



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Должность: Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Топология многообразий» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»  
Дата: 04.11.2025  
Уникальный программный ключ: 0419c68b6978f3b6cb77a486b9a8788b8322323

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)  
**«Топология многообразий»**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2026**

Челябинск, 2026 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	3
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	5
3.1. Виды оценочных средств.....	5
3.2. Содержание оценочных средств.....	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации.....	7
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации.....	7
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	7
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	7



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Топология многообразий.

Семестры: 4.

Форма промежуточной аттестации: зачёт.

Для оценивания результатов обучения используется балльно-рейтинговая система.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Топология многообразий» направлено на формирование компетенций, приведённых в 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>• способы использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>• использовать фундаментальные знания в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>• навыками использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>способы использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>использовать фундаментальные знания в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>навыками использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul>	<p>Топологические пространства</p> <p>Полиэдры и симплицальные комплексы</p> <p>Поверхности</p> <p>Трёхмерные многообразия</p> <p>Расслоения и накрытия</p>	<p>Контрольная работа</p>	<p>Вопросы для зачёта</p>

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

#### 3.2. Содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в виде зачёта в 4 семестре.

Вопросы для зачёта:

1. Определение и примеры  $n$ -мерного многообразия, края многообразия, замкнутого многообразия.
2. Определение ориентации пространства  $R^n$ .
3. Определение и примеры  $n$ -мерного симплекса, грани симплекса, ориентации симплекса, симплицального комплекса.



4. Определение и примеры полиэдров. Бариецентр и бариецентрическое подразбиение.
5. Определение и примеры клеточного комплекса. Эйлерова характеристика клеточного комплекса.
6. Определение и примеры фундаментальной группы с базисной точкой. Независимость от выбора базисной точки.
7. Доказательство теоремы Ван-Кампена.
8. Алгоритм вычисления фундаментальной группы клеточного комплекса.
9. Определение и примеры поверхностей, связанной суммы поверхностей. Ориентация поверхности.
10. Эйлерова характеристика поверхности. Доказательство независимости эйлеровой характеристики от выбора клеточного разбиения.
11. Доказательство теоремы о классификации замкнутых поверхностей.
12. Классификация поверхностей с краем.
13. Вычисление фундаментальной группы поверхностей.
14. Определение типа поверхности, заданной склейкой многогранников.
15. Определение многообразия с коническими особенностями.
16. Доказательство критерия отсутствия конических особенностей.
17. Определение и примеры линзового пространства.
18. Определение многообразия рода 0 и 1.
19. Определение и примеры многообразия Зейферта.
20. Определение триангуляции многообразий, разбиения на ручки.
21. Определение и примеры спайнов трехмерных многообразий.
22. Определение и примеры цепных комплексов.
23. Определение групп гомологий цепных комплексов.
24. Определение и примеры вычисления групп гомологий симплициальных комплексов.
25. Определения и примеры расслоения. Расслоение Хопфа.
26. Определения и примеры накрытия.
27. Связь фундаментальной группы и универсального накрытия.

Примеры заданий для контрольных работ:

Контрольная работа № 1

Дан двумерный клеточный комплекс. Нарисовать особый граф клеточного комплекса. Выписать фундаментальную группу данного клеточного комплекса, первую группу гомологий.

Контрольная работа № 2

Для поверхности, заданной склейкой многоугольников, определить ее эйлерову характеристику, ориентируемость и тип.

Контрольная работа № 3

Дано трехмерное многообразие, заданное склейкой граней многогранника. Определить число и тип конических особенностей, ориентируемость данного многообразия.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Зачёт проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретический вопрос. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 90 минут.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на зачёте.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
41 - 50 баллов	31 - 40 баллов	21 - 30 баллов	0 - 20 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

##### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Оценивание студента при текущем контроле ведется по двум направлениям:

~ Решение задач на практических занятиях.

~ Выполнение домашних заданий.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за опросы (по 5 баллов за каждый из четырёх опросов), контрольные работы (по 10 баллов за каждую из трёх работ) и итоговое зачетное мероприятие (50 баллов максимум). Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 59 баллов – «не зачтено»,



От 60 до 100 баллов – «зачтено».

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Продвинутый уровень сформированности компетенций соответствует оценке «зачтено» (85-100 баллов):

Обучающийся владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, подчеркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; четко формирует ответы.

2. Базовый уровень соответствует оценке «зачтено» (75-84 баллов):

Обучающийся владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьезных ошибок в ответах.

3. Пороговый уровень соответствует оценке «зачтено» (60-74 баллов):

Обучающийся владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов.

4. Низкий уровень соответствует оценке «не зачтено»:

Обучающийся не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

