

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 04.06.2025 13:02:01 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8722727	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Асимптотические методы (научный семинар)" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	--	--	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
 Асимптотические методы (научный семинар)

Направление подготовки (специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Прикладная математика и искусственный интеллект

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Изучение основных понятий, результатов асимптотических методов в математическом анализе и теории дифференциальных уравнений.

2. Владение основными навыками и методами исследования асимптотического поведения функций, заданных с помощью интегралов и решений дифференциальных уравнений.

3. Выработка у студентов умения самостоятельно изучать учебную литературу по математическим дисциплинам и их приложениям.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенций УК1, ПК1:

УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач

УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач

ПК-1.1. Обладает знаниями о существующих математических методах и моделях, применяемые для описания систем; о классических математических методах анализа систем.

ПК-1.2. Демонстрирует умение: проводить исследование и анализ системы; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.

ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): выполнения описания модели системы; применения математических методов при решении типовых задач; выполнения классификации явлений системы и описания причинно-следственных связей между явлениями

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП:

К.М.01.ДВ.01.01

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

необходимо знать основы математического анализа, владеть понятиями комплексного анализа, уметь решать простейшие дифференциальные уравнения

Математический анализ

Комплексный анализ

Дифференциальные уравнения

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Позволяет анализировать результаты исследований с помощью построения асимптотик тех или иных математических моделей

Уравнения математической физики

Научно-исследовательская работа

Численные методы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать:

осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

-назначение и функции современного асимптотического анализа;

Уметь:

выполнять поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач.

- применять асимптотические методы при решении практических задач на нахождение асимптотики интеграла или решения дифференциального уравнения.

Владеть:

Навыками использования критического анализа, систематизации и обобщения информации для решения



поставленных задач

ПК-1: Способен проектировать системы различного назначения и проводить их анализ

Знать:

- существующие математические методы и модели, применяемые для описания систем; о классических математических методах анализа систем.
- области приложения асимптотических методов, наиболее важные практические и научные задачи, решённые с помощью применения асимптотических методов.

Уметь:

проводить исследование и анализ системы; интерпретировать результаты анализа для заинтересованных лиц; устанавливать причинно-следственные связи между явлениями; проводить сбор, обработку и анализ данных для определения ключевых свойств системы.
- применять асимптотические методы при решении практических задач на нахождение асимптотики интеграла или решения дифференциального уравнения.

Владеть:

- выполнением описания модели системы; применением математических методов при решении типовых задач; выполнением классификации явлений системы и описанием причинно-следственных связей между явлениями

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:	
3.1.1	- назначение и функции современного асимптотического анализа;
3.1.2	- области приложения асимптотических методов, наиболее важные практические и научные задачи, решённые с помощью применения асимптотических методов.
3.2 Уметь:	
3.2.1	- применять асимптотические методы при решении практических задач на нахождение асимптотики интеграла или решения дифференциального уравнения.
3.3 Владеть:	
3.3.1	- понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и образовательные стандарты в области информационных технологий.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 108 в том числе : аудиторные занятия : 34 самостоятельная работа : 48,4 часов на контроль : 18 контактная работа: 41,6 ИКР: 7,6	Виды контроля в семестрах: экзамены 5

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Введение в теорию асимптотических методов			
1.1	1. Символы O и o . /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.2	2. Асимптотические последовательности. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.3	3. Асимптотические разложения. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.4	4. Решение трансцендентных уравнений методом Лагранжа. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



1.5	5. Решение трансцендентных уравнений методом подстановки. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.6	1. Символы O и o . /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.7	2. Асимптотические последовательности. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.8	3. Асимптотические разложения. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.9	4. Решение трансцендентных уравнений методом Лагранжа. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.10	5. Решение трансцендентных уравнений методом подстановки. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
	Раздел 2. Методы нахождения асимптотик интегралов			
2.1	3. Метод интегрирования по частям для интегралов Лапласа. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.2	4. Интеграл Фурье. Лемма Римана-Лебега. Эмпирическое исследование. /Лек/	5	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.3	2. Интегралы Лапласа. Эмпирическое исследование. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.4	1. Метод разложения подынтегральной функции и интегрирование по частям для интегралов, зависящих от параметра. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.5	5. Метод интегрирования по частям для интегралов Фурье. /Лек/	5	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.6	6. Метод стационарной фазы. Интеграл Фурье в общем случае. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.7	1. Метод разложения подынтегральной функции и интегрирование по частям для интегралов, зависящих от параметра. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.8	2. Интегралы Лапласа. Эмпирическое исследование. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.9	3. Метод интегрирования по частям для интегралов Лапласа. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.10	4. Интеграл Фурье. Лемма Римана-Лебега. Эмпирическое исследование. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.11	5. Метод интегрирования по частям для интегралов Фурье. /Ср/	5	2,4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.12	6. Метод стационарной фазы. Интеграл Фурье в общем случае. /Ср/	5	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
	Раздел 3. Асимптотическое поведение решений линейных дифференциальных уравнений второго порядка			
3.1	1. Дифференциальные уравнения второго порядка. Асимптотика решений на бесконечности. /Лек/	5	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.2	2. Колеблющиеся решения. Асимптотика поведения. /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.3	3. Экспоненциальные решения. Асимптотика поведения. /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.4	4. Преобразования Лиувилля. /Лек/	5	3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.5	5. Метод ВКБ. /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.6	1. Дифференциальные уравнения второго порядка. Асимптотика решений на бесконечности. /Ср/	5	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.7	2. Колеблющиеся решения. Асимптотика поведения. /Ср/	5	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.8	3. Экспоненциальные решения. Асимптотика поведения. /Ср/	5	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



Рабочая программа дисциплины "Асимптотические методы (научный семинар)" по направлению подготовки (специальности) 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" направленности (профилю) Прикладная математика и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

3.9	3. Экспоненциальные решения. Асимптотика поведения. /Ср/	5	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.10	4. Преобразования Лиувилля. /Ср/	5	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.11	5. Метод ВКБ. /Ср/	5	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
	Раздел 4. Экзамен			
4.1	Экзамен /Экзамен/	5	18	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
	Раздел 5. Иная контактная работа			
5.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	5	7,6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Контрольные работы I-II (теоретические)
Контрольные работы №1-11 (практические).
2. Домашние задания: №1-16
3. Посещаемость лекций.
4. Экзаменационные билеты

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Перечень домашних заданий см. Приложение.
Практические контрольные работы см. Приложение.

Вопросы по асимптотическим методам к теоретической контрольной-I:

1. Символы O и o .
2. Правила для O -символа.
3. Свойства символов O и o .
4. Асимптотические последовательности.
5. Утверждения об асимптотических последовательностях.
6. Эквивалентные последовательности.
7. Теоремы об интегрировании асимптотических последовательностей.
8. Асимптотические разложения.
9. Необходимое условие разложения функции в асимптотический ряд.
10. Достаточное условие разложения функции (теорема Макки).
11. Единственность асимптотического разложения.
12. Линейные операции над асимптотическими разложениями.
13. Интегрирование асимптотических разложений.
14. Дифференцирование степенных асимптотических разложений.

Вопросы по асимптотическим методам к теоретической контрольной-II:

1. Метод Лагранжа решения конечных уравнений.
2. Метод подстановки решения конечных уравнений. Примеры.
3. Интеграл Лапласа. Случай невырожденной точки максимума на границе.
4. Интеграл Лапласа. Случай вырожденной внутренней точки максимума.
5. Метод интегрирования по частям для интеграла Лапласа.
6. Интеграл Фурье. Лемма Римана-Лебега.
7. Метод интегрирования по частям для интеграла Фурье.
8. Метод стационарной фазы. Асимптотическое представление для интеграла Фурье.
9. ДУ второго порядка. Колеблющиеся решения.
10. ДУ второго порядка. Экспоненциальные решения.
11. Преобразования Лиувилля.
12. Метод ВКБ.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Пример экзаменационного билета см. Приложение.



6.4. Критерии оценивания

Структура оценивания работы в семестре.

1. За каждую практическую работу №1-11 по 5 баллов.
2. За каждую теоретическую работу №1-2 по 5 баллов.
3. За посещаемость лекций 5 баллов.
4. За выполнение домашних заданий всего 10 баллов.

Структура экзамена.

1. Теоретический вопрос – 10 баллов
2. Практические задания – 20 баллов

Максимальное количество баллов за второй семестр: $11*5+2*5+5+10+10+20=110$.

Критерий оценивания результатов семестра и экзамена:

60 – 85 баллов – выставляется оценка “удовлетворительно”

86 – 100 баллов – выставляется оценка “хорошо”

101 балл и выше – выставляется оценка “отлично”.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Ильин А.М., Данилин А.Р.	Асимптотические методы в анализе: монография (https://znanium.com/catalog/document?id=110630)	Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2009	ЭБС
Л1.2	Щитов И. Н.	Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: монография (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275565)	Москва : Физматлит, 2013	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Эрдейи А., Виленкин Н. Я.	Асимптотические разложения: научная литература (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=116225)	Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1962	ЭБС
Л2.2	Шалаумов В. А.	Асимптотические методы в анализе: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232652)	Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012	ЭБС

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

LibreOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

Справочник «Информо» (<http://www.informio.ru/>) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: <http://www.informio.ru/>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.



8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Для проведения лекционных занятий предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, аудитория оснащённая доской.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные занятия (34 ч.), и самостоятельная работа (48,4 ч.). На лекционных занятиях обсуждение теоретического материала сочетается с решением задач. Студенту желательно активно участвовать в проведении аудиторных занятий, задавать вопросы, высказывать свою точку зрения по поводу обсуждаемой проблемы, задачи. Умение обосновывать свою точку зрения, нахождения компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

Важным моментом при изучении любой дисциплины является организация самостоятельной работы. Проработку теоретического материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершении темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину. При этом следует обращаться к различным источникам информации (помимо рекомендованной литературы поиск нужного материала в интернете). Желательно регулярно выполнять домашние занятия. Они могут содержать не только задачи, но и проработку нового теоретического материала.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и руководителя практики осуществляется в режиме реального времени (чат), или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, чаты, электронная почта).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с руководителем практики по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).



В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Перечень домашних заданий по асимптотическим методам

1. Доказать свойства для соотношений порядка O и o . Для данных функций f и g выяснить, какие из следующих равенств справедливы: $f = O(g)$, $f = o(g)$, $g = O(f)$, $g = o(f)$.
2. Доказать, что последовательность является асимптотической.
3. Показать, что для данных функций $f(x, y)$ и $h(y)$ справедлива теорема о разложении интеграла $\int_a^b h(y)f(x, y)dy$. Показать, что для данной функции $f(x)$ справедлива теорема о разложении интеграла $\int_x^b f(t)dt$.
4. Подтвердить теорему об асимптотическом разложении производной некоторых функций в степенной ряд.
5. Построить асимптотику решения трансцендентного уравнения методом Лагранжа.
6. Построить асимптотику решения трансцендентного уравнения методом подстановки.
7. Построить асимптотику интеграла методом разложения подынтегральной функции.
8. Выписать асимптотическое представление интеграла Лапласа.
9. Построить асимптотику интеграла Лапласа методом интегрирования по частям.
10. Выписать асимптотическое представление интеграла Фурье.
11. Воспользоваться методом стационарной фазы для получения асимптотики интеграла Фурье.
12. Получить асимптотику решения ДУ второго порядка. Колеблющиеся решения.
13. Получить асимптотику решения ДУ второго порядка. Экспоненциальные решения.
- 14, 15. Применить преобразование Лиувилля для получения асимптотики решения ДУ второго порядка.
16. Вывести уравнения метода ВКБ.

Практические контрольные по асимптотическим методам**Практическая контрольная работа № 1:**

1) Доказать соотношение:

$$\ln(1 - 3\sqrt{x}) \sim -3\sqrt{x}.$$

2) Какие из следующих соотношений справедливы, а какие - нет:

$$f = O(g), \quad f = o(g), \quad g = O(f), \quad g = o(f), \quad \text{если а) } f(x) = \arctg 2x, \quad g(x) = 1, \\ x \rightarrow \infty, \quad \text{б) } f(x) = \tg 3x, \quad g(x) = 4x, \quad x \rightarrow \frac{\pi}{6}$$

Практическая контрольная работа № 2:

Является следующая последовательность асимптотической:

$$1) \left\{ z^{-\lambda_n} \right\}, \quad z \in C, \quad z \rightarrow \infty, \quad \begin{cases} \lambda_{n+1} > \lambda_n, \\ \lambda_{n+1} < \lambda_n, \\ \lambda_{n+1} = \lambda_n. \end{cases}$$

$$2) \left\{ e^{nz} \right\}, \quad z \in C, \quad z \rightarrow \infty, \quad \operatorname{Re} z < 0,$$

$$3) \left\{ \cos^{5n} \frac{\pi}{2} x \right\} \quad x \rightarrow 3 ?$$

Практическая контрольная работа № 3:

1) Проверить справедливость Теоремы об интегрировании асимптотических разложений на примере функции:

$$f(x, y) = \cos(xy), \quad h(y) = y, \quad y \in [0, 1].$$

2) Проверить теорему об дифференцировании асимптотических разложений, то есть показать, что производная от ряда есть ряд производной на примере функций:

$$\text{а) } f(x) = \arctg(2x); \quad \text{б) } f(x) = \frac{1}{1 - 4\sqrt{x}}.$$

Практическая контрольная работа № 4:Применив метод Лагранжа, найти асимптотику при $\varepsilon \rightarrow 0$ корня следующего уравнения:

$$x + 2 - \varepsilon x^2 + 2\varepsilon = 0.$$

Методом подстановки найти при $\lambda \rightarrow +\infty$ решение уравнения

$$x \ln x = \sqrt{\lambda}.$$

Практическая контрольная работа № 5:Найти асимптотику по малому параметру ε методом разложения подынтегральной функции интеграла Френеля:

$$F(\varepsilon) = \int_0^1 \sin \varepsilon t^2 dt \quad \text{при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Найти асимптотическое разложение по большому параметру λ и оценить остаточный член интегральной экспоненты, используя интегрирование по частям:

$$F(\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{t} dt \quad \text{при } \lambda \rightarrow \infty.$$

Челябинский государственный университет
Кафедра вычислительной математики
Асимптотические методы

Экзаменационный билет № 1

1. Асимптотические разложения. Асимптотические ряды. Теорема о коэффициентах асимптотического разложения функции.

2. Докажите, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ имеет место соотношение

$$\int_0^1 \frac{\sin \varepsilon t}{t} dt = \varepsilon - \frac{1}{18} \varepsilon^3 + o(\varepsilon^3).$$

3. Найдите первые три члена асимптотики решений уравнения при $t \rightarrow \infty$:

$$u'' + \left(4 - \frac{3}{t^2}\right) u = 0.$$

Зав. кафедрой, профессор

В.Н. Павленко

Экзаменатор, доцент

Е.А. Деркунова

