

<p>Документ подписан простой электронной подписью          Информация о владельце:          ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич          Должность: Ректор          Дата подписания: 15.06.2026 12:25:16          Уникальный программный ключ:          04c19ed8bfb98f3b6cb77448c9a8788b427433</p>	<p>МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ          Федеральное государственное бюджетное          образовательное учреждение высшего образования          «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)</p>	<p>стр. 1</p>
---	---	---------------

Фонд оценочных средств  
 для промежуточной аттестации  
 по дисциплине (модулю)  
**Преобразование Лапласа векторнозначных функций**

Направление подготовки (специальность)  
**01.04.01 «Математика»**

Направленность (профиль)  
**«Уравнения с дробными производными»**

Присваиваемая квалификация  
**Магистр**

Форма обучения  
**Очная**

Челябинск, 2026 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств .....	3
2. Перечень формируемых компетенций .....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	5
3.1. Виды оценочных средств .....	5
3.2. Содержание оценочных средств .....	6
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	8
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации .....	8
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств .....	8
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	9



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) "Преобразование Лапласа векторнозначных функций" по направлению подготовки (специальности) 01.04.01 "Математика" направленности (профилю) Уравнения с дробными производными ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 01.04.01 Математика.

Направленность: Уравнения с дробными производными.

Дисциплина: Преобразование Лапласа векторнозначных функций.

Семестры: 1.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Преобразование Лапласа векторнозначных функций» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Код и наименование компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
<b>ПК-1</b> Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений	<b>ПК-1.1</b> Демонстрирует знание основных теоретических положений и методов в области проводимых научных исследований. <b>ПК-1.2.</b> Демонстрирует умения сбора и анализа информации по тематике проводимых исследований. <b>ПК-1.3.</b> Имеет практический опыт установления новых фактов и закономерностей в области научных исследований.	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>основные теоретические положения и методы, относящихся к преобразованию Лапласа векторнозначных функций, включая их применение в различных областях математики и ее приложениях, в контексте проводимых научных исследований.</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>эффективно собирать, систематизировать и анализировать информацию из научных публикаций, монографий, статей и других источников по тематике преобразования Лапласа векторнозначных функций.</li></ul> <b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>навыками проведения самостоятельных научных исследований в области преобразования Лапласа векторнозначных функций, включая постановку исследовательских задач, формулирование гипотез, построение доказательств, проведение вычислительных экспериментов и интерпретацию полученных результатов.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ПК-1 Способен проводить научно-исследовательскую работу в области дифференциальных уравнений	<b>1.1 Знать:</b> методы, относящихся к преобразованию Лапласа векторнозначных функций, включая их применение в различных областях математики и ее приложениях, в контексте проводимых научных исследований.	– Интеграл Лапласа	1	1-4	Задание открытого типа с развернутым ответом
	<b>1.2 Уметь:</b> эффективно собирать, систематизировать и анализировать информацию из научных публикаций, монографий, статей и других источников по тематике преобразования Лапласа векторнозначных функций.	– Интеграл Лапласа	1	5-9	Задание открытого типа с развернутым ответом



	<b>1.3 Владеть:</b> навыками проведения самостоятельных научных исследований в области преобразования Лапласа векторнозначных функций, включая постановку исследовательских задач, формулирование гипотез, построение доказательств, проведение вычислительных экспериментов и интерпретацию полученных результатов.	– Преобразование Лапласа	1	10	Задание открытого типа с развернутым ответом
--	--	--------------------------	---	----	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

### 3.2. Содержание оценочных средств

Темы докладов:

1. Лапласиан с граничными условиями Дирихле
2. Неоднородные граничные условия
3. Асимптотическое поведение
4. Волновое уравнение
5. Возмущение самосопряженных операторов
6. Волновое уравнение в  $L_2(\Omega)$
7. Трансляционно-инвариантные операторы в  $L_p(\mathbb{R}^n)$
8. Множители Фурье
9.  $L_p$ -спектры и интегрированные полугруппы
10. Системы дифференциальных операторов в  $L_p$ -пространствах



Вопросы к зачету

1. Интеграл Бохнера
2. Свойство Радона - Никодима
3. Свертки
4. Операторные свойства
5. Единственность, аппроксимация и обращение
6. Преобразование Фурье и теорема Планшереля
7. Интеграл Римана-Стилтьеса
8. Интегралы Лапласа-Стилтьеса
9. Представление Рисса-Стилтьеса
10. Теорема о действительном представлении
11. Действительное и комплексное преобразования
12. Преобразования экспоненциально ограниченных функций
13. Преобразования Лапласа голоморфных функций
14. Полностью монотонные функции



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 3 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 3 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Если допущена одна ошибка, то задание оценивается 2 баллами, допущены две ошибки – 1 балл. Если допущено более двух ошибок в задании или студент не выполнил какое-либо задание из билета, то за него он получает 0 баллов. Максимальное количество баллов за зачет – 6.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
6 баллов	5 баллов	4 балла	0 – 3 балла
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для доклада:

В семестре 3 доклада. На доклад отводится 15-20 минут в конце пары (каждую пару 1 доклад). Каждый студент готовит доклад по одной из предложенных тем. Максимальное количество баллов за доклады - 30.

Оценка "зачтено" выставляется за 20-30 баллов, "не зачтено" - менее 20 баллов.

Полнота доклада оценивается по следующим критериям:

1. Полнота изложения теоретического материала
2. Достаточное количество примеров к теоретическому материалу
3. Приведены примеры к определениям и теоремам
4. Приведены контрпримеры, демонстрирующие при каких условиях не применимы теоремы.



### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "не зачтено" выставляется за 19 и менее баллов;

Оценка "зачтено" выставляется за 20 и более баллов:

20-26 баллов (уровень 1);

27-30 баллов (уровень 2);

31-36 баллов (уровень 3).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
  - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
  - студент способен дать полное представление об основных понятиях теории преобразования Лапласа, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
  - предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
  - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
  - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
  - предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем векторнозначных функций, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
  - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.



Evaluation Fund  
for interim certification  
on course (module)  
**Laplace Transform of Vector-Valued Functions**

Master's Program  
**01.04.01 «Mathematics»**

Direction  
**«Fractional Differential Equations»**

Degree  
**Master’s**

Mode of study  
**Full-time**

Chelyabinsk, 2026



## Table of Contents

1. Passport of the assessment fund .....	3
2. List of competencies to be formed .....	4
3. Content of assessment tools for the course .....	5
3.1. Types of assessment tools .....	5
3.2. Content of assessment tools .....	6
4. Procedure for conducting and criteria for evaluation of interim certification.....	8
4.1. Procedure for interim certification.....	8
4.2. Assessment criteria for interim certification by types of assessment tools .....	8
4.3. Results of interim attestation and levels of competencies formed.....	9



## 1. Passport of the assessment fund

Master’s program: 01.04.01 Mathematics.

Direction: Fractional Differential Equations.

Course: Laplace Transform of Vector-Valued Functions.

Semesters: 1.

The form of the interim assessment: credit.

The point-rating system for assessing a student's knowledge in a course is based on a point assessment of various forms of student activity.



## 2. List of competencies to be formed

The study of the course "Laplace Transform of Vector-Valued Functions" is aimed at the formation of competences given in Table 1.

Table 1. Learning outcomes of the course.

Code and name of competencies according to FSBE (BPEP HE)	Indicators of competence achievement according to BPEP HE	List of planned learning outcomes of the course
1	2	3
<p><b>PC-1</b> Able to carry out research work in the field of differential equations</p>	<p>PC-1.1 Demonstrates knowledge of the basic theoretical principles and methods in the field of scientific research.</p> <p>PC-1.2. Demonstrates the ability to collect and analyze information on the subject of ongoing research.</p> <p>PC-1.3. Has practical experience in establishing new facts and patterns in the field of scientific research.</p>	<p>Know:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>the main theoretical principles and methods related to the Laplace transformation of vector-valued functions, including their application in various fields of mathematics and its applications, in the context of ongoing scientific research.</li> </ul> <p>Be able to:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>effectively collect, systematize and analyze information from scientific publications, monographs, articles and other sources on the subject of the Laplace transform of vector-valued functions.</li> </ul> <p>Possess:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>the skills of conducting independent scientific research in the field of the Laplace transform of vector-valued functions, including setting research tasks, formulating hypotheses, constructing evidence, conducting computational experiments and interpreting the results obtained.</li> </ul>



### 3. Content of assessment tools for the course

#### 3.1. Types of assessment tools

Table 2. Types of assessment tools.

Code and name of competencies according to FSBE (BPEP HE)	List of planned learning outcomes for the discipline	Controlled Topics/ Sections	Semester	Task number	Name of the assessment tool
PC-1 Able to carry out research work in the field of differential equations	<b>1.1 Know:</b> the main theoretical principles and methods related to the Laplace transformation of vector-valued functions, including their application in various fields of mathematics and its applications, in the context of ongoing scientific research.	– Laplace integral	1	1-4	Open-ended question with a detailed answer
	<b>1.2 Be able to:</b> effectively collect, systematize and analyze information from scientific publications, monographs, articles and other sources on the subject of the Laplace transform of vector-valued functions.	– Laplace integral	1	5-9	Open-ended question with a detailed answer
	<b>1.3 Possess:</b> the skills of conducting	– Laplace transform	1	10	Open-ended question with a detailed answer



	independent scientific research in the field of the Laplace transform of vector-valued functions, including setting research tasks, formulating hypotheses, constructing evidence, conducting computational experiments and interpreting the results obtained.				
--	--	--	--	--	--

Standard tasks, criteria and assessment indicators within the framework of the ongoing control are presented in the work program of the course (module). Complete sets of assessment tools and control and measuring materials are stored at the department.

### 3.2. Content of assessment tools

Topics of the reports:

1. Laplacian with Dirichlet boundary conditions
2. Heterogeneous boundary conditions
3. Asymptotic behavior
4. The wave equation
5. Perturbation of self-adjoint operators
6. The wave equation in  $L_2(\Omega)$
7. Translationally invariant operators in  $L_p(\mathbb{R}^n)$
8. Fourier multipliers
9.  $L_p$  spectra and integrated semigroups
10. Systems of differential operators in  $L_p$  spaces

Questions for the credit:

1. The Bochner integral
2. Radon- Nicodemus property
3. Convolutions
4. Operator properties
5. Uniqueness, approximation and reversal
6. Fourier transform and Plancherel's theorem
7. The Riemann-Stieltjes integral
8. Laplace-Stieltjes integrals
9. The Riesz-Stieltjes representation



10. The real representation Theorem
11. Real and complex transformations
12. Transformations of exponentially bounded functions
13. Laplace transformations of holomorphic functions
14. Completely monotonous functions



#### 4. Procedure for conducting and criteria for evaluation of interim certification

##### 4.1. Procedure for interim certification

The duration of the credit is 90 minutes. The student can receive from 1 to 3 points for each completed task of the ticket. If the task is performed correctly, it is evaluated with 3 points. If the task is performed with mistakes, the points are reduced depending on the number of mistakes made. If one mistake is made, the building is evaluated with 2 points, if two mistakes are made, the building is evaluated with 1 point. If more than two mistakes are made in a task or the student has not completed any task from the ticket, he/she receives 0 points for it. The maximum number of points for credit is 6.

##### 4.2. Assessment criteria for interim certification by types of assessment tools

High level of mastery of the tested competencies	Average level of mastering the tested competencies	Basic level of mastering the competencies being tested	Low level of mastery of the tested competencies
6 points	5 points	4 points	0 – 3 points
The student consistently, competently and logically presents the material; possesses basic mathematical methods and algorithms for solving problems; is able to build mathematical models, link theory and practice, shows the ability to apply knowledge.	The student presents the material competently and substantially; knows the basic mathematical methods; does not make significant errors, but has difficulties in conclusions and proofs; is able to apply the basic provisions and formulas to solve problems.	The student has knowledge only of the basic material, but is not able to draw conclusions and evidence; makes mistakes, provides insufficiently correct formulations; has difficulty linking the main provisions with practice.	The student does not know the fundamental issues of the course or a significant part of the program material, makes mistakes, reveals the inability to correct them, can not link theory and practice.

Description of indicators and criteria for assessing competencies for the report:

There are 3 reports in the semester. 15-20 minutes are allocated for the report at the end of the pair (each pair 1 report). Each student prepares a report on one of the proposed topics. The maximum number of points for the reports is 30.

The grade “pass” is given for 20-30 points, “fail” - less than 20 points.

The completeness of the report is evaluated by the following criteria:

1. Completeness of presentation of theoretical material
2. Sufficient number of examples to the theoretical material
3. Examples are given for definitions and theorems
4. Counterexamples are given to show under what conditions the theorems do not apply.



### 4.3. Results of interim attestation and levels of competencies formed

The results of the current assessment are taken into account when summarizing the results. The points received for the current certification are summed up with the points received for each stage during the intermediate certification.:

The score "not counted" is given for 19 or less points.;

The "credited" score is given for 20 or more points:

20-26 points (level 1);

27-30 points (level 2);

31-36 points (level 3).

The specifics of the procedure for assessing the learning outcomes of people with disabilities and people with disabilities are outlined in the work program of the course (module).

The levels of competence formation are defined as follows

1. A high level of competence formation corresponds to an excellent assessment:

- involves the formation of competencies at a high level, readiness for independent professional activity: skills are formed to establish connections between different concepts and with other areas of mathematics, skills to prove theorems, skills to systematize data necessary for the application of acquired knowledge in various fields.

- the student is able to give a complete understanding of the basic concepts of Laplace transform theory, use mathematical language, is able to solve problems and exercises using definitions, theorems and techniques, and formulate their own conclusions.

2. The average level corresponds to the assessment of good:

- involves the formation of competencies at a higher level: a comprehensive knowledge of the relationship between various concepts and other areas of mathematics is formed, skills to prove theorems;

- the student is able to use mathematical language, is able to solve problems and exercises using definitions, theorems and techniques.

- the student is able to give detailed answers to the theoretical questions of the course at a level not lower than the grade "satisfactory".

3. The basic level corresponds to the grade satisfactory:

- involves the formation of competencies at the initial level: knowledge of the basic concepts and theorems of vector-valued functions necessary to solve problems in professional activity;

- the student is able to solve basic tasks. The number of correct answers is at least 50%.

4. A low level corresponds to an unsatisfactory assessment.

