

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	 МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 04.06.2025 12:47:06 Уникальный идентификатор документа: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a4861b0e87081e9722737	Рабочая программа дисциплины "Алгебра" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Алгебра

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины является обеспечение фундаментальной подготовки в важной области современной математики, ознакомление с основами классической и современной алгебры, обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике, ознакомление с историей развития алгебры и с вкладом российских ученых в развитие современной алгебраической науки.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.02

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Данная дисциплина имеет разносторонние связи со многими математическими и специальными дисциплинами. Она основывается на знании числовых систем и функций, изученных в средней школе.

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Данная дисциплина является предшествующей для дисциплин:

Дифференциальная геометрия

Дискретная математика

Дифференциальные уравнения

Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование

Математическая логика и теория алгоритмов

Топология многообразий

Теория графов (научный семинар)

Теория групп

Алгоритмическая топология (научный семинар)

Функциональный анализ

Гладкие многообразия

Вычислительная топология

Гиперболическая геометрия

Алгебраическая топология

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: основные понятия, результаты и методы алгебры, область их применения

Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: использовать полученные теоретические знания в профессиональной деятельности

Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: методами решения задач с помощью аппарата современной алгебры



В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	способы консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры
3.2	Уметь:
3.2.1	консультировать и использовать фундаментальные знания в области алгебры
3.3	Владеть:
3.3.1	консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость		11 ЗЕТ
Часов по учебному плану	: 396	Виды контроля в семестрах: экзамены 1, 2 зачеты 1, 2, 3
в том числе	:	
аудиторные занятия	: 218	
самостоятельная работа	: 84,5	
часов на контроль	: 63	
контактная работа:	248,5	
ИКР:	30,5	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Основные алгебраические структуры				
1.1	Основные понятия и обозначения. Бинарная операция. Два свойства бинарной операции. Определение группы. Примеры. Теорема о простейших свойствах группы. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.2	Определение кольца, поля. Примеры. Характеристика поля /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.3	Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Модуль, сопряжение комплексного числа и их свойства /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.4	Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.5	Извлечение корней из комплексных чисел. Геометрическая интерпретация. Группа корней n-ой степени из единицы /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.6	Комплексные числа, операции над ними в алгебраической форме. Модуль, сопряжение комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.7	Формула Муавра возведения в степень комплексного числа. Извлечение корней из комплексных чисел /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
1.8	Алгебраические структуры /Ср/	1	4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 2. Матрицы и определители				
2.1	Определение матрицы. Виды матриц. Операции с матрицами. Теорема о свойствах операций с матрицами /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.2	Определитель матрицы 2, 3-го порядка. Перестановки на множестве из n элементов. Четность перестановки. Лемма о транспозиции в перестановке. Понятие определителя n-го порядка /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.3	Алгебраическое дополнение и минор элемента матрицы. Формула разложения определителя по строке /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



2.4	Свойства определителя. Формула вычисления определителя Вандермонда /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.5	Операции с матрицами. Определитель матрицы 2, 3-го порядка. Перестановки на множестве из n элементов /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.6	Алгебраическое дополнение и минор элемента матрицы. Формула разложения определителя по строке /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.7	Свойства определителя. Формула вычисления определителя Вандермонда /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
2.8	Матрицы, определители /Ср/	1	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 3. Системы линейных уравнений				
3.1	Система линейных уравнений, ее матричная запись. Совместность, определенность системы линейных уравнений. Правило Крамера решения систем линейных уравнений /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.2	Элементарные преобразования строк матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.3	Определение обратной матрицы. Способы ее нахождения. Теорема о единственности обратной матрицы /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.4	Понятие линейной независимости. Определение ранга матрицы. Теорема о ранге. Теорема Кронекера — Капелли /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.5	Правило Крамера решения систем линейных уравнений /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.6	Элементарные преобразования строк матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.7	Обратная матрица. Способы ее нахождения. Ранг матрицы /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
3.8	Системы линейных уравнений /Ср/	1	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 4. Кольцо многочленов				
4.1	Понятие многочлена от одной неизвестной. Кольцо многочленов от одной неизвестной /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.2	Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем. Свойства делимости в кольце многочленов над полем /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.3	Определение наибольшего общего делителя многочленов. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя многочленов. Теорема о наибольшем общем делителе многочленов. Линейное представление наибольшего общего делителя многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.4	Теорема о свойствах взаимно простых многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.5	Определение значения многочлена в точке, определение корня многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.6	Определение неприводимого многочлена. Теорема о неприводимых многочленах. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.7	Определение кратности корня многочлена. Теорема о числе корней многочлена. /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.8	Задача интерполяции. Интерполяционная формула Лагранжа. Нахождение корней многочлена 3-й и 4-й степени /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.9	Определение производной многочлена. Теорема о производной многочлена и кратном множителе /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



4.10	Определение алгебраически замкнутого поля. Основная теорема алгебры многочленов (о корнях многочленов над полем комплексных чисел), ее следствие /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.11	Построение кольца многочленов от n переменных. Лексикографическое упорядочение одночленов. Теорема о старшем одночлене произведения многочленов /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.12	Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Формулы Виета для многочлена n -й степени /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.13	Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя многочленов /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.14	Значение многочлена в точке, корень многочлена. Схема Горнера /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.15	Неприводимый многочлен /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.16	Кратность корня многочлена /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.17	Задача интерполяции. Интерполяционная формула Лагранжа. Нахождение корней многочлена 3-й и 4-й степени /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.18	Производная многочлена /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.19	Алгебраически замкнутое поле /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.20	Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.21	Формулы Виета для многочлена n -й степени /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
4.22	Многочлены /Ср/	1	4,3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 5. Векторные пространства				
5.1	Определение векторного пространства. Теорема о простейших свойствах векторного пространства /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.2	Определение подпространства. Теорема о свойствах подпространства /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.3	Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов. Теорема о линейно зависимых независимых множествах /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.4	Критерий линейной зависимости /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.5	Теорема об очистке линейно полного множества. /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.6	Определение базы. Теорема о выборе базы. Теорема о дополнении до базы /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.7	Критерий базы. Определение координат вектора в базе /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.8	Определение размерность пространства. Теорема о размерности пространства /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.9	Определение матрицы перехода от одной базы к другой. Теорема о свойствах матрицы перехода /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.10	Линейная зависимость и линейная независимость векторов /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.11	Выбор базы, дополнение до базы /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.12	Определение координат вектора в базе. Размерность пространства /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



5.13	Матрица перехода от одной базы к другой /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
5.14	Векторные пространства /Ср/	2	7	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 6. Подпространства				
6.1	Теорема о пересечении подпространств /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
6.2	Теорема о строении линейной оболочки /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
6.3	Теорема о сумме двух подпространств. Теорема о размерности суммы двух подпространств /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
6.4	Определение прямой суммы двух подпространств. Теорема о прямой сумме двух подпространств /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
6.5	Сумма двух подпространств. Размерность суммы двух подпространств /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
6.6	Прямая сумма двух подпространств /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
6.7	Подпространства /Ср/	2	7	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 7. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений				
7.1	Многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
7.2	Пространство решений однородной системы линейных уравнений /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
7.3	Многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
7.4	Пространство решений однородной системы линейных уравнений /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
7.5	Системы линейных уравнений /Ср/	2	7,5	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 8. Линейные операторы				
8.1	Определение линейного оператора. Теорема о свойствах линейных операторов. Пространство линейных операторов /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.2	Матрица линейного оператора. Теорема о задании линейного оператора на базе и матрицей. Теорема о связи матриц линейного преобразования в разных базах /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.3	Ядро и образ линейного преобразования /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.4	Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема Гамильтона-Кэли /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.5	Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Теорема о нахождении собственных значений /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.6	Критерий диагонализуемости линейного преобразования /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.7	Пространства со скалярным произведением. Теорема о простейших свойствах таких пространств /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.8	Теорема Коши-Буняковского-Шварца. Норма вектора, ее свойства /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.9	Ортогональность векторов и подпространств. Теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.10	Ортогональное дополнение. Теорема об ортогональном дополнении /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.11	Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением. /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



8.12	Линейные функционалы. Теорема о строении линейного функционала на пространстве со скалярным произведением /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.13	Сопряженное преобразование. Теорема существования сопряженного преобразования /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.14	Теорема о свойствах сопряженных преобразований. Теорема о матрице сопряженного преобразования /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.15	Нормальные преобразования. Теорема о собственных векторах и собственных значениях нормального преобразования /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.16	Преобразование, сохраняющее скалярное произведение. Критерий сохранения скалярного произведения линейным преобразованием /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.17	Определение самосопряженного преобразования. Доказательство теоремы о вещественности собственных значений самосопряженного преобразования /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.18	Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними. Теорема о матрице квадратичной формы /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.19	Закон инерции квадратичных форм. Критерий положительной определенности квадратичных форм /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.20	Линейный оператор. Пространство линейных операторов. Матрица линейного оператора /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.21	Ядро и образ линейного преобразования /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.22	Характеристический многочлен линейного преобразования /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.23	Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.24	Норма вектора, ее свойства /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.25	Ортогональность векторов и подпространств /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.26	Ортогональное дополнение /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.27	Линейные функционалы /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.28	Сопряженное преобразование, нормальное преобразование, самосопряженное преобразование /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
8.29	Линейные операторы /Ср/	2	6	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 9. Основные структуры				
9.1	Группы. Основные определения и теоремы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
9.2	Циклические группы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
9.3	Порядок /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
9.4	Кольца. Основные определения и теоремы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
9.5	Основные структуры /Ср/	3	12	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 10. Многочлены над конечными полями				
10.1	Неприводимые многочлены /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
10.2	Порядок многочлена /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2



10.3	Дискретные логарифмы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
10.4	Линейные рекуррентные последовательности /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
10.5	Характеристический многочлен и сопровождающая матрица последовательности /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
10.6	Многочлены над конечными полями /Ср/	3	12	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 11. Конечные поля				
11.1	Поля. Основные определения и теоремы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.2	Основная теорема о конечных полях /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.3	Построение конечного поля и вычисления /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.4	Свойства мультипликативной группы поля /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.5	Подполя /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.6	Автоморфизмы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.7	Неподвижные элементы. След и норма /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.8	Минимальный многочлен элемента /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
11.9	Конечные поля /Ср/	3	12,7	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
Раздел 12. Иная контактная работа				
12.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	1	12,7	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
12.2	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	2	14,5	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2
12.3	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	3,3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

1. Контрольные работы;
2. Вопросы для экзамена.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Основные типы задач для контрольных работ

- Сложить, умножить на число, перемножить матрицы.
- Вычислить определители второго, третьего порядков, n-го порядка специального вида.
- Найти обратную матрицу.
- Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной, методом Гаусса.
- Выполнить операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление).
- Найти тригонометрическую форму комплексного числа.
- Возвести в степень и извлечь корень из комплексного числа.
- Проверить линейную зависимость, независимость системы векторов.
- Выделить базу системы векторов.
- Найти ранг матрицы.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.
- Найти матрицу перехода от одного базиса к другому.
- Найти матрицу линейного оператора.



- Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- Вычислить скалярное произведение векторов в евклидовом и унитарном векторных пространствах. Найти длину вектора.
- Привести квадратичную форму к каноническому виду.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Определение векторного пространства. Теорема о простейших свойствах векторного пространства (доказать).
2. Определение подпространства. Теорема о свойствах подпространства (доказать).
3. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов. Теорема о линейно зависимых независимых множествах (доказать).
4. Критерий линейной зависимости (доказать).
5. Теорема (лемма) об очистке полного множества (доказать).
6. Определение базы. Теорема о выборе базы (доказать).
7. Теорема о дополнении до базы (доказать).
8. Критерий базы (доказать). Определение координат вектора в базе.
9. Определение размерности пространства. Теорема о размерности пространства (доказать).
10. Определение изоморфизма векторных пространств. Теорема о свойствах изоморфизма (доказать).
11. Критерий изоморфизма (доказать).
12. Теорема об эквивалентности изоморфизма (доказать).
13. Определение матрицы перехода от одной базы к другой. Теорема о свойствах матрицы перехода (доказать).
14. Лемма о пересечении подпространств (доказать). Теорема о строении линейной оболочки (доказать).
15. Теорема о свойствах суммы подпространств (доказать).
16. Теорема о размерности суммы двух подпространств (доказать).
17. Определение прямой суммы подпространств. Теорема о прямой сумме подпространств (доказать).
18. Определение прямой суммы пространств. Теорема о прямой сумме пространств (доказать).
19. Определение многообразия. Теорема о свойствах многообразий (доказать).
20. Определение фактор-пространства. Теорема об определении фактор-пространства, теорема о свойствах фактор-пространства (доказать).
21. Определение однородной системы линейных уравнений. Определение ранга матрицы. Теорема о пространстве решений однородной системы линейных уравнений (доказать). Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений.
22. Определение линейного оператора. Теорема о свойствах линейных операторов (доказать).
23. Операции над линейными операторами. Доказать, что линейные операторы образуют пространство.
24. Матрица линейного оператора. Теорема о задании линейного оператора на базе и матрицей (доказать).
25. Теорема о преобразовании координат при линейном преобразовании (доказать).
26. Теорема об изоморфизме пространства линейных операторов пространству матриц (доказать).
27. Определение алгебры. Теорема об алгебре линейных преобразований (доказать).
28. Теорема об эквивалентных условиях обратимости линейного преобразования (доказать).
29. Определение ранга и дефекта линейного преобразования. Теорема о сумме ранга и дефекта (доказать).
30. Теорема об изоморфизме алгебры линейных преобразований алгебре матриц (доказать).
31. Матрица линейного преобразования. Теорема о связи матриц линейного преобразования в разных базах (доказать).
32. Определение ядра линейного преобразования. Доказать, что ядро линейного преобразования является подпространством.
33. Определение образа линейного преобразования. Доказать, что образ линейного преобразования является подпространством.
34. Инвариантные подпространства. Теорема о свойствах инвариантных подпространств (доказать).
35. Индуцированные преобразования. Теорема о связи матриц индуцированных преобразований (доказать).
36. Прямая сумма преобразований, матриц. теорема о прямой сумме преобразований (доказать).
37. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о характеристическом многочлене.
38. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Теорема о нахождении собственных значений (доказать). Теорема об одномерных инвариантных подпространствах (доказать).
39. Теорема Гамильтона-Кэли (доказать).
40. Теорема о линейной независимости собственных векторов (доказать).
41. Критерий диагоналируемости линейного преобразования (доказать).
42. Минимальный многочлен линейного преобразования, матрицы. Теорема о свойствах минимального многочлена (доказать).
43. Определение и примеры нормальной жордановой формы матрицы. Задача о нормальной жордановой



- форме. Теорема о нормальной жордановой форме (без доказательства).
44. Определение корневого вектора, корневого подпространства. Теорема о корневых подпространствах (доказать). Теорема о разложении на корневые подпространства (без доказательства).
 45. Определение подобия матриц. Теорема о подобии матриц (доказать).
 46. Пространства со скалярным произведением. Теорема о простейших свойствах таких пространств (доказать).
 47. Теорема Коши-Буняковского-Шварца (доказать).
 48. Следствие о свойствах нормы вектора (доказать).
 49. Ортогональность векторов и подпространств. Теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации (доказать).
 50. Ортогональное дополнение. Теорема об ортогональном дополнении (доказать).
 51. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением (доказать).
 52. Линейные функционалы. Теорема о строении линейного функционала на пространстве со скалярным произведением (доказать).
 53. Сопряжённое преобразование. Теорема об определении сопряжённого преобразования (доказать).
 54. Теорема о свойствах сопряжённых преобразований (доказать).
 55. Теорема о матрице сопряжённого преобразования (доказать).
 56. Нормальные преобразования. Теорема о свойствах нормального преобразования (доказать).
 57. Определение самосопряжённого преобразования. Доказательство теоремы о вещественности собственных значений самосопряжённого преобразования.
 58. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними. Теорема о матрице квадратичной формы.
 59. Положительный (отрицательный) индекс инерции, сигнатура, ранг квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм (без доказательства).
 60. Определение положительно определённой квадратичной формы. Критерии положительной определённости квадратичных форм.

Вопросы к зачёту (третий семестр):

1. Определение группы. Примеры групп.
2. Подгруппы. Критерий подгруппы.
3. Смежные классы. Теорема Лагранжа.
4. Порождение. Циклические группы.
5. Автоморфизмы.
6. Основная теорема о циклических группах.
7. Порядок элемента в группе. Свойства порядка.
8. Кольца. Подкольца. Критерий подкольца. Идеалы. Фактор-кольца.
9. Поля. Характеристика поля.
10. Подполя. Критерий подполя.
11. Конечные поля. Основная теорема о конечных полях.
12. Алгоритм построения конечного поля. Вычисления в конечных полях.
13. Строение мультипликативной группы конечного поля.
14. Примитивный элемент.
15. Подполя конечных полей.
16. Автоморфизмы конечных полей.
17. Множество неподвижных элементов. След и норма.
18. Минимальный многочлен элемента.
19. Существование неприводимых многочленов над конечным полем.
20. Порядок многочлена и его свойства.
21. Дискретный логарифм и логарифм Якоби.
22. Линейные рекуррентные последовательности.
23. Характеристический многочлен и сопровождающая матрица последовательности.

6.4. Критерии оценивания

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов. Для оценки экзамена суммируются баллы семестра и экзамена.

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях, проверкой домашних заданий, решение контрольных работ;



- итоговый контроль осуществляется в форме зачета и письменного экзамена в конце первого и второго семестров и зачёта в конце третьего семестра.

Оценивание студента при текущем контроле ведется по двум критериям:

- Активная работа студента на занятии. Оценивается выход студента к доске или его работа на месте в 1 балл, но не более 15 за семестр.
- Выполнение домашних заданий. Проверяется выполнение домашних заданий в семестре, за каждое выполненное задание студент получает 1 балл, но не более 5 за семестр. Студенту разрешается доделать или переделать домашнее задание в течении одной недели.
- Контрольные работы оцениваются в 50 баллов за семестр.

Отметка о зачёте выставляется исходя из суммы баллов, набранных за контрольные работы по следующим критериям:

От 0 до 25 баллов - «не зачтено»

От 26 до 50 баллов - «зачтено»

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

Итоговая оценка выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за контрольные работы, домашние работы и за активную работу на занятиях, баллы, полученные на экзамене (30 максимум). Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 49 баллов – «неудовлетворительно»

От 50 до 69 баллов – «удовлетворительно»

От 70 до 90 баллов – «хорошо»

От 91 до 100 баллов – «отлично».

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Кострикин А. И.	Введение в алгебру: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951)	Москва : МЦНМО, 2009	ЭБС
Л1.2	Постников М. М.	Линейная алгебра (https://e.lanbook.com/book/210350)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Сбродова Е. А., Фоминых Е. А.	Линейная алгебра: учебное пособие	Челябинск: Издательство Челябинского государственног о университета, 2016	
Л2.2	Алеев Р. Ж., Кораблёв Ф. Г., Кораблева В. В.	Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие (https://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/007885/007885)	Челябинск : Издательство Челябинского государственног о университета, 2022	ЭБС

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы



1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
3. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
4. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студента. На лекциях и семинарских занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;
- посещать практические (семинарские) занятия, на которых рассматриваются основные методы и приёмы решения задач. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или



лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

