Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 08.04.2026 16:43:51
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8323337

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Актуарная математика и теория риска

Направление подготовки (специальность)

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Математическое моделирование и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

магистр

Форма обучения

очная

Год набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
6.1. Перечень видов оценочных средств
6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
7.1. Рекомендуемая литература
7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели: Познакомить магистранта с одной из областей прикладной математики, такой как актуарная математика. Дать представление об актуарной науке, как науки о страховании жизни. Познакомиться с математическими моделями страхования жизни и методами актуарных расчетов, основанными на них. Достигнуть понимания экономической сущности страхования.

Задачи: Углубленное изучение основных математических моделей и методов, необходимых для определения характеристик продолжительности жизни, разовых и периодических премий, страховых надбавок, резервов для различных видов страхования и пенсионных схем. Этот материал является важнейшей составной частью актуарной математики, которая наряду с соответствующими экономическими и юридическими дисциплинами образует теоретическую базу страхового дела.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикатора, соответствующего компетенции ПК-1:

ПК-1.1. Разрабатывает и исследует математические модели прикладных задач, системно анализирует научные проблемы, участвует в их исследовании.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:	Б1.В.ДВ.02.01

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Изучение базируется на знаниях по дисциплинам «Математический анализ» и «Теория вероятностей и математическая статистика».

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

Производственная практика (научно-исследовательская работа)

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-1: Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты

Знать:

Для достижения ПК-1.1: Основные приемы, способы расчёта и методы построения математических моделей в актуарной математике и теории рисков.

Уметь:

Для достижения ПК-1.1: Использовать приемы, методы и модели актуарной математике и теории рисков. Проводить анализ информации по решаемой задаче; формализовать её; определять возможность и методы решения задачи.

Владеть:

Для достижения ПК-1.1: Терминологией и основными обозначениями, принятыми в актуарной математике в России и за рубежом. Навыками выполнения актуарных расчетов, оценки и анализа результатов расчетов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	Основы финансовой и страховой математики, основные характеристики продолжительности жизни, модели краткосрочного и долгосрочного страхования жизни, принципы начисления пожизненных рент и периодических премий, методы вычисления резервов.
3.1.2	
3.2	**Уметь:**
3.2.1	Применять методы и модели актуарной математики для решения и анализа задач финансовой математики, страхового дела и пенсионных схем.
3.2.2	
3.3	**Владеть:**

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

3.3.1	В построении, анализе и применения актуарных моделей для оценки состояния и прогноза развития процессов; в применении современного математического инструментария для решения финансовых задач; иметь навыки владения математическим аппаратом, необходимым для профессиональной деятельности.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	**2 ЗЕТ**
Часов по учебному плану : 72 в том числе : аудиторные занятия : 24 самостоятельная работа : 47,8 : контактная работа: 24,2 ИКР: 0,2	Виды контроля в семестрах: зачеты 4

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Основы финансовой математики.			
1.1	Процентные ставки. Приведенная ценность. ценивание серии платежей. Детерминированные ренты. Доходность инвестиционных проектов. /Лек/	4	2	Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
1.2	Процентные ставки. Оценивание серии платежей, детерминированные ренты. /Пр/	4	1	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
	Раздел 2. Характеристики продолжительности жизни.			
2.1	Время жизни как случайная величина. Аналитические законы смертности. /Лек/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
2.2	Остаточное время жизни. Округленное время жизни. /Лек/	4	2	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
2.3	Таблицы продолжительности жизни. Приближение для дробных возрастов. /Лек/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
2.4	Функция выживания, макрохарактеристики продолжительности жизни. макрохарактеристики остаточного времени жизни. Связь между средним округленным временем жизни и вероятностью смерти в течение ближайшего года. /Пр/	4	2	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
2.5	Приближение для дробных возрастов: Виды распределение округленного времени жизни. /Пр/	4	1	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
	Раздел 3. Модели краткосрочного страхования.			
3.1	Модели краткосрочного страхования. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2 Э3
3.2	Принцип эквивалентности обязательств, защитная надбавка. Использование сверток, оценка вероятности разорения страховой компании. /Пр/	4	2	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
	Раздел 4. Модели долгосрочного страхования.			
4.1	Основные виды долгосрочного страхования жизни. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2 Э3

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

4.2	Величина обязательств страховой компании для различных видов страхования и пенсионных схем и ее актуарная современная стоимость. /Пр/	4	1	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
4.3	Оценка обязательств по договорам страхования жизни, основанным на сложных моделях выбытия. Оценка обязательств по договорам страхования жизни нескольких взаимосвязанных лиц. /Ср/	4	11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
	Раздел 5. Пожизненные ренты (аннуенты).			
5.1	Основные виды договоров в пенсионных схемах. Актуарная современная стоимость обязательств. Основные виды пожизненных рент. Методы оценивания рент. /Лек/	4	2	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
5.2	Метод суммарной выплаты. Метод текущего платежа. Актуарное накопление, актуарный коэффициент дисконтирования. /Пр/	4	2	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
	Раздел 6. Периодические премии.			
6.1	Периодические нетто-премии. Премии, учитывающие расходы. Расчет защитной надбавки. /Лек/	4	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2 Э3
6.2	Защитная страховая и относительная надбавки. Определение величины убытка по договору, расчет вероятности разорения по портфелю договоров. /Пр/	4	2	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
	Раздел 7. Резервы.			
7.1	Понятие резерва. Методы для расчета резерва, формулы для резервов. /Лек/	4	1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
7.2	Рекуррентная и перспективная формулы. /Пр/	4	1	Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2
	Раздел 8. Основы страховой математики.			
8.1	Системы страхового возмещения ущерба. Взаимозачеты сторон в договорах о перестраховании. Расчет страховых тарифов. /Ср/	4	11	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
	Раздел 9. Зачёт			
9.1	Промежуточная аттестация /ИКР/	4	0,2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6
9.2	Консультации и подготовка к зачету /Ср/	4	25,8	Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5 Э6

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Домашние контрольные задания
2. Активная познавательная деятельность на практических занятиях (АПД)
3. Тест

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Домашние контрольные задания находятся в системе Moodle по адресу http://moodle.uio.csu.ru/course/view.php? id=1104, а также в приложении к РПД

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Тест находится в системе Moodle по адресу http://moodle.uio.csu.ru/course/view.php?id=1104, пример заданий из теста находятся в приложении

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

6.4. Критерии оценивания

В течение учебного семестра студенты за каждый вид работы получают баллы. Кроме этого на зачете максимально можно получить 20 баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за работу в семестре и за ответ на зачете. Затем полученная сумма баллов переводится в оценку. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

Набранные баллы	Оценка
Менее 61	незачтено
61 и более	зачтено

Начисляемые баллы за выполнение плановых заданий:
Выполнение домашних контрольных заданий - 80
Активная познавательная деятельность на занятиях - 24
Выполнение тестовых заданий - 20

Домашние контрольные задания состоят из 40 задач. Максимальная оценка за задачу 2 балла.
2 балла - задача решена правильно.
1 балл - задача решено правильно, но допущены незначительные ошибки.
0 баллов - задание решено не правильно или не решено.

На каждом из 12 занятий студент может получить 2 балла:
Посещаемость - 1 балл;
Студент правильно отвечает на вопросы по изучаемому материалу - 1 балл.
В противном случае баллы не начисляются.

На зачете студенты выполняют тест. Продолжительность зачета – 60 минут. Студент выполняет 20 тестовых заданий. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 1 баллом.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Лельчук А. Л.	Страхование жизни: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=255825)	Москва : Анкил, 2010	ЭБС
Л1.2	Королев В. Ю., Бенинг В. Е., Шоргин С. Я.	Математические основы теории риска: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457667)	Москва : Физматлит, 2011	ЭБС
Л1.3	Фалин Г. И., Фалин А. И.	Актуарная математика в задачах: практическое пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=139336)	Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИ ЗМАТЛИТ), 2003	ЭБС
Л1.4	Фалин А. И., Фалин Г. И.	Актуарная математика в задачах: сборник задач и/или упражнений (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83041)	Москва : Физматлит, 2003	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Еремина С. В., Климов А. А., Смирнова Н. Ю.	Основы финансовых расчетов: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=443304)	Москва : Дело, 2016	ЭБС
Л2.2	Шапкин А. С., Шапкин В. А.	Теория риска и моделирование рисковых ситуаций: учебник для вузов	Москва : Дашков и К, 2010	

7.1.3. Методические разработки

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л3.1	Алеева С. Р., Белов Е. Г., Красильникова Е. С.	Избранные главы актуарной математики и теории риска : учебное пособие (https://library.csu.ru/rbooks2/view2? code=local/007888/007888)	Челябинск : Издательство Челябинского государственного университета, 2022	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: http://e.lanbook.com/.
Э2	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: http://biblioclub.ru/.
Э3	Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. – URL: http://znanium.com/.
Э4	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp.
Э5	Юрайт [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Юрайт. – URL: https://urait.ru
Э6	КиберЛенинка - научная электронная библиотека (журналы) http://cyberleninka.ru

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992 .

2. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: https://elibrary.ru – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

3. Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: http://www.ams.org/mathscinet/ – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью (подразумевается наличие стандартных рабочих (посадочных) мест) и техническими средствами обучения (переносное и / или стационарное мультимедийное оборудование: экран, ноутбук, проектор).

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно- наглядных пособий (мультимедийные презентации по отдельным темам, рисунки, таблицы, схемы и т.д).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для успешного усвоения курса обучающимся необходимо не только посещать лекции и практические занятия, но и активно готовится к ним, перед каждой лекцией просматривать соответствующие определения и факты, известные студентам из курса теории вероятностей. Необходимо тщательно и добросовестно изучить основную и дополнительную литературу, использовать ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на лекционных и практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения промежуточной аттестации по дисциплине.

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Рабочей программой дисциплины предусмотрена самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:
• проработку теоретического материала по учебникам или конспекту лекций с обязательным разбором приведенных примеров;
• подготовку к занятиям;
• выполнение контрольной работы;
• подготовку к тесту.
При планировании времени на самостоятельную работу студентам необходимого предусмотреть регулярное повторение пройденного материала. Теоретический материал, законспектированный на лекциях, необходимо дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе.
В случае применения при изучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального или отложенного времени, при этом используются возможности системы дистанционного обучения Moodle и электронная почта.
Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы, посредством электронной почты, сообщений системы дистанционного обучения Moodle.
Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.
Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно- образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).
При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).
В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.
Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.
Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.
Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.
При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Домашнее задание по теме 1 «Основы финансовой математики».

1. Капитал величиной 4000 денежных единиц (д.е.) вложен в банк на 80 дней под 5% годовых. Какова будет его конечная величина?
2. Рассчитать, за сколько лет долг увеличится вдвое при ставке простых и сложных процентов равной 10%.
3. Вам 15 ноября будет нужна сумма 45 тыс.руб. Какую сумму 10 июня этого же года Вы должны положить в банк под простую процентную ставку 10% годовых, если в расчете принимаются обыкновенные проценты с точным числом дней(текущий год не високосный)?
4. Величина предоставленного потребительского кредита – 6000 д.е., процентная ставка – 10% годовых, срок погашения – 6 месяцев. Найти величину ежемесячной выплаты (кредит выплачивается равными долями).
5. Вкладчик внес на счет C =10000 руб. Банк гарантирует, что на протяжении трех ближайших лет эффективная годовая процентная ставка будет равна $i_1 = 10\%$. Через три года банк установит процентную ставку i_2 на следующие три года. Известно, что новая ставка не выйдет за пределы промежутка $[9\%,\ 11\%]$. Что можно сказать о сумме, которая будет накоплена за шесть лет?
6. Проценты по определенному банковскому счету начисляются в соответствии с переменной интенсивностью процентов

$$\delta(t) = \frac{t^2}{100},\ t > 0.$$

В момент t_0=0 на счет кладется сумма 10000, а в момент $t = 3$ вносится дополнительная сумма X. Найдите эту сумму, если известно, что она равна процентам, начисленным за промежуток времени $3 \le t \le 6$.
7. Банк начисляет проценты по вкладам, используя коэффициенты накопления, основанные на переменной интенсивности процентов. 1 июля 2018 года клиент положил 50000 рублей в банк. На 1 июля 2020 года его вклад вырос до 60000 рублей. Предполагая, что интенсивность процентов являлась линейной функцией времени в течение всего периода с 1 июля 2018 года по 1 июля 2020 года, найдите интенсивность процентов 1 июля 2019 года.
8. Стоимость вечной ренты, которая обеспечивает выплату суммы 16 через каждые два года, начиная с конца четвертого года после приобретения ренты, равна 36. Используя ту же техническую процентную ставку i, найдите стоимость запаздывающей вечной ренты, которая обеспечивает выплату постоянной суммы 1 каждые три месяца.
9. Для технической процентной ставки $i = 0{,}1$ найти:
   a) интенсивность процентов
   b) эффективную процентную ставку за период $p = 4$
   c) коэффициент дисконтирования
   d) эффективную учетную ставку и номинальную учетную ставку, начисляемую с частотой $p = 4$
   e) приведенную ценность упреждающей ренты из $n = 6$ выплат
   f) приведенную ценность запаздывающей ренты из $n = 4$ выплат
   g) приведенную ценность упреждающей ренты из $n = 5$ выплат, отложенной на 3 года
   h) приведенную ценность непрерывно выплачиваемой ренты из $n = 10$ выплат.
10. Рассмотрим упреждающую и запаздывающую ренты, которые выплачиваются с частотой p на промежутке $[0, n]$, и предположим, что $p \to \infty$. Покажите, что:

a) $\lim\limits_{p\to\infty} \ddot{a}_{\overline{n|}}^{(p)} = \frac{d}{\delta}\ddot{a}_{\overline{n|}} = \frac{1-v^n}{\delta}$; b) $\lim\limits_{p\to\infty} a_{\overline{n|}}^{(p)} = \frac{i}{\delta}a_{\overline{n|}} = \frac{1-v^n}{\delta}$.

11. 1 января 2016 г. инвестор вносит в фонд сумму 1 000 000. 1 января 2018 г. он вкладывает еще 1 000 000. Процентная ставка, в соответствии с которой фонд ежегодно увеличивает вклад, меняется от года к году и равна эффективной годовой процентной ставке, соответствующей ставке роста

ВВП за последний квартал предыдущего года. Таблица 1. содержит данные о росте ВВП (в условных единицах). Через четыре года, 1 января 2020 г., инвестор получает все накопленные средства.

Таблица 1.

год	3-й квартал	4-й квартал
2015	800,0	808,0
2016	850,0	858,5
2017	900,0	918,0
2018	930,0	948,6

Найдите внутреннюю ставку доходности этого проекта.

Замечание: Численно решить уравнение ценности очень удобно с помощью программы Microsoft Excel. Для этого откроем новый файл программы Microsoft Excel и внесем в ячейки Al, Bl, Cl, Dl, E1 появившейся таблицы значения c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 соответственно; в ячейку F1 введем формулу =ВСД(A1:E1). Программа автоматически подсчитает корень соответствующего уравнения ценности и внесет его в ячейку F1.

Домашнее задание по теме 2 «Характеристики продолжительности жизни».

Замечание: *Для задач с вариантами (A), (B), (C), (D), (E) в ответе напишите* ***вариант с ближайшим*** *к вашему ответу значением.*

1. Какая из следующих функций может рассматриваться в качестве функции выживания:

I. $s(x) = \exp\left(x - 0,5\left(3^x - 1\right)\right)$;

II $s(x) = \exp\left(-x^2\right)$;

III. $s(x) = \dfrac{1}{1+2x^2}$.

(A) только I и II;
(B) только I и III;
(C) только II и III
(D) I, II и III;
(E) правильный ответ не дается ни одним из вариантов A, B, C, D.

2. Покажите, что

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{a^2} e^{-\frac{x}{a}}, \text{ если } 0 < x < +\infty \\ 0, \text{ в прот. случае} \end{cases}$$

может рассматриваться как кривая смертей. Найдите соответствующие функцию выживания $s(x)$ и интенсивность смертности μ_x, а также подсчитайте среднюю продолжительность жизни $\overset{\circ}{e}_0$.

3. Используя для функции выживания таблицу смертности (записывали на занятии), определите вероятность ${}_{30|20}q_{20}$ того, что остаточное время жизни человека, которому сейчас 20 лет, T_{20}, лежит в промежутке от 30 до 50 лет.

4. Известно, что

$$\mu_{x+t} = \frac{1}{90-t} + \frac{3}{110-t}, 0 < t < 90$$

Подсчитайте ${}_{20}p_x$.

5. Докажите: ${}_{m|k-m}q_x = {}_m p_x - {}_k p_x, k \geq m.$

6. Известно, что для некоторого возраста x

$${}_t p_x = 1 - \left(\frac{t}{110}\right)^{1,5}, \ 0 < t \leq 110.$$

Подсчитайте $\overset{\circ}{e}_x$.

7. У господина X от некогда пышной шевелюры к 50 годам осталось всего 3 волоска (и никаких надежд на то, что вырастут новые). Будущая «смертность» этих волосков описывается следующими
предположениями
l) ${}_{k|}q_{50} = 0{,}1(k+1),\ k = 0,1,2,3$;
2) выпадение волос для дробных возрастов описывается законом Балдуччи;
3) моменты выпадения волос независимы.
Подсчитайте вероятность того, что в возрасте 52,5 года господин X будет абсолютно лысым.

8. Известно, что $q_x = 0{,}1$. Какое из следующих утверждений истинно:
I. ${}_{1/3}q_{x+1/2} = 0{,}0351$, если принято предположение о равномерном распределении смертей;
II. ${}_{1/3}q_x = 0{,}0357$, если принято предположение Балдуччи;
Ш. ${}_{1/2}q_x = 0{,}0513$, если принято предположение о постоянной интенсивности смертности.
(A) только I и II;
(B) только I и III;
(C) только II и III;
(D) I, II и III;
(E) правильный ответ не дается ни одним из вариантов A, B, C, D.

9. Продолжительность жизни участников пенсионного фонда описывается таблицей с отбором, действующим 2 года. Г-н Иванов, которому сейчас 31 год, и г-н Петров, которому сейчас 3 года, стали участниками фонда в возрасте 30 и 31 соответственно. Известно, что вероятность смерти г-на Иванова на протяжении ближайших четырех лет равна 0,03. Найдите вероятность P того, что на протяжении ближайших двух лет ни один из них не умрет.

10. Страховая компания занимается страхованием жизни. 10% застрахованных в этой компании являются курильщиками. Если застрахованный не курит, вероятность его смерти на протяжении года равна 0,01. Если же он курильщик, то эта вероятность равна 0,05. Какова доля курильщиков среди тех застрахованных, которые умерли в течение года?
(A) 5%, (B) 20%, (C) 36%, (D) 56%, (E) 90%.

11. Страховая компания перед заключением договора страхования жизни проводит медицинский андеррайтинг, который включает тест для диагностики некоторого заболевания. Этот тест имеет два возможных исхода: $Y = 1$, если тест показывает наличие болезни, и $Y = 0$, если тест не показывает наличие болезни.

Пусть $X = 1$ или 0 в соответствии с тем, имеется или нет в действительности это заболевание. Совместное распределение случайных величин X и Y есть:

$$P(X = 0, Y = 0) = 0{,}800,\ P(X = 1, Y = 0) = 0{,}050,$$

$$P(X = 0, Y = 1) = 0{,}025,\ P(X = 1, Y = 1) = 0{,}125.$$

Найдите $\mathrm{Var}(Y \mid X = 1)$.

(A) 0,13; (B) 0,15; (C) 0,20; (D) 0,51; (E) 0,71.

Домашнее задание по теме 3 «Модели краткосрочного страхования».

1. Коэффициент вариации риска это «степень риска» с точки зрения статистики. Найдите коэффициент вариации выплат по договору страхования жизни на один год по формуле: $c_X = \frac{\sigma_X}{EX}$. Страховая сумма b=100 000 руб., вероятность смерти застрахованного в течение года $q = 0,01$.

2. Страховая компания заключила N =10000 договоров страхования жизни сроком на один год на следующих условиях: в случае смерти застрахованного в течение года от несчастного случая компания выплачивает выгодоприобретателю 1 000 000 руб., а в случае смерти от естественных причин – 250 000 руб.. Компания не платит ничего, если застрахованный не умрет в течение года. Вероятность смерти от несчастного случая одна и та же для всех застрахованных и равна 0,0005. Вероятность смерти от естественных причин зависит от возраста. Застрахованных можно разбить на две возрастные группы, содержащие $N_1 = 4000$ и $N_2 = 6000$ человек, с вероятностью смерти в течение года $q_1 = 0,004$ и $q_2 = 0,002$ соответственно. Подсчитайте индивидуальную премию для представителей каждой возрастной группы, достаточную для выполнения компанией своих обязательств с вероятностью 95% без привлечения дополнительных средств. Защитная надбавка для индивидуального договора для обеих групп $\theta = 0,356$.

3. Предприятие предполагает заключить договор группового страхования жизни для своих сотрудников. Структура персонала приведена в таблице 1

Таблица 1.

профессиональный класс	число сотрудников	страховая сумма	вероятность смерти
1	100	1	0,1
2	100	1	0,2
3	200	2	0,1
4	200	2	0,2

Администрация предприятия предполагает внести в страховой фонд сумму, равную ожидаемым выплатам страховых возмещений. Каждый сотрудник, в свою очередь, должен будет внести сумму, равную определенной доле p от размера ожидаемой выплаты. Размер этой доли определяется таким образом, чтобы с вероятностью 95% средств страхового фонда хватило для выплаты страховых возмещений. Определите размер взноса для работников четвертого профессионального класса.

4. Портфель страховщика состоит из независимых договоров страхования жизни на один год; структура этого блока бизнеса приведена в таблице 2

Таблица 2.

число договоров	страховая сумма
500	100
300	50
100	40

Страховщик оценивает вероятность наступления страхового случая по одному договору как 0,02 и назначает общую премию за этот блок бизнеса в размере 2000. За перестраховочную премию в размере 860 перестраховщик предлагает покрыть все индивидуальные выплаты сверх собственного удержания страховщика в размере 40 по одному договору. Нагрузка перестраховщика вдвое превышает относительную защитную надбавку страховщика. Определите вероятность наступления страхового случая по одному договору с точки зрения перестраховочной компании.

Домашнее задание по теме 4 «Модели долгосрочного страхования».

1. Предположим, что кривая смертей задается формулой $f(t) = 0{,}0004te^{-0{,}02t}, t \geq 0$, а страховщик использует при актуарных расчетах техническую процентную ставку $i = 4\%$. Найдите разовую нетто-премию по договору пожизненного страхования со страховой суммой \$100000, заключенному с человеком в возрасте $x = 30$ лет. (Используйте Домашнее задание по теме 2, задача 2)

2. Время жизни описывается моделью де Муавра с предельным возрастом $\omega = 100$ лет, а эффективная годовая процентная ставка $i = 15\%$. Подсчитайте нетто-премии для человека в возрасте 40 лет, если заключается договор:
(а) пожизненного страхования;
(б) 5-летнего страхования жизни;
(в) 5-летнего смешанного страхования жизни;
(г) пожизненного страхования, отсроченного на 5 лет;
(д) пожизненного страхования со страховой суммой, которая непрерывно увеличивается.

3. 1 января 2020 года 400 студентов 3 курса механико-математического факультета организовали общество взаимного страхования на следующих условиях:
1) 1 января 2020 года все вносят одну и ту же сумму P;
2) в случае смерти в течение ближайших 10 лет выплаты не производятся;
3) в случае смерти застрахованного после 10-летнего периода выгодоприобретателю немедленно выплачивают 10000.
Известно, что смертность описывается постоянной интенсивностью $\mu \equiv 0{,}01$, активы фонда инвестируются и приносят доход, соответствующий интенсивности процентов $\delta = 7\%$. При каком P с вероятностью 95 % общество сможет произвести все выплаты?
($\Phi(1{,}645) = 0{,}95$)

4. Договор страхования жизни на три года предполагает выплату страхового возмещения в конце последнего года жизни. Страховая сумма составляет 200000 в случае смерти застрахованного в первый год действия договора, 300000 в случае смерти застрахованного во второй год действия договора и 400000 в случае смерти застрахованного в третий год действия договора. При актуарных расчетах компания использует техническую процентную ставку $i = 6\%$ и предполагает, что вероятность смерти застрахованного в k-й год действия договора, q_{x+k}, $k = 0,1,2$, дается формулой: $q_{x+k} = 0{,}02(k+1)$. Чему равна актуарная современная стоимость обязательств страховщика по выплате страхового возмещения?

Домашнее задание по теме 5 «Пожизненные ренты».

1. Подсчитайте актуарную современную стоимость непрерывной пожизненной ренты, выплачиваемой со скоростью 1 человеку, возраст которого в момент заключения договора равен *x*, если $\delta = 0,06$, а

$$\mu_x(t) = \begin{cases} 0.01, \text{ если } 0 \le t < 5, \\ 0.02, \text{ если } t \ge 5 \end{cases}$$

2. Пусть $\bar{Y}_x$ – современная стоимость непрерывной пожизненной ренты, которая начинает выплачиваться со скоростью 1 застрахованному, возраст которого равен *x* лет. Предполагая, что $\mu_{x+t} \equiv \mu = \text{const}$ для $t \ge 0$, а техническая процентная ставка i, используемая при дисконтировании денежных потоков, дается формулой $i = e^{k\mu} - 1$ для некоторой константы k, найдите $c_{\bar{Y}_x} = \dfrac{\sqrt{\text{Var}\,\bar{Y}_x}}{E\bar{Y}_x}$ коэффициент вариации случайной величины $\bar{Y}_x$.

3. Для того, чтобы оплатить выигрыши текущего года в лотерею, создается специальный фонд. Вы знаете, что
1) общее число победителей – 100; возраст всех – 40 лет,
2) каждый победитель получает пожизненно раз в год по сумме 10,
3) времена жизни победителей – независимые случайные величины,
4) размер фонда определяется с использованием нормального приближения таким образом, чтобы с вероятностью 95% можно было бы осуществить все платежи,
5) $i = 0,06$, $A_{40} = 0,16$, ${}^2A_{40} = 0,05$. (${}^2A_{40}$ – актуарная современная стоимость при использовании технической процентной ставки с удвоенной интенсивностью процентов)
Подсчитайте первоначальный размер фонда.

Домашнее задание по теме 6 «Периодические премии».

1.(О женском «коварстве») Страховая компания «Надежная Защита» продала г-же Ивановой полис 3-х летнего страхования жизни со страховой суммой 10000 и выплатой строхового возмещения в конце года смерти. Премии рассчитаны на основании принципа эквивалентности и платятся раз в год. В момент заключения договора г-жа Иванова заявила, что ей 35 лет. Через 2 года после заключения договора компании стало известно, что на самом деле возраст г-жи Ивановой в момент заключения договора был 36 год. Поэтому компания решила уменьшить размер страховой суммы таким образом, чтобы уплаченные премии соответствовали на основании принципа эквивалентности новой страховой сумме и реальному возрасту г-жи Ивановой. *Определите новую страховую сумму*. Известно, что $i = 0,04$; $q_{35} = 0,01$; $q_{36} = 0,02$; $q_{37} = 0,03$; $q_{38} = 0,04$.

2. *Подсчитайте ежегодную нетто-премию по следующему дискретному договору страхования жизни:*
1) возраст застрахованного 40 лет;
2) страховая сумма равна 1 в течение первых 15 лет действия договора и 5 после этого;
3) период выплаты премий не более 25 лет;
4) в течение первых 15 лет ежегодная премия должна составлять 1/5 от ежегодной премии в последующие 10 лет;
5) $i = 0,06$;
6) $A^{1}_{40:\overline{15}|} = 0,029$; $A_{40} = 0,102$; $A_{40:\overline{15}|} = 0,323$
7) $\ddot{a}_{40:\overline{25}|} = 14,835$

3. Человек в возрасте $x = 80$ лет хотел бы заключить договор пожизненного страхования на сумму $S = 50000$ с премией, которая платится непрерывно на протяжении действия договора с постоянной интенсивностью ρ. Установленная компанией процедура андеррайтинга позволяет гарантировать с хорошей степенью точности, что остаточное время жизни этого человека будет характеризоваться постоянной интенсивностью смертности $\mu = 0,2$. Однако в силу нестабильности общей экономической ситуации, актуарию не было ясно, какую техническую процентную ставку i использовать для расчета нетто-премии, и он решил изучить зависимость ρ от i. *Найдите эту зависимость.*

4. Рассмотрим договор страхования жизни на $n = 2$ года с выплатой страховой суммы $S = 1$ в конце года смерти. Пусть возраст застрахованного в момент заключения договора 60 лет. Известно, что $p_{60} = 0,75$, $p_{61} = 0,8$, а наименьшая премия, гарантирующая отсутствие потерь по договору в течение первого года его действия, равна 0,95. *Найдите дисперсию современной стоимости обязательств страховщика*.

Замечание: Поскольку вероятность смерти застрахованного в течение первого года положительна, гарантировать отсутствие потерь можно, только если премия P вместе с процентами не меньше, чем страховая сумма:

$$P \cdot (1+i) \geq S = 1 \Rightarrow P_{\min} = \frac{1}{1+i} = v.$$

5. Страховая компания заключила договор пожизненного страхования с человеком в возрасте $x = 20$. Страховая сумма $S = 1000$ выплачивается в конце года смерти. Премия величиной $P = 20$ платится раз в год в годовщину заключения договора. *Найдите вероятность того, что этот договор не будет убыточен для страховщика.* Известно, что $i = 0{,}05$, $l_{20} = 97000$, $l_{44} = 88000$.

Домашнее задание по теме 7 «Резервы».

1. Для договора смешанного страхования жизни на 3 года со страховой суммой $b=3$, выплачиваемой в конце года смерти, и периодическими премиями известно, что нетто-резерв в конце первого года равен 0,66, а в конце второго года – 1,56. Техническая годовая процентная ставка, используемая при расчете нетто-резервов, $i=0,2$. *Найдите вероятности* q_x и q_{x+1}, используемые страховщиком при расчете нетто-резервов (x – возраст застрахованного в момент заключения договора). Замечание: учитывайте, что ${}_0V=0$.

2. Мужчина в возрасте 50 лет заключил дискретный договор смешанного страхования жизни на 20 лет. По условиям договора, премия, величина которой не меняется, платится раз в год в годовщину заключения договора. Страховая сумма на k-й год действия договора составляет $b_k=21-k$. Пусть ${}_kV$ обозначает резерв нетто-премий в конце к-го года действия договора.
Известно, что ${}_{10}V=5$; ${}_{19}V=0,6$; $i=0,08$; $q_{60}=0,1$;. *Подсчитайте* ${}_{11}V$.

---

1) … это проценты, насчитываемые не только на первоначальную величину, но и на проценты, уже начисленные на неё за предыдущий срок

a) Сложные проценты
b) Простые проценты
c) Десятичные доли
d) Промилле

2) Для технической процентной ставки *i* = 0,25 интенсивность процентов равна

a) $\ln 0{,}25$
b) $\ln 1{,}25$
c) $1{,}25$
d) $\lg 1{,}25$

3) Для технической процентной ставки *i* коэффициент дисконтирования v вычисляется по формуле

a) $v = (1+i)$
b) $v = (1-i)$
c) $v = (1+i)^{-1}$
d) $v = (1+i)^{2}$

4) Символ $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ обозначает

a) приведенную ценность запаздывающей ренты
b) приведенную ценность упреждающей отсроченной ренты
c) приведенную ценность упреждающей ренты, выплачиваемой с частатой p
d) приведенную ценность упреждающей ренты

5) **Какая из следующих функций может рассматриваться в качестве функции выживания**

I. $s(x) = \exp(x - 0{,}7(2^{x} - 1))$

II. $s(x) = \dfrac{1}{(1+x)^{2}}$

III. $s(x) = \exp(-x^{2})$

a) Только I и II
b) Только I и III
c) Только II и III
d) I, II и III

01.04.02 Прикладная математика и информатика, направленность (профиль) "Математическое моделирование и искусственный интеллект", РПД по дисциплине "Актуарная математика и теория риска", 2026 год набора, очная форма обучения.

Рабочая программа дисциплины (модуля) одобрена и рекомендована:

Проректор по учебной работе	утверждено 27.02.26	А.А. Саламатов

Ученым советом математического факультета

Протокол заседания № 8 от 19.02.2026

Председатель Ученого совета математического факультета	согласовано	А. С. Скорынин

Заседанием кафедры теории управления и оптимизации

Протокол заседания № 8 от 12.02.2026

Заведующий кафедрой	согласовано	И. В. Изместьев
Автор (составитель)		С. Р. Алеева

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 274-1