

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.06.2026 12:17:24
Уникальный программный ключ:
04c19ed8b798f3b6b77348c9a8788d377424



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)

Направление подготовки (специальность)
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Направленность (профиль)
**«Математические и компьютерные методы
в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Год набора
2026

Челябинск, 2026 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	5
3.1. Виды оценочных средств	5
3.2. Содержание оценочных средств	6
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	8
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	8
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	8
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	8



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 3

1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар).

Семестры: 5.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балльной оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Теория меры и интеграла Лебега (научный семинар)» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Выполняет поиск информации, определяет критерии системного анализа поставленных задач УК-1.2. Использует критический анализ, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач	Знать критерии системного анализа поставленных задач. Уметь выполнять поиск информации, определять критерии системного анализа поставленных задач. Владеть навыками использования критического анализа, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач
ПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок	ПК-1.1. Обладает знаниями об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований. ПК-1.2. Демонстрирует умения: проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам. ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.	Знать об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований. Уметь проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам. Владеть навыками проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать критерии системного анализа поставленных задач.	– Системы множеств. Мера на них – Мера Жордана – Мера Лебега – Измеримые функции – Интеграл Лебега – Основные результаты теории	5	1-6	Вопросы для устного опроса
	Уметь выполнять поиск информации, определять критерии системного анализа поставленных задач.				
	Владеть навыками использования критического анализа, систематизацию и обобщение информации для решения поставленных задач.				
ПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок	Знать об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований.			1-36	Вопросы к зачету
	Уметь проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам.				
	Владеть навыками				



	проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок.				
--	--	--	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

Вопросы к опросам:

1 опрос:

1. Кольца, полукольца, сигма- и дельта-кольца.
2. Кольцо, порожденное полукольцом.
3. Определение меры. Мера на полукольце.
4. Продолжение меры с полукольца на кольцо, им порожденное.
5. Верхняя, нижняя меры Жордана.
6. Множества, измеримые по Жордану.

2 опрос:

1. Множества, измеримые по Лебегу.
2. Сигма-кольцо измеримых по Лебегу множеств и дельта-кольцо измеримых по Лебегу множеств конечной меры.
3. Счетная аддитивность меры Лебега на кольце измеримых по Лебегу множеств.
4. Соотношение между мерой Жордана и мерой Лебега.
5. Измеримость сложной функции.
6. Свойства измеримых функций.

3 опрос:

1. Непрерывность счетно-аддитивной меры.
2. Сходимость почти всюду.
3. Измеримость функций, совпадающих почти всюду.
4. Следствие о сходящейся почти всюду последовательности измеримых функций.
5. Сходимость по мере.
6. Связь между равномерной сходимостью и сходимостью по мере.

4 опрос:

1. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
2. Теорема Фату.
3. Теорема Леви.
4. Следствие о суммируемости функциональных рядов.
5. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега.

Вопросы к зачету:

Системы множеств. Мера.



1. Общее определение меры. Полукольцо. Мера на полукольце. Мера на полукольце прямоугольников.
2. Кольцо, порожденное полукольцом. Продолжение меры с полукольца на это кольцо, его свойства. Мера Жордана.
3. Верхняя и нижняя меры Жордана, их свойства.
4. Множества, измеримые по Жордану. Кольцо множеств, измеримых по Жордану, мера на нём. Мера Лебега.
5. Сигма- и дельта-кольца.
6. Верхняя мера Лебега, ее свойства.
7. Свойства симметрической разности.
8. Множества, измеримые по Лебегу. Сигма-кольцо измеримых по Лебегу множеств и дельта-кольцо измеримых по Лебегу множеств конечной меры.
9. Счетная аддитивность меры Лебега на кольце измеримых по Лебегу множеств.
10. Соотношение между мерой Жордана и мерой Лебега. Измеримые функции. Различные виды сходимости и их связь.
11. Эквивалентные определения измеримой функции. Следствия.
12. Измеримость сложной функции.
13. Свойства измеримых функций.
14. Непрерывность счетно-аддитивной меры.
15. Сходимость почти всюду. Измеримость функций, совпадающих почти всюду. Следствие о сходящейся почти всюду последовательности измеримых функций.
16. Сходимость по мере. Связь между равномерной сходимостью и сходимостью по мере.
17. Связь между сходимостью почти всюду и сходимостью по мере.
18. Сходящиеся по мере последовательности и их подпоследовательности.
19. Теорема Егорова. Интеграл Лебега.
20. Суммируемость простых функций. Корректность определения.
21. Свойства интеграла Лебега от простых функций: линейность, аддитивность, интеграл и неравенство, интегрируемость модуля.
22. Интеграл Лебега от неотрицательной функции. Лемма*. Корректность определения.
23. Существование равномерного приближения произвольной измеримой функции простыми.
24. Свойства интеграла Лебега от неотрицательных функций: «линейность», аддитивность, интеграл и неравенство.
25. Интеграл Лебега от произвольной измеримой функции.
26. Свойства интеграла Лебега от произвольных измеримых функций: линейность, аддитивность, интеграл и неравенство, интегрируемость модуля.
27. Теорема о нулевой функции и нулевом интеграле. Следствие для функций, совпадающих почти всюду.
28. Лемма о единственности продолжения меры.
29. Замена переменной в интеграле Лебега.
30. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
31. Теорема Фату.
32. Теорема Леви.
33. Следствие о суммируемости функциональных рядов.
34. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега.
35. Связь несобственного интеграла и интеграла Лебега.
36. Теоремы сравнения для интеграла Лебега.



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 90 минут. За каждое выполненное задание билета студент может получить от 1 до 10 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 10 баллами. Если задание выполнено с ошибками, то баллы снижаются в зависимости от количества допущенных ошибок. Максимальное количество баллов за зачет – 20.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
100 – 90 баллов	76 – 89 баллов	60 – 75 баллов	0 – 59 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Не зачтено" выставляется за 59 и менее баллов.

Оценка "Зачтено" выставляется если студент набрал 60 баллов и более.

60-75 баллов Зачтено (базовый уровень);

76-89 баллов Зачтено (средний уровень);

90-100 баллов Зачтено (высокий уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке зачтено:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы,



навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.

- студент способен дать полное представление об основных понятиях теории меры и интеграла Лебега использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке зачтено:
- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
 - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.
3. Базовый уровень соответствует оценке зачтено:
- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем теории меры и интеграла Лебега, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
 - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке не зачтено.

