

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 17.06.2025 12:10:59 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a878808322525	МИНОВЕРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Линейная алгебра" по направлению подготовки (специальности) 03.03.02 "Физика" направленности (профилю) Физика ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	--	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Линейная алгебра

Направление подготовки (специальность)

03.03.02 Физика

Направленность (профиль)

Физика

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины является знакомство с основными понятиями, положениями и методами линейной алгебры, необходимыми для дальнейшего изучения естественнонаучных дисциплин, их приложений, направленных на исследования и изучения структуры и свойств. Формирование у студентов логического мышления, навыков в решении прикладных задач алгебраическими методами.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области физико-математических и (или) естественных наук.

ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать задачи, формулируемые в рамках физико-математических и (или) естественных наук.

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, законов физико-математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.03

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Данная дисциплина является базовой в системе образования по данному направлению. Ее изучение опирается на знания по элементарной математике, полученные студентами в средней школе.

Математический анализ

Аналитическая геометрия

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Полученные знания служат базой для изучения следующих дисциплин:

Математический анализ

Дифференциальные уравнения

Теоретическая механика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: основные положения и концепции линейной алгебры

Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: решать стандартные задачи в профессиональной деятельности с применением знаний, методов линейной алгебры

Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: навыками использования основных понятий и законов линейной алгебры при решении задач профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:

3.1.1 основные положения и концепции линейной алгебры

3.2 Уметь:

3.2.1 решать стандартные задачи в профессиональной деятельности с применением знаний, методов линейной алгебры

3.3 Владеть:

3.3.1 применения основных теорем и законов линейной алгебры



4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	З ЗЕТ
Часов по учебному плану : 108 в том числе : аудиторные занятия : 36 самостоятельная работа : 46,2 часов на контроль : 18 контактная работа: 43,8 ИКР: 7,8	Виды контроля в семестрах: экзамены 2

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Комплексные числа				
1.1	Комплексные числа /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
1.2	Тригонометрическая форма комплексного числа /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
1.3	Операции с комплексными числами /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
1.4	Действия с комплексными числами /Ср/	2	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
Раздел 2. Матрицы, определители, системы				
2.1	Матрицы /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.2	Определители /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.3	Свойства определителя /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.4	Системы линейных уравнений /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.5	Действия с матрицами /Пр/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.6	Вычисление определителей /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.7	Обратная матрица /Пр/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.8	Метод Гаусса /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
2.9	Матрицы, определители, системы /Ср/	2	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
Раздел 3. Многочлены				
3.1	Многочлены от одного неизвестного. Делимость многочленов /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
3.2	Алгоритм Евклида /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
3.3	Свойства НОД /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
3.4	Основная теорема алгебры многочленов. Корни многочленов. Симметрические многочлены. /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
3.5	Корни многочленов /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2



3.6	Неприводимость многочленов /Пр/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
3.7	Симметрические многочлены /Пр/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
3.8	Алгоритм Евклида /Ср/	2	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
3.9	Симметрические многочлены /Ср/	2	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
Раздел 4. Линейные пространства				
4.1	Векторные пространства и подпространства. Линейная зависимость и независимость /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
4.2	Полное множество /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
4.3	Базис. Размерность /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
4.4	Матрица перехода /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
4.5	Пространства и подпространства Зависимость и независимость системы векторов /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
4.6	Базис и размерность /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
4.7	Линейные пространства /Ср/	2	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
Раздел 5. Линейные операторы				
5.1	Линейный оператор /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
5.2	Свойства линейного оператора /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
5.3	Матрицы преобразований /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
5.4	Собственные векторы /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
5.5	Матрицы линейного преобразования /Пр/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
5.6	Собственные значения и векторы /Пр/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
5.7	Линейные операторы /Ср/	2	6,2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
Раздел 6. Экзамен				
6.1	/Экзамен/	2	18	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2
Раздел 7. Иная контактная работа				
7.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	2	7,8	

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Контрольные работы;
2. Вопросы к экзамену.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Основные типы задач

- Сложить, умножить на число, перемножить матрицы.
- Вычислить определители второго, третьего порядков, n-го порядка специального вида.
- Найти обратную матрицу.



- Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной, методом Гаусса.
- Выполнить операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление).
- Найти тригонометрическую форму комплексного числа.
- Возвести в степень и извлечь корень из комплексного числа.
- Проверить линейную зависимость, независимость системы векторов.
- Выделить базу системы векторов.
- Найти ранг матрицы.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.
- Найти матрицу перехода от одного базиса в другому.
- Найти матрицу линейного оператора.
- Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- Привести квадратичную форму к каноническому виду.

Пример контрольной работы:

1. Найти НОД многочленов $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$ и $g(x)=x^4-2x+1$ и его линейное представление.
2. Разложить многочлен $g(x)$ по степеням $x+1$.
3. Разложить многочлен $g(x)$ на неприводимые множители над полем действительных чисел.
4. Найти сумму кубов корней многочлена x^3-x^2+x-1 .
5. Найти все рациональные корни многочлена $8x^4-9x+1$.

Пример экзаменационного билета:

1. Определение матрицы, операций над матрицами. Свойства операций над матрицами.
2. Теорема о числе корней и степени многочлена.
3. Вычислить определитель матрицы:
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$
4. Вычислить произведение всех комплексных корней n -ой степени из 1.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Комплексные числа и операции с ними в алгебраической форме.
2. Комплексные числа и операции с ними в тригонометрической форме.
3. Определение СЛУ. Метод Гаусса решения СЛУ.
4. Определение матрицы, операций над матрицами. Свойства операций над матрицами.
5. Определение определителя. Основные свойства определителя (равноправие строк и столбцов, линейность, кососимметричность определителя).
6. Определение алгебраического дополнения. Теорема о разложении определителя по строке.
7. Теорема об определителе произведения двух матриц.
8. Определение обратной матрицы. Свойства обратной матрицы.
9. Критерий обратимости матриц.
10. Теорема Крамера о решении СЛУ. Матричные уравнения.
11. Определения и примеры векторного пространства, векторов, линейной комбинации векторов.
12. Определение линейной зависимости и независимости системы векторов. Основные свойства линейно независимой системы векторов.
13. Определение базиса и размерности векторного пространства. Теорема о размерности векторного пространства и следствия из нее.
14. Определение матрицы перехода и ее свойства.
15. Определение ранга матрицы.
16. Определения однородной СЛУ, фундаментальной системы решений. Теорема о размерности пространства решений однородной СЛУ.
17. Определение и примеры линейного оператора. Матрица линейного оператора и ее свойства.
18. Определения характеристического многочлена матрицы, собственного вектора и собственного значения.
19. Теорема о связи характеристического многочлена и собственных значений.
20. Наибольший общий делитель для многочленов, его свойства, алгоритм Евклида для многочленов.
21. Теорема о числе корней и степени многочлена. Формулы Виета.
22. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.



23. Основная теорема алгебры многочленов. Схема Горнера.

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и проверкой домашних заданий;
- промежуточный контроль осуществляется в форме самостоятельных работ и контрольных работ;
- итоговый контроль осуществляется в форме письменного экзамена.

Оценивание студента при текущем и промежуточном контроле ведется по трем критериям:

- Активная работа студента на занятии. Оценивается выход студента к доске или его работа на месте в 2 балл, но не более 10 баллов за семестр.
- Выполнение домашних заданий. Проверяется выполнение домашних заданий в семестре, за каждое выполненное задание студент получает 1 балл, не более 30 баллов за семестр. Студенту разрешается доделать или переделать домашнее задание в течении одной недели.
- Выполнение самостоятельных работ. За каждое выполненное задание студент получает 1 балл, не более 30 баллов за семестр.

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 90 минут.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за контрольные работы, домашние работы и за активную работу на занятиях, баллы, полученные на экзамене (30 максимум). Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 49 баллов – «неудовлетворительно»

От 50 до 69 баллов – «удовлетворительно»

От 70 до 90 баллов – «хорошо»

От 91 до 100 баллов – «отлично».

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.2	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.3	Кострикин А. И.	Сборник задач по алгебре: задачник: сборник задач и упражнений (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Алеев Р. Ж., Кораблёв Ф. Г., Кораблева В. В.	Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие (https://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007885/007885)	Челябинск : Издательство Челябинского государственног о университета, 2022	ЭБС
Л2.2	Горлач Б. А.	Линейная алгебра (https://e.lanbook.com/book/210983)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение



LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий (презентации, расположенные в системе LMS Moodle).

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студента. На лекциях и семинарских занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;

- посещать практические (семинарские) занятия, на которых рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме;

- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применяться компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации,



речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

