

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.06.2026 12:25:16
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bf98f4b65b77e481b9a8788b8302403



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) "Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 Математика направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений

Направление подготовки (специальность)
01.04.01 «Математика»

Направленность (профиль)
«Уравнения с дробными производными»

Присваиваемая квалификация
Магистр

Форма обучения
Очная

Челябинск, 2026 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	5
3.1. Виды оценочных средств	5
3.2. Содержание оценочных средств	6
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	7
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	7
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	7
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	8



1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 01.04.01 Математика.

Направленность: Уравнения с дробными производными.

Дисциплина: Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений.

Семестры: 3.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Обобщенные симметрии дифференциальных уравнений» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Код и наименование компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ПК-1 Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений	ПК-1.1. Демонстрирует знание основных теоретических положений и методов в области проводимых научных исследований. ПК-1.2. Демонстрирует умения сбора и анализа информации по тематике проводимых исследований. ПК-1.3. Имеет практический опыт установления новых фактов и закономерностей в области научных исследований.	Знать: • фундаментальные принципы теории симметрий и их приложений. Уметь: • анализировать и применять методов симметричного анализа. Владеть: • навыками проведения самостоятельных исследований в области симметрий дифференциальных уравнений.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ПК-1 Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений	1.1 Знать: фундаментальные принципы теории симметрий и их приложений.	– Введение в теорию групп Ли – Алгебры Ли и инфинитезимальные операторы	3	1-5	Задание открытого типа с развернутым ответом
	1.2 Уметь: анализировать и применять методов симметричного анализа.	– Классические симметрии дифференциальных уравнений – Применение классических симметрий	3	6-10	Задание открытого типа с развернутым ответом
	1.3 Владеть: навыками проведения самостоятельных исследований в области симметрий дифференциальных уравнений.	– Условные симметрии – Симметрии уравнений с дробными производными	3	11-14	Задание открытого типа с развернутым ответом

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.



3.2. Содержание оценочных средств

Темы докладов:

1. Классические симметрии уравнений с дробными производными: обзор методов и примеров.
2. Условные симметрии и их применение к уравнениям с дробными производными: нелинейные эффекты.
3. Нетранзитивные симметрии: расширение возможностей симметричного анализа для дробных уравнений.
4. Нелокальные симметрии уравнений с дробными производными: новые подходы и возможности.
5. Симметрии в уравнениях дробной диффузии: физическая интерпретация и приложения.
6. Фракционные модели в механике: симметричный анализ уравнений движения.
7. Симметрии и сохраняющиеся величины в уравнениях с дробными производными: роль в анализе устойчивости.
8. Симметричный анализ дробных уравнений с переменными коэффициентами: проблемы и подходы.
9. Применение компьютерной алгебры в симметричном анализе уравнений с дробными производными: преимущества и ограничения.
10. Симметричные методы для построения численных решений уравнений с дробными производными.
11. Групповые инварианты и точные решения уравнений с дробными производными: методы и новые результаты.
12. Симметричный анализ систем уравнений с дробными производными: особенности и трудности.
13. Связь симметрий и интегральных преобразований в уравнениях с дробными производными: возможности и перспективы.
14. Симметричный анализ уравнений с дробными производными в различных областях физики и инженерии.

Вопросы для зачета:

1. Основные определения групп, подгрупп, изоморфизмов.
2. Определение алгебр Ли, коммутаторы, связь с группами Ли.
3. Основные понятия о симметриях, определение классических симметрий.
4. Метод понижения порядка дифференциальных уравнений с использованием симметрий.
5. Определение условных симметрий, метод прямого решения.
6. Определение нетранзитивных симметрий.
7. Понятие нелокальных симметрий.
8. Определение дробных производных (Капуто, Римана-Лиувилля).
9. Особенности действия симметрий на дробные производные.
10. Общий подход к построению инвариантных решений.
11. Метод понижения порядка для дробных уравнений.
12. Использование численных методов для уравнений с дробными производными.
13. Особенности анализа систем уравнений.
14. Студенты работают в группах над исследовательскими проектами с использованием методов симметричного анализа.



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 3 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 3 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 2 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из билета, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за зачет – 6.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
6 баллов	5 баллов	4 балла	0 – 3 балла
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для доклада:

В семестре 3 доклада. На доклад отводится 15-20 минут в конце пары (каждую пару 1 доклад). Каждый студент готовит доклад по одной из предложенных тем. Максимальное количество баллов за доклады - 30.

Оценка "зачтено" выставляется за 20-30 баллов, "не зачтено" - менее 20 баллов.

Полнота доклада оценивается по следующим критериям:

1. Полнота изложения теоретического материала
2. Достаточное количество примеров к теоретическому материалу
3. Приведены примеры к определениям и теоремам



4. Приведены контрпримеры, демонстрирующие при каких условиях не применимы теоремы.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, В том числе посещаемость (максимум 10 баллов) и активная работа на паре (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "не зачтено" выставляется за 19 и менее баллов;

Оценка "зачтено" выставляется за 20 и более баллов:

20-26 баллов (уровень 1);

27-30 баллов (уровень 2);

31-36 баллов (уровень 3).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
 - студент способен дать полное представление об основных понятиях обобщенных симметрий дифференциальных уравнений, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
 - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
 - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
 - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем обобщенных симметрий дифференциальных уравнений, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.



MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE RUSSIAN FEDERATION
Federal State Budgetary Educational
Institution of Higher Education
“Chelyabinsk State University” (FSBEI HE “CSU”)

Evaluation Fund for interim certification of the course (module) “Generalised Symmetries of Differential Equations” in the master’s program 01.04.01 “Mathematics” direction Fractional Differential Equations FSBEI HE “CSU”

pp. 1

Evaluation Fund
for interim certification
on course (module)
Generalised Symmetries of Differential Equations

Master's Program
01.04.01 «Mathematics»

Direction
«Fractional Differential Equations»

Degree
Master's

Mode of study
Full-time

Chelyabinsk, 2026



Table of Contents

1. Passport of the assessment fund	3
2. List of competencies to be formed	4
3. Content of assessment tools for the course	5
3.1. Types of assessment tools	5
3.2. Content of assessment tools	5
4. Procedure for conducting and criteria for evaluation of interim certification.....	7
4.1. Procedure for interim certification.....	7
4.2. Assessment criteria for interim certification by types of assessment tools	7
4.3. Results of interim attestation and levels of competencies formed.....	8



1. Passport of the assessment fund

Master’s program: 01.04.01 Mathematics.

Direction: Fractional Differential Equations.

Course: Generalized symmetries of differential equations.

Semesters: 3.

The form of the interim assessment: credit.

The point-rating system for assessing a student's knowledge in a course is based on a point assessment of various forms of student activity.



2. List of competencies to be formed

The study of the course “Generalized Symmetries of Differential Equations” is aimed at the formation of competences given in Table 1.

Table 1. Learning outcomes of the course.

Code and name of competencies according to FSBE (BPEP HE)	Indicators of competence achievement according to BPEP HE	List of planned learning outcomes of the course
1	2	3
PC-1 Able to carry out research work in the field of differential equations	PC-1.1. Demonstrates knowledge of the basic theoretical provisions and methods in the field of the conducted scientific research. PC-1.2. Demonstrates the ability to collect and analyze information on the subject of research. PC-1.3. Has practical experience in establishing new facts and patterns in the field of scientific research.	Knowledge of: - The fundamental principles of symmetry theory and their applications. Be able to: - Analyze and apply the methods of symmetry analysis. Possess: - Skills of independent research in the field of symmetries of differential equations.



3. Content of assessment tools for the course

3.1. Types of assessment tools

Table 2. Types of assessment tools.

Code and name of competencies according to FSBE (BPEP HE)	List of planned learning outcomes for the discipline	Controlled Topics/ Sections	Semester	Task number	Name of the assessment tool
PC-1 Able to carry out research work in the field of differential equations	1.1 know: The fundamental principles of symmetry theory and their applications..	<ul style="list-style-type: none"> – Introduction to Lie group theory – Lie algebras and infinitesimal operators 	3	1-5	Open-ended question with a detailed answer
	1.2 be able to: Analyze and apply the methods of symmetry analysis.	<ul style="list-style-type: none"> – Classical symmetries of differential equations – Applications of classical symmetries 	3	6-10	Open-ended question with a detailed answer
	1.3 possess: Skills of independent research in the field of symmetries of differential equations.	<ul style="list-style-type: none"> – Conditional symmetries – Symmetries of equations with fractional derivatives 	3	11-14	Open-ended question with a detailed answer

Typical tasks, criteria and indicators of evaluation in the current control are presented in the working program of the course (module). Complete sets of assessment tools and control and measurement materials are stored at the department.

3.2. Content of assessment tools

Report topics:

1. Classical symmetries of equations with fractional derivatives: a review of methods and examples.
2. Conditional symmetries and their application to equations with fractional derivatives: nonlinear effects.
3. Non-transitive symmetries: extending the possibilities of symmetry analysis for fractional equations.
4. Nonlocal symmetries of equations with fractional derivatives: new approaches and possibilities.



5. Symmetries in fractional diffusion equations: physical interpretation and applications.
6. Fractional models in mechanics: symmetry analysis of equations of motion.
7. Symmetries and conserved quantities in fractional derivative equations: role in stability analysis.
8. Symmetry analysis of fractional equations with variable coefficients: problems and approaches.
9. Application of computer algebra in symmetry analysis of equations with fractional derivatives: advantages and limitations.
10. Symmetry methods for constructing numerical solutions of equations with fractional derivatives.
11. Group invariants and exact solutions of equations with fractional derivatives: methods and new results.
12. Symmetry analysis of systems of equations with fractional derivatives: peculiarities and difficulties.
13. Relation of symmetries and integral transformations in equations with fractional derivatives: possibilities and prospects.
14. Symmetry analysis of equations with fractional derivatives in various fields of physics and engineering.

Questions for credit:

1. Basic definitions of groups, subgroups, isomorphisms.
2. Definition of Lie algebras, commutators, connection with Lie groups.
3. Basic concepts of symmetries, definition of classical symmetries.
4. Method of lowering the order of differential equations using symmetries.
5. Definition of conditional symmetries, direct solution method.
6. Determination of non-transitive symmetries.
7. The concept of nonlocal symmetries.
8. Definition of fractional derivatives (Caputo, Riemann-Liouville).
9. Peculiarities of the action of symmetries on fractional derivatives.
10. General approach to the construction of invariant solutions.
11. The method of order reduction for fractional equations.
12. The use of numerical methods for equations with fractional derivatives.
13. Peculiarities of analyzing systems of equations.
14. Students work in groups on research projects using symmetry analysis techniques.



4. Procedure for conducting and criteria for evaluation of interim certification

4.1. Procedure for interim certification

The duration of the credit is 90 minutes. For each completed task of the ticket the student can receive from 1 to 3 points. If the task is performed correctly, it is evaluated with 3 points. If the task is performed with mistakes, the points are reduced depending on the number of mistakes made. If one mistake is made, the building is evaluated with 2 points, if two mistakes are made, the building is evaluated with 1 point. If more than two mistakes are made in a task or a student has not completed any task from the ticket, he/she receives 0 points for it. The maximum number of points for credit is 6.

4.2. Assessment criteria for interim certification by types of assessment tools

High level of mastery of the tested competencies	Average level of mastering the tested competencies	Basic level of mastering the competencies being tested	Low level of mastery of the tested competencies
6 points	5 points	4 points	0 – 3 points
The student consistently, competently and logically presents the material; possesses basic mathematical methods and algorithms for solving problems; is able to build mathematical models, link theory and practice, shows the ability to apply knowledge.	The student presents the material competently and substantially; knows the basic mathematical methods; does not make significant errors, but has difficulties in conclusions and proofs; is able to apply the basic provisions and formulas to solve problems.	The student has knowledge only of the basic material, but is not able to draw conclusions and evidence; makes mistakes, provides insufficiently correct formulations; has difficulty linking the main provisions with practice.	The student does not know the fundamental issues of the course or a significant part of the program material, makes mistakes, reveals the inability to correct them, can not link theory and practice.

Description of indicators and criteria for assessing competencies for the report:

There are 3 reports in the semester. 15-20 minutes are allocated for the report at the end of the pair (each pair 1 report). Each student prepares a report on one of the proposed topics. The maximum number of points for the reports is 30.

The grade “pass” is given for 20-30 points, “fail” - less than 20 points.

The completeness of the report is evaluated by the following criteria:

1. Completeness of presentation of theoretical material
2. Sufficient number of examples to the theoretical material
3. Examples are given for definitions and theorems
4. Counterexamples are given to show under what conditions the theorems do not apply.



4.3. Results of interim attestation and levels of competencies formed

In summarizing the results of current attestation, including attendance (maximum 10 points) and active work in the pair (maximum 10 points) are taken into account. The points received for the current certification are summed up with the points received for each stage during the intermediate certification:

A grade of “fail” is awarded for 19 or fewer points;

A grade of “pass” is awarded for 20 or more points:

20-26 points (level 1);

27-30 points (level 2);

31-36 points (level 3).

The peculiarities of the procedure of assessment of learning outcomes of disabled people and persons with disabilities are specified in the working program of the course (module).

The levels of competence formation are determined as follows

1. A high level of competence formation corresponds to the assessment of excellent:

- assumes the formation of competences at a high level, readiness for independent professional activity: the skills to establish connections between different concepts and with other areas of mathematics, skills to prove theorems, skills to systematize data necessary for the application of the acquired knowledge in different areas are formed.

- the student is able to give a full understanding of the basic concepts of generalized symmetries of differential equations, use mathematical language, is able to solve problems and exercises using definitions, theorems and technical methods, formulate his/her own conclusions.

2. The average level corresponds to the assessment of good:

- assumes the formation of competencies at a higher level: a comprehensive knowledge of the relationship between different concepts and with other areas of mathematics is formed, skills to prove theorems;

- the student is able to use mathematical language, is able to solve problems and exercises using definitions, theorems and technical methods.

- the student is able to give detailed answers to theoretical questions of the course at a level not lower than “satisfactory”.

3. the Basic level corresponds to a satisfactory grade:

- assumes the formation of competences at the initial level: knowledge of basic concepts and theorems of generalized symmetries of differential equations necessary for solving problems in professional activity;

- the student is able to solve basic problems. The number of correct answers is not less than 50%.

4. The low level corresponds to the unsatisfactory grade.

