уравнений /Лек/	8	3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
3.2	Метод разделения переменных /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
3.3	Теоремы существования и единственности /Лек/	8	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
3.4	Смешанные задачи для параболических уравнений /Ср/	8	33,1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
Раздел 4. Смешанные задачи для гиперболических уравнений				
4.1	Обобщенные решения краевых задач для гиперболических уравнений /Лек/	8	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
4.2	Метод разделения переменных /Лек/	8	2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
4.3	Теоремы существования и единственности /Лек/	8	4	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Дополнительные главы уравнений с частными производными" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

4.4	Смешанные задачи для гиперболических уравнений /Ср/	8	26,7	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3
	Раздел 5. Иная контактная работа			
5.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль. /ИКР/	8	0,2	Л1.1Л2.1 Л2.2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Типовой расчет
2. Контрольная работа
3. Вопросы к зачету

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Дисциплиной предусмотрено проведение контрольных работ по темам: «Пространства Соболева», «Краевые задачи для эллиптических уравнений», а также типовые расчеты по темам: «Смешанные задачи для параболических уравнений», «Смешанные задачи для гиперболических уравнений».

Примеры контрольных работ и типовых расчетов прилагаются.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к зачету

1. Определение пространств Соболева и их основные свойства.
2. Неравенство Стеклова.
3. Эквивалентные нормы в пространствах Соболева.
4. Ядро усреднения и усредненные функции.
5. Плотность гладких функций в пространствах Соболева.
6. Неравенство Пуанкаре.
7. Полнота пространств Соболева.
8. Теоремы вложения.
9. Компактность операторов вложения.
10. След функций.
11. Компактность оператора следа.
12. Продолжение функций через границу области.
13. Неизотропные пространства Соболева.
14. Определение обобщенных решений первой, второй и третьей краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка.
15. Теоремы существования и единственности обобщенных решений краевых задач.
16. Определение обобщенных собственных функций краевых задач.
17. Свойства собственных значений и собственных функций.
18. Полнота системы собственных функций в пространствах Соболева.

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балльной оценки различных форм деятельности студентов. Зачет выставляется при наличии у студента 48 баллов.

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание итоговой контрольной студент может получить от 1 до 5 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается максимальным баллом. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за зачет – 10.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, в том числе посещаемость (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Не зачтено" выставляется за 47 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 48 баллов и более.

48-60 баллов Зачтено (базовый уровень);

61-71 баллов Зачтено (средний уровень);

72-80 баллов Зачтено (высокий уровень).

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для контрольной работы:

В семестре 1 контрольная работа из 5 заданий. Каждому заданию соответствует определенное количество баллов.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Дополнительные главы уравнений с частными производными" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

Максимальное количество баллов за контрольную -20.
Оценка "Не зачтено" выставляется за 11 и менее баллов.
Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 12-20 баллов.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета:
В семестровой работе 3 задачи. Каждой задаче соответствует определенное количество баллов. Максимальное количество баллов за работу -40.
Оценка "Не зачтено" выставляется за 29 и менее баллов.
Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 30-40 баллов.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Зайцев В. Ф., Полянин А. Д.	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка: учебник для вузов (https://urait.ru/bcode/558842)	Москва : Юрайт, 2025	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Ватульян А. О., Беляк О. А., Сухов Д. Ю., Явруян О. В.	Обратные и некорректные задачи: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=241078)	Ростов-на- Дону : Южный федеральный университет, 2011	ЭБС
Л2.2	Розендорн Э. Р., Соболева Е. С., Фатеева Г. М., Розендорн Э. Р.	Уравнения с частными производными: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485339)	Москва : Физматлит, 2017	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт http://www.rfbr.ru/rffi/ru
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий PAE https://www.monographies.ru/

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

Adobe Reader

OpenOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

2. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Дополнительные главы уравнений с частными производными" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 7

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа студента.

На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач дискретной математики. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этической выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Дополнительные главы уравнений с частными производными" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 8

печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Примерный вариант контрольных работ

1. Найти общее решение уравнения в частных производных:
 $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$. (3 балла)
2. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению и проходящую через данную линию.
 $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = z^2(x - 3y)$; $x = 1, yz + 1 = 0$. (3 балла)
3. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению Пфаффа:
 $(x - y)dx + z dy - x dz = 0$. (4 балла)
4. Найти поверхность, удовлетворяющую данному уравнению и проходящую через данную линию.
 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2xy$; $y = x, z = x^2$. (5 баллов)
5. Найти фундаментальное решение оператора
 $\mathcal{L}u(x,y) = u_{xx}(x,y) - u_{yy}(x,y)$, обращающееся в нуль при $y < 0$. (5 баллов)

Примерный вариант типовых расчетов

1. Задача №1 (10 баллов)

Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности $u_t = u_{xx}$ с начальными условиями $u(x, 0) = f(x)$ и граничными условиями $u(0, t) = a$, $u(1, t) = b$

№	$f(x)$	a	b	c	d
1		1.0	3.0	0.2	
2		1.2	3.5	0.4	
3		1.4	4.0	0.6	
4		1.6	4.5	0.8	
5		1.8	5.0	0.2	
6		2.0	5.5	0.4	
7		2.2	6.0	0.6	
8		2.4	6.5	0.8	
9		2.6	7.0	0.2	
10		2.8	8.0	0.4	
11		7	5	21	0.3
12		9	4	21	0.4
13		10	5	22	0.5
14		11	6	23	0.6
15		12	7	24	0.7
16		13	8	25	0.4
17		14	9	26	0.5
18		15	10	27	0.6
19		16	11	28	0.7
20		17	12	29	0.3

2. Задача №2 (15 баллов)

Аналитически решить неоднородную задачу Дирихле в круге.

Найти потенциал внутри круга радиуса R точечного источника q, расположенного во внутренней точке C(r_c; α), если на границе круга распределение потенциала определено функцией U(R, φ), P(r_p, φ)-текущая точка. Решить неоднородную задачу Дирихле с неоднородными граничными условиями :

$$(УЧП) \quad \Delta U = q \cdot \delta(r - \rho; \varphi - \alpha); \quad r = r_p / R;$$

$$(ГУ) \quad U(R, \varphi)$$

$$0 < r < 1; \quad \rho = r_c / R$$

№	U(R,φ)	n	q	ρ	α
1	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \cos(\varphi), & -\pi/2 \leq \varphi < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq \varphi < -\pi/2 \end{cases}$ $R = n$	1	1	0.3	1
		2	1	0.6	1/2
		3	1	0.9	1/3
		4	2	0.1	1/4
		5	2	0.4	1.3
2	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \sin(\varphi), & -\pi/2 \leq \varphi < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq \varphi < -\pi/2 \end{cases}$ $R = n.$	6	2	0.8	1.6
		7	3	0.2	1.8
		8	3	0.5	2
		9	3	0.9	2.3
		10	4	0.7	2.5
3	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \cos^2(\varphi), & -\pi/2 \leq \varphi < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq \varphi < -\pi/2 \end{cases}$ $R = n - 10$	11	4	0.8	2.75
		12	4	0.6	3
		13	5	0.4	3.3
		14	5	0.2	3.6
		15	5	0.1	3.8
4	$U(R, \varphi) = \begin{cases} R \cdot \sin^2(\varphi), & 0 \leq \varphi < \pi \\ 0, & \pi \leq \varphi < 2\pi \end{cases}$ $R = n - 15.$	16	2.5	0.2	0.2
		17	3.5	0.3	0.5
		18	4.5	0.4	1
		19	5.5	0.5	1.2
		20	6.5	0.6	1.4

3. Задача №3 (15 баллов)

Найти решение U(x, y) методом сеток задачи Дирихле в квадрате

со стороной 1 для уравнения Лапласа краевыми условиями вида

$$U(0, y) = f_1(y) \quad (0 \leq y \leq 1), \quad U(1, y) = f_2(y) \quad (0 \leq y \leq 1)$$

$$U(x, 0) = f_3(y) \quad (0 \leq x \leq 1), \quad U(x, 1) = f_4(y) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

N	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄
1				
10	1+n/2	y ² ·n/2	(1-x)+n/2	(1+n/2)·(1-x) ²
11				
20	n/2	$\frac{n-10}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot y}{2}\right)$	$\frac{n}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{2}\right)$	((n-10)/2)·x ²

