

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 04.06.2025 12:47:06 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a48619a8788b8733733	МИНОВ НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Рабочая программа дисциплины "Функциональный анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 Математика и компьютерные науки направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
--	---	---	--------

Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Функциональный анализ

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина предназначена для знакомства студентов с основными темами функционального анализа: вопросами сходимости в метрических пространствах, непрерывными отображениями и теорией линейных операторов.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенций: ОПК-1

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.21

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Математический анализ

Дифференциальные уравнения

Комплексный анализ

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Полугруппы операторов (научный семинар)

Вариационное исчисление и методы оптимизации

Дополнительные главы уравнений с частными производными

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Знать:

Обладает базовыми знаниями, полученными в области функционального анализа.

Уметь:

Решать используя методы функционального анализа типовые задачи, формулируемые в рамках математических и естественных наук в профессиональной деятельности.

Владеть:

Техникой применения методов функционального анализа для решения задач в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	определение обратных операторов, их свойства и признаки существования;
3.1.2	- методы решения линейных операторных уравнений;
3.1.3	- фундаментальные теоремы функционального анализа;
3.1.4	- основные правила построения метрических и нормированных пространств;
3.1.5	- понятие сепарабельного пространства, ограниченного и предкомпактного множества, а также компакта;
3.1.6	- нормы линейного оператора и функционала;
3.1.7	- признаки сходимости рядов и последовательностей;
3.1.8	- определение, примеры, свойства и применение сопряжённого пространства и оператора;



Рабочая программа дисциплины "Функциональный анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

3.1.9 - понятие спектра линейного оператора, его свойства и применение.

3.2 Уметь:

3.2.1 вычислять пределы последовательностей в метрических пространствах;

3.2.2 - находить нормы ограниченных операторов;

3.2.3 - исследовать различные свойства множеств и функций в метрических пространствах;

3.2.4 - продолжать линейный функционал с подпространства на всё пространство с сохранением свойства его линейности и нормы;

3.2.5 - исследовать поточечную сходимость последовательности операторов;

3.2.6 - разлагать в ряд Фурье по ортонормальным системам в гильбертовом пространстве;

3.2.7 - исследовать слабую сходимость последовательностей в нормированных пространствах;

3.2.8 - находить спектры компактных и самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве.

3.3 Владеть:

3.3.1 методами решения прикладных и классических задач анализа на основе фундаментальных теорем.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	7 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 252 в том числе : аудиторные занятия : 132 самостоятельная работа : 75,5 часов на контроль : 27 контактная работа: 149,5 ИКР: 17,5	Виды контроля в семестрах: экзамены 6 зачеты 5

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Основные понятия и теоремы о полных метрических пространствах			
1.1	Метрические пространства /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.2	Полные метрические пространства /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.3	Принцип Банаха о неподвижной точке /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.4	Теория предкомпактности множеств в метрических пространствах /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.5	Метрические пространства, аксиоматика /Пр/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.6	Сходимость последовательностей в метрических пространствах /Пр/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2



Рабочая программа дисциплины "Функциональный анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 5

1.7	Полные метрические пространства /Пр/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.8	Принцип Банаха о неподвижной точке /Пр/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.9	Теория предкомпактности множеств в метрических пространствах /Пр/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
1.10	Основные понятия и теоремы о полных метрических пространствах /Ср/	5	21,1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
Раздел 2. Линейные операторы на нормированных пространствах. Гильбертовы пространства				
2.1	Линейные нормированные пространства (ЛНП) /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
2.2	Пространство линейных ограниченных операторов /Лек/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
2.3	Теория гильбертовых пространств /Лек/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
2.4	Линейные нормированные пространства /Пр/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
2.5	Вычисление норм линейных операторов в различных пространствах /Пр/	5	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
2.6	Евклидовы, эрмитовы и предгильбертовы пространства. /Пр/	5	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
2.7	Линейные операторы на нормированных пространствах. Гильбертовы пространства /Ср/	5	24	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
Раздел 3. Основные теоремы функционального анализа				
3.1	Теорема Хана-Банаха /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
3.2	Теорема Банаха-Штейнгауза /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2



Рабочая программа дисциплины "Функциональный анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

3.3	Теорема Банаха об обратном операторе /Лек/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
3.4	Основные теоремы функционального анализа /Пр/	5	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
3.5	Основные теоремы функционального анализа /Ср/	5	24	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
Раздел 4. Дальнейшие свойства гильбертовых пространств				
4.1	Теоремы о ближайших элементах в гильбертовом пространстве /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
4.2	Дальнейшие свойства гильбертовых пространств /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
4.3	Дальнейшие свойства гильбертовых пространств /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
Раздел 5. Общие свойства сопряженных пространств, сопряженные операторы				
5.1	Теоремы об отождествлении элементов и о замыкании подпространств /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
5.2	О слабой сходимости последовательностей элементов в ЛНП /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
5.3	Свойства сопряженных пространств /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
5.4	Слабая сходимость в ЛНП /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
5.5	Связь слабой, сильной и поточечной сходимости в конкретных ЛНП /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
5.6	Общие свойства сопряженных пространств /Ср/	6	2,4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
Раздел 6. Спектральные вопросы теории линейных операторов. Альтернатива Фредгольма				
6.1	Теория Рисса для линейных уравнений с компактным оператором. /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2



Рабочая программа дисциплины "Функциональный анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 7

6.2	Линейные уравнения с компактным оператором. /Лек/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
6.3	Признаки разрешимости уравнения, использующие сопряженный оператор /Лек/	6	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
6.4	Конечномерные подпространства в ЛНП /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
6.5	Компактные операторы на ЛНП /Пр/	6	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
6.6	Линейные операторные уравнения на банаховых пространствах /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
6.7	Изоморфизмы банаховых пространств /Пр/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
6.8	Спектры линейных ограниченных операторов /Пр/	6	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
6.9	Спектральные вопросы теории линейных операторов. Альтернатива Фредгольма /Ср/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1 Э2
Раздел 7. Экзамен				
7.1	/Экзамен/	6	27	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
Раздел 8. Иная контактная работа				
8.1	Иная контактная работа /ИКР/	5	6,9	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
8.2	Иная контактная работа /ИКР/	6	10,6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
Раздел 9. Самосопряженные операторы в Гильбертовом пространстве				
9.1	Самосопряженные операторы и их свойства /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
9.2	Спектр самосопряженного оператора /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4
9.3	Спектральные разложения компактного самосопряженного оператора /Лек/	6	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ



6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа,
зачет,
Экзаменационная контрольная работа.

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Пример контрольной работы см. Приложение

Контрольные вопросы к зачету

1. Метрические и нормированные пространства
2. Примеры нормированных пространств. Пространства со скалярным произведением.
3. Топология метрического пространства
4. Предел последовательности в метрических пространствах. Критерии сходимости в различных пространствах
5. Предел функции и непрерывность. Сепарабельные метрические пространства.
6. Пополнение метрических пространств.
7. Теоремы о полных метрических пространствах
8. Компактные метрические пространства.
9. Критерии предкомпактности в конкретных пространствах. Свойства компактных пространств.
10. Линейные ограниченные операторы в нормированных пространствах. Вычисление норм линейных ограниченных операторов и функционалов. Пространства линейных ограниченных операторов.
11. Общий вид линейных ограниченных функционалов в конкретных пространствах.
12. Основные принципы линейного функционального анализа. Теорема Хана-Банаха (о продолжении линейного функционала).
13. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе
14. Теорема Банаха-Штейнгауза
15. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Пример билета для экзаменационной контрольной работы

1. Теорема Хана-Банаха для нормированного пространства и следствия из нее
2. Доказать в бесконечномерном нормированном пространстве компактное множество нигде не плотное.
3. Может ли линейный компактный оператор в бесконечномерном ЛНП быть непрерывно обратимым?
4. Привести пример линейного плотно определенного оператора в ЛНП с пустым резольвентным множеством.

Вопросы к экзамену:

1. ЛНП всех непрерывных линейных функционалов. Следствие из теоремы о полноте пространства $L(X, Y)$, когда Y – банахово.
2. Процедура поиска норм линейного ограниченного оператора. Примеры.
3. Теорема Хана-Банаха, алгебраический вариант. Случай ЛНП.
4. Теорема Банаха-Штейнгауза.
5. Теорема Бэра.
6. Лемма Банаха о почти ограниченности линейного оператора на банаховом пространстве.
7. Теорема о линейной непрерывной биекции $A: X \rightarrow Y$ банаховых пространств. Теорема о замкнутом графике.
8. Определение гильбертова пространства. Примеры.
9. Определение ортонормальной системы (ОНС). Ряд Фурье элемента x по данной ОНС. Примеры.
10. Теорема о минимальном свойстве сумм Фурье. Неравенство Бесселя.
11. Определение полной ОНС. Пример. Дальнейшие следствия теоремы из п. 12.
12. Отображение, относящее каждому элементу пространства последовательность его коэффициентов Фурье.
13. Доказать теорему об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.
14. Доказать теорему о проекции элемента на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве.
15. Теорема о разложении гильбертова пространства в прямую сумму замкнутых линейных подпространств.
16. Описание сопряженного пространства к H . Теорема Рисса. Отождествление гильбертова пространства с его сопряженным.
17. Теорема о вложении X в своё второе сопряженное.
18. Определение слабой сходимости. Примеры.
19. Критерий слабой сходимости в пространстве непрерывных на отрезке функций с чебышевской нормой.
20. Общий вид линейных непрерывных функционалов на l_p . Признак слабой сходимости.
21. Лемма Рисса. Критерии компактности шара в нормированном пространстве.



22. Определение компактного линейного оператора. Примеры.
23. Определение сопряженного оператора. Примеры. Норма и непрерывность сопряженного оператора.
24. Линейные операторные уравнения. Необходимое условие разрешимости операторного уравнения с линейным ограниченным оператором и следствие из нее.
25. Теорема об условии разрешимости сопряженного уравнения с компактным оператором.
26. Альтернатива Фредгольма.
27. Теорема о возмущении единичного оператора.
28. Определение регулярного значения и спектра замкнутого линейного оператора. Свойства резольвентного множества замкнутого линейного оператора. Классификация точек спектра.
29. Теорема о спектре компактного оператора. Примеры.
30. Самосопряженный ограниченный линейный оператор в гильбертовом пространстве. Примеры, простейшие свойства.
31. Теорема о свойстве спектра самосопряженного оператора на гильбертовом пространстве.
32. Теорема Гильберта-Шмидта, следствия из неё.

6.4. Критерии оценивания

На зачете студенту выдается теоретическая контрольная работа по изученному в 5 семестре материалу. Время, отводимое на выполнение теоретической контрольной работы 120 минут.

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного на практических занятиях и вынесенного на самостоятельную работу. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине в 5 семестре

Оценка студента в 5 семестре определяется количеством и уровнем выполненных работ, а также числом посещенных лекционных и семинарских занятий.

Балл, выставляемый за посещение лекционных занятий, пропорционален отношению числа фактически посещенных занятий к их полному числу. Максимальный балл за посещаемость лекционных занятий равен 10. Аналогичная система действует для оценивания посещаемости семинарских занятий.

Оставшиеся 80 баллов учащийся набирает в результате выполнения еженедельных контрольных работ. Работы выполняются на семинарских занятиях очно. Число работ в семестре равно 16.

Каждая контрольная работа содержит три задания различного уровня сложности, оцениваемые в 3, 4 и 5 баллов соответственно. Учащийся имеет возможность выбрать для решения одно из заданий. Таким образом, полное число баллов за успешное выполнение всех заданий в семестре может варьироваться от 48-ми до 80 баллов, а полное число баллов с учетом посещаемости - от 68-ми до 100 баллов.

Оценка "зачет" в пятом семестре выставляется если учащийся набирает 50 и более баллов.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине в 6 семестре

Оценка студента в 6 семестре определяется количеством и уровнем выполненных работ, числом посещенных лекционных занятий и результатом выполнения экзаменационной работы.

Балл, выставляемый за посещение лекционных занятий, пропорционален отношению числа фактически посещенных занятий к их полному числу. Максимальный балл за посещаемость лекционных занятий равен 10. Баллы за посещение семинарских занятий не начисляются.

50 баллов учащийся набирает в результате выполнения контрольных работ. Работы выполняются на семинарских занятиях очно. Число работ в семестре равно 10. Система начисления баллов за контрольные работы такая же, как в пятом семестре. Экзаменационная работа состоит из четырех заданий: двух теоретических вопросов и двух задач. По теоретическим вопросам проводится собеседование. Задачи, предлагаемые на экзамене аналогичны задачам контрольных работ на 5 баллов, предлагавшимся в течение семестра. Каждое из заданий в экзаменационной работе оценивается в 10 баллов. На экзамене возможно повысить итоговый рейтинг на 5 баллов, решив одну дополнительную задачу. Критерии оценивания экзаменационной контрольной работы

Максимальный балл за экзаменационную контрольную работу — 20 баллов. Этот балл складывается из баллов, полученных за каждый вопрос в билете. В билете – 2 теоретических вопроса и 2 задачи.

Соответствие между оценкой по предмету в семестре и количеством набранных баллов следующее:

0-40 - неудовлетворительно

41-60 - удовлетворительно

61-80 - хорошо

81-100 отлично



7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л1.1	Колмогоров А. Н., Фомин С. В.	Элементы теории функций и функционального анализа: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563)	Москва : Физматлит, 2012	ЭБС
Л1.2	Глазырина П. Ю., Дейкалова М. В., Коркина Л. Ф.	Функциональный анализ: типовые задачи: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=689057)	Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2016	ЭБС
Л1.3	Старовойтов В. Н.	Функциональный анализ. Мера и интеграл Лебега: учебное пособие для вузов (https://urait.ru/bcode/557431)	Москва : Юрайт, 2024	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Ресурс
Л2.1	Ревина С.В., Сазонов Л.И.	Функциональный анализ в примерах и задачах: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=42229)	Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009	ЭБС
Л2.2	Треногин В. А.	Функциональный анализ: учебник (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613)	Москва : Физматлит, 2002	ЭБС
Л2.3	Кириллов К.А., Кириллова С.В., Кытманов А.А.	Функциональный анализ: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=432928)	Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2022	ЭБС
Л2.4	Борисов В. Г.	Функциональный анализ: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=719733)	Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2023	ЭБС

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (https://elibrary.ru/defaultx.asp?) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: https://elibrary.ru . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
Э2	Справочник «Информо» (http://www.informio.ru/) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: http://www.informio.ru/ . – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LibreOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Функциональный анализ" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 11

Справочник «Информо» (<http://www.informio.ru/>) ИНФОРМИО : электронный справочник [обеспечение всех типов образовательных учреждений нормативными, методическими, научнопрактическими материалами]. – URL: <http://www.informio.ru/>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.

Для проведения лекционных и лабораторных занятий предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, аудитория оснащённая доской, проектором, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Учебный курс строится таким образом, чтобы способствовать созданию у студента понятийно-теоретического ядра и развитию практического навыка решения математических задач.

Для успешного усвоения материала студенту необходимо использовать следующие формы обучения:

1. Лекционная форма, которая предполагает посещение и конспектирование лекций. Лекционные занятия могут проводиться как в классической форме, предполагающее устное изложение материала преподавателем и конспектированием материала студентам, так и форме семинара, студентам предлагается совместное решение теоретических задач при возможной помощи преподавателя. Кроме того, часть лекций сопровождается интерактивными материалами для лучшего понимания геометрической интерпретации материала.
2. Практическая форма занятий предполагает посещение их студентом, с предоставлением выполненного домашнего задания, и выполнение итогово-зачётной контрольной работы.
3. Самостоятельная форма работы, предполагает кроме выполнения всех домашних работ, необходимость использования и изучения литературы по заданной теме. В случае затруднений при решении задач домашнего задания необходимо обратиться за помощью к лектору согласно расписания его консультаций, которое висит вблизи кафедры вычислительной математики. В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (чат), или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, чаты, электронная почта). Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, социальных сетей. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»



ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Контрольная работа №1

3 балла

На множестве $X = \{a, b, c\}$ определена табличная функция $\rho(x, y)$. Задает ли она метрику на X ?

	a	b	c
a	0	1	2
b	1	0	3
c	2	3	0

4 балла

Проверить, является ли метрикой на $X = \{x \in \mathbb{R} : -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\}$ функция

$$\rho(x, y) = |\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y|$$

5 баллов

Проверить, является ли метрикой на \mathbb{R} функция

$$\rho(x, y) = \ln(1 + |x - y|)$$

Контрольная работа №2

3 балла. Найти норму элемента $x = (2, 2, 1)$ в пространстве l_2^3 .

4 балла. Найти норму элемента $x(t) = \sin(t)$ в пространстве $L^1[0, \pi]$.

5 баллов. Задает ли матрица A скалярное произведение в \mathbb{R}^3 , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа №3

3 балла. Указать внутренние, граничные, изолированные, предельные точки множества $M \in \mathbb{R}$, если $M = \{x \in \mathbb{R} : x \in [0, 2/3) \cup (2/3, 1] \cup \{3/2\}\}$. Построить замыкание \bar{M} .

4 балла. Попадет ли точка x в открытый шар $B(r, y)$, если $x(t) = t(1 - t) \in C[0, 1]$, $B(r, y) \subset C[0, 1]$, $y(t) = t$, $r = 1$.

5 баллов. Будет ли замкнутым множество решений уравнения $x' = at + b$, $x(0) = c$, в $C[0, 1]$ с произвольными параметрами $a, b, c \in \mathbb{R}$?

