Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 13.04.2026 15:45:22
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323



# Рабочая программа дисциплины (модуля)*

Математика

Направление подготовки (специальность)

39.03.01 Социология

Направленность (профиль)

Социология маркетинга и рекламы

Присваиваемая квалификация (степень)

Бакалавр

Форма обучения

очная

Год набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

**39.03.01 Социология. Социология маркетинга и рекламы. Математика. Год набора 2026. Очная.**

**Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:**

| | | |
|---|---|---|
| Проректор по учебной работе | утверждено 27.02.26 | А.А. Саламатов |

Ученым советом факультета экономики и управления

Протокол заседания № 11 от 24.02.2026

| | | |
|---|---|---|
| Председатель Ученого совета факультета экономики и управления | согласовано | А. А. Егорова |

**Заседанием кафедры теории управления и оптимизации**

Протокол заседания № от

| | | |
|---|---|---|
| Заведующий кафедрой | согласовано | И. В. Изместьев |
| Автор (составитель) | | Е. Г. Белов |

**Структура фондов оценочных средств соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от 27 сентября 2022 №573-1**

# Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
6.1. Перечень видов оценочных средств
6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
7.1. Рекомендуемая литература
7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина предназначена для освоения студентами теоретических знаний и практических навыков по высшей математике (математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия), используемых в других курсах, читаемых в последующих семестрах. Органический синтез математического и естественнонаучного мышления должен достигаться за счет создания адекватного математического языка.

Цель дисциплины — изложить основы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии на современном языке и в достаточно полном объёме.

Задачи дисциплины заключаются в развитии следующих знаний, умений и навыков личности:

• освоение основных теоретических положений теории линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа;

• научить пользоваться полученными знаниями – овладение различными методами решения практических задач;

• использование приобретённых теоретических знаний и практических навыков для решения некоторых модельных экономических задач, что дает им возможность применять эти методы и понятия в будущей профессиональной деятельности.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

| | |
|---|---|
| Цикл (раздел) ОПОП: | Б1.В.01 |

**2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:**

Дисциплина «Математика» входит в базовую часть и базируется на математике, изучаемой в школе

**2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

Математические методы в профессиональной деятельности

Информационные технологии в профессиональной деятельности

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач**

**Знать:**

критерии системного анализа в математике

**Уметь:**

осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации и применять системный подход для решения поставленных задач в математике

**Владеть:**

навыками поиска информации для решения поставленных задач в математике

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

| | |
|---|---|
| **3.1** | **Знать:** |
| 3.1.1 | критерии системного анализа в математике |
| 3.1.2 | методы сбора, обработки и анализа данных необходимых для решения управленческих задач в математике |
| **3.2** | **Уметь:** |
| 3.2.1 | осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации и применять системный подход для решения поставленных задач в математике |
| 3.2.2 | осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения постановленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем в математике |
| **3.3** | **Владеть:** |
| 3.3.1 | навыками поиска информации для решения поставленных задач в математике |

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

| | |
|---|---|
| 3.3.2 | навыками сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения постановленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем |

## 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Общая трудоемкость | **5 ЗЕТ** |
|---|---|
| Часов по учебному плану : 144<br>в том числе :<br>аудиторные занятия : 68<br>самостоятельная работа : 36,7<br>часов на контроль : 36<br>контактная работа: 71,3<br>ИКР: 3,3 | Виды контроля на курсах:<br><br>экзамены 1 |

## 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Код занятия | Наименование разделов и тем /вид занятия/ | Семестр / Курс | Часов | Литература |
|---|---|---|---|---|
| | **Раздел 1. Множества. Действительные числа. Комплексные числа** | | | |
| 1.1 | Множества. Действительные числа. Комплексные числа /Лек/ | 1 | 0,5 | Л1.1Л2.1Л3.1 Э1 |
| 1.2 | Множества. Действительные числа. Комплексные числа /Ср/ | 1 | 9 | Л1.1Л2.1Л3.1 |
| | **Раздел 2. Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра** | | | |
| 2.1 | Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра /Лек/ | 1 | 1,5 | Л1.1Л2.1Л3.1 Э1 |
| 2.2 | Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра /Пр/ | 1 | 4 | Л1.1Л2.1Л3.1 Э1 |
| 2.3 | Элементы аналитической геометрии. Линейная алгебра /Ср/ | 1 | 146,2 | Л1.1Л2.1Л3.1 |
| | **Раздел 3. Числовые последовательности и ряды** | | | |
| 3.1 | Числовые последовательности и ряды /Ср/ | 1 | 6 | Л1.1Л2.1Л3.1 |
| | **Раздел 4. Экзамен** | | | |
| 4.1 | Экзамен /Экзамен/ | 1 | 9 | Л1.1Л2.1Л3.1 |
| | **Раздел 5. Иная контактная работа** | | | |
| 5.1 | Индивидуальная консультация, текущий контроль /ИКР/ | 1 | 3,8 | Л1.1 Л2.1Л3.1 Э1 |

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа № 1
Экзаменационные вопросы.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Контрольная работа № 1 (см.приложение )

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

Семестр 1

Множества. Действительные числа
1. Множества и действия с ними. Свойства введенных операций.
2. Отношение порядка на множестве действительных чисел и его свойства. Модуль действительного числа

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

и его свойства.
3. Теорема о существовании точной верхней и нижней грани.
Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве
4. Уравнение прямой линии на плоскости. Геометрический смысл углового коэффициента.
5. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и пер¬пендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
6. Каноническое уравнение параболы и его оптическое свойство
7. Каноническое уравнение эллипса
8. Каноническое уравнение гиперболы.
9. Прямая линия и плоскость в пространстве.

Векторы и матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений
10. Определение и основные действия с n-мерными векторами и их свойства.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства. Норма вектора.
12. Определение, основные действия с матрицами и их свойства.
13. Квадратные матрицы, их определители и способы их вычисления.
14. Метод Гаусса и Крамера решения СЛАУ.
Числовые последовательности и функции
15. Определение и предел числовой последовательности. Основные теоремы о числовых последовательностях.
16. Определение предела функции и основные теоремы.
17. Первый и второй замечательный пределы.
18. Наклонные и вертикальные асимптоты.
19. Определение и основные теоремы о непрерывных функциях.
20. Теорема существования и непрерывности обратной функции.

**6.4. Критерии оценивания**

Критерий оценивания экзамена:

Для выставления экзамена суммируются баллы рубежного контроля ( сумма баллов набранных за контрольные работы) и экзамена (максимум 55 балов).
20 – 29 баллов – выставляется оценка “удовлетворительно”
30 – 44 баллов – выставляется оценка “хорошо”
45 – 55 баллов – выставляется оценка “отлично”

Критерий оценивания контрольной работы:

Для выставления балловой оценки за контрольную работу (максимум 30 баллов) суммируются баллы, набранные за выполнение отдельных заданий контрольной работы. Максимальное количество баллов за одно задание для контрольной работы №1 -5 баллов, для контрольной работы №2 – 3 балла.

Для контрольной работы №1:
– 5 баллов выставляют, если задание выполнено полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок.
– 4 балла выставляют, если задание выполнено полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два- три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).
– 3 балла выставляют, если в задании допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
– 2 балла выставляют, если допущены существенные ошибки, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
– 1 балл выставляют, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.
– 0 баллов выставляют, если работа над заданием показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме.

Для контрольной работы №2:
– 3 балла выставляют, если задание выполнено полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок.
– 2 балла выставляют, если в задании допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках,

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
– 1 балл выставляют, если допущены существенные ошибки, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
– 0 баллов выставляют, если работа над заданием показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Рекомендуемая литература

#### 7.1.1. Основная литература

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Ресурс |
|---|---|---|---|---|
| Л1.1 | Лакерник А. Р. | Высшая математика: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=85006) | Москва : Логос, 2008 | ЭБС |

#### 7.1.2. Дополнительная литература

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Ресурс |
|---|---|---|---|---|
| Л2.1 | Ухоботов В. И., Белов Е. Г., Тырсин А. Н. | Математика: учебное пособие (https://library.csu.ru/rbooks2/view2?code=local/emc/000039/ukhobotovvi) | Челябинск : [Челябинский государственный университет], 2006 | ЭБС |

#### 7.1.3. Методические разработки

| | Авторы, составители | Заглавие | Издательство, год | Ресурс |
|---|---|---|---|---|
| Л3.1 | Веретенников В. Н. | Высшая математика. Аналитическая геометрия: учебно-методическое пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482727) | Москва, Берлин : Директ-Медиа, 2018 | ЭБС |

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1

1. Лань [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: http://e.lanbook.com/.
2. Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг.
– URL: http://biblioclub.ru/.
14
3. Юрайт [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Юрайт. – URL: https://biblio-online.ru.
4. Znanium.com [Электронный ресурс] : электронно-библиотечная система (ЭБС) / Научно-издательский центр ИНФРА-М. – URL: http://znanium.com/.

### 7.3 Перечень информационных технологий

#### 7.3.1 Программное обеспечение

LibreOffice

LMS Moodle

#### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ) - тематическая электронная библиотека и база данных для исследований и учебных курсов http://www.uisrussia.msu.ru

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы. Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью. Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно- наглядных пособий – таблицы производных основных элементарных функций, таблицы интегралов, графики основных элементарных функций и др. справочные материалы используемые при изучении дисциплины. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Изучение каждой темы следует начинать с проработки конспекта лекции или соответствующего раздела учебника, разобрать предлагаемые на лекциях и практических занятиях примеры, после чего приступить к решению задач для самостоятельного решения. Для реализации компетентностного подхода студентам необходимо использовать активную внеаудиторную работу опираясь на учебное пособие по математике Ухоботова В. И. и др. ., где представлены примеры решения типовых задач по дидактическим единицам (стр.175-209), задачи для самостоятельной работы с ответами к ним (стр.210-229), а также вопросы и тесты для самоконтроля (стр.242-250), что позволит успешно решить контрольные работы, предусмотренные рабочей программой и подготовится к итоговому контролю в виде экзамена.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (личные сообщения в moodle, электронная почта) или отложенного дистанционного обучения Moodle, форумы в Moodle, электронная почта). Большую часть времени самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, форумов в Moodle. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно- образовательной среды.

## 10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств,

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

© ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

**ЧЕЛЯБИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Кафедра теории управления и оптимизации**

**Составитель: ст. преподаватель Кужим Г.П.**

# Контрольная работа №1 по математике

## для студентов экономических специальностей заочной формы обучения

**Контрольная работа содержит три задания. Каждый студент должен выполнить из каждого задания вариант, номер которого совпадает с порядковым номером фамилии студента в списке группы.**

При выполнении и оформлении контрольной работы необходимо соблюдать следующие правила:

1. Контрольная работа может быть выполнена в файле любого формата, в том числе может быть написана от руки, а затем отсканирована или сфотографирована. Файл с решением необходимо прикрепить в соответствующем курсе в MOODLE.
2. Решения задач контрольной работы должны быть расположены в порядке номеров, указанных в контрольной работе. Перед решением должно быть написано условие задачи.

*Контрольные работы, выполненные с нарушением изложенных правил или выполненные студентами не по своему варианту, не проверяются и не засчитываются.*

При выполнении контрольной работы можно пользоваться следующей литературой:


1. Карасев А.И., Аксютина З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов. Ч. 1-2, М.: Высшая школа, 1982 г.
2. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: Учебн.пособие для вузов. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ , 1997.- 439с.
3. Красс М.С. Математика для экономических специальностей: Учебник. – М.: ИНФРА- М, 1998.- 464с. – (Серия “ Высшее образование”)
4. Ухоботов, В. И. Математика для экономистов [Текст] : учебное пособие / В. И. Ухоботов. — Челябинск : [Челяб. гос. ун-т], 2002. — 166 с.


### 1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 8x_1+6x_2+5x_3+2x_4+x_5=21 \\ 3x_1+3x_2+2x_3+x_4+2x_5=10 \\ 4x_1+2x_2+3x_3+x_4+3x_5=8 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 8x_1+6x_2+5x_3+2x_4+x_5=21 \\ 4x_1+2x_2+3x_3+x_4+4x_5=8 \\ 3x_1+5x_2+x_3+x_4+5x_5=15 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} 3x_1+3x_2+2x_3+x_4+3x_5=10 \\ 4x_1+2x_2+3x_3+x_4+3x_5=8 \\ 3x_1+5x_2+x_3+x_4+2x_5=5 \end{cases}$; 4) $\begin{cases} 3x_1+3x_2+2x_3+x_4+2x_5=10 \\ 4x_1+2x_2+3x_3+x_4+x_5=8 \\ 7x_1+4x_2+5x_3+2x_4+4x_5=18 \end{cases}$;

5) $\begin{cases} x_1+x_2+3x_3-2x_4+3x_5=1 \\ 2x_1+2x_2+4x_3-x_4+3x_5=2 \\ 3x_1+3x_2+5x_3-2x_4+3x_5=1 \end{cases}$; 6) $\begin{cases} 2x_1+2x_2+4x_3-x_4+3x_5=2 \\ 3x_1+3x_2+5x_3-2x_4+3x_5=1 \\ 2x_1+2x_2+8x_3-3x_4+9x_5=2 \end{cases}$;

7) $\begin{cases} 3x_1+3x_2+5x_3-2x_4+3x_5=1 \\ x_1+x_2+3x_3-2x_4+3x_5=1 \\ 2x_1+2x_2+8x_3-3x_4+9x_5=2 \end{cases}$;

8) $\begin{cases} 8x_1+6x_2+5x_3+2x_4+2x_5=21 \\ 4x_1+2x_2+3x_3+x_4+4x_5=8 \\ 3x_1+5x_2+x_3+x_4+5x_5=15 \end{cases}$;

9) $\begin{cases} x_1+x_2-3x_3+4x_4+x_5=4 \\ 2x_1-x_2-x_3+x_4+2x_5=3 \\ 4x_1+x_2-5x_3+x_4+x_5=2 \end{cases}$;

10) $\begin{cases} 3x_1-x_2-x_3-x_4+2x_5=4 \\ x_1+x_2-2x_3+3x_4-2x_5=1 \\ 4x_1-2x_2+3x_3-5x_4+3x_5=3 \end{cases}$;

11) $\begin{cases} 7x_1-6x_2+x_3-2x_4+3x_5=3 \\ 3x_1+2x_2-5x_3+4x_4-2x_5=2 \\ x_1+2x_2-3x_3+8x_4-3x_5=5 \end{cases}$;

12) $\begin{cases} 2x_1-4x_2+3x_3+5x_4-2x_5=4 \\ x_1+4x_2+x_3-2x_4+x_5=5 \\ 4x_1+x_2-3x_3+2x_4+8x_5=12 \end{cases}$;

13) $\begin{cases} 3x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=7 \\ x_1+2x_2+3x_3+4x_4+5x_5=15 \\ x_1+x_2+2x_3+3x_4+4x_5=11 \end{cases}$;

14) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3-2x_4+x_5=1 \\ x_1+2x_2+4x_3-3x_4+2x_5=6 \\ 3x_1+2x_2+x_3-2x_4+3x_5=7 \end{cases}$;

15) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+5x_3+7x_4+x_5=12 \\ 8x_1+x_2-7x_3+2x_4-3x_5=1 \\ 3x_1+4x_2+2x_3+x_4-x_5=1 \end{cases}$;

16) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+2x_4+3x_5=8 \\ 2x_1+3x_2+2x_3+x_4+x_5=9 \\ 3x_1+4x_2+2x_3-6x_4+2x_5=5 \end{cases}$;

17) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+3x_3+5x_4+x_5=-1 \\ 3x_1+4x_2-2x_3+6x_4+2x_5=2 \\ 5x_1-4x_2+6x_3+10x_4+3x_5=2 \end{cases}$;

18) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+3x_3+5x_4+10x_5=-1 \\ 3x_1+4x_2-2x_3+6x_4+x_5=2 \\ 5x_1-4x_2+6x_3+10x_4+3x_5=2 \end{cases}$;

19) $\begin{cases} 5x_1-3x_2+4x_3+2x_4+2x_5=0 \\ 3x_1+2x_2-x_3+3x_4-x_5=0 \\ x_1+7x_2-6x_3+4x_4-2x_5=1 \end{cases}$;

20) $\begin{cases} 7x_1+5x_2-3x_3+x_4+8x_5=0 \\ 3x_1+2x_2-3x_3+2x_4+3x_5=0 \\ x_1+x_2+3x_3-3x_4+x_5=1 \end{cases}$;

21) $\begin{cases} x_1+x_2-3x_3+2x_4+2x_5=1 \\ 2x_1-3x_2+x_3-x_4+3x_5=0 \\ 4x_1-x_2+5x_3+3x_4+3x_5=0 \end{cases}$;

22) $\begin{cases} 2x_1+4x_2-3x_3+6x_4-8x_5=1 \\ x_1+5x_2-x_3-2x_4+x_5=4 \\ x_1+7x_2-10x_3+20x_4-9x_5=9 \end{cases}$;

23) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+5x_3+7x_4-10x_5=1 \\ 4x_1-6x_2+2x_3+3x_4+2x_5=5 \\ 2x_1-3x_2-11x_3-15x_4+30x_5=3 \end{cases}$;

24) $\begin{cases} 3x_1+5x_2+6x_3-4x_4-5x_5=5 \\ 4x_1+5x_2-2x_3+3x_4-9x_5=1 \\ 3x_1+8x_2+24x_3-19x_4-10x_5=7 \end{cases}$;

25) $\begin{cases} x_1+4x_2-3x_3+6x_4-7x_5=1 \\ 2x_1+5x_2+x_3-2x_4-5x_5=1 \\ x_1+7x_2-10x_3+20x_4-18x_5=0 \end{cases}$;

26) $\begin{cases} x_1-3x_2-4x_3+x_4+6x_5=1 \\ 5x_1-8x_2-2x_3+8x_4+x_5=4 \\ 2x_1-x_2+4x_3-5x_4+8x_5=8 \end{cases}$;

27) $\begin{cases} 5x_1-5x_2+10x_3-x_4-7x_5=2 \\ 3x_1+x_2+7x_3+x_4-9x_5=3 \\ x_1+7x_2+4x_3+3x_4-5x_5=10 \end{cases}$;

28) $\begin{cases} 7x_1+5x_2+3x_3+6x_4-20x_5=1 \\ 2x_1-x_2-x_3+4x_4+2x_5=6 \\ x_1+8x_2+6x_3-6x_4+6x_5=15 \end{cases}$;

29) $\begin{cases} 3x_1+2x_2-3x_3+2x_4+3x_5=7 \\ 2x_1-3x_2+5x_3+7x_4-10x_5=1 \\ 4x_1+5x_2-2x_3+7x_4-9x_5=1 \end{cases}$;

30) $\begin{cases} 2x_1+4x_2-3x_3+6x_4-8x_5=1 \\ 3x_1+8x_2+24x_3-19x_4-10x_5=7 \\ x_1+7x_2-10x_3+20x_4-18x_5=0 \end{cases}$;

2. **Для матриц $A_{2\times3}$ и $B_{2\times3}$, чисел $a$ и $b$, а также для векторов $x \in R^3$ и $y \in R^3$ вычислить:**

1) Транспонированные матрицы $A^T$ и $B^T$; матрицы $C = AB^T$, $D = A^TB$, $F = aA + bB$; векторы $z = Ax$, $u = By$ и их скалярное произведение $(z, u)$.

2) Вычислить ранги матриц $A$ и $B$.

3) Определители матриц $C$ И $D$.

| Вариант | $A$ | $B$ | $x$ | $y$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 2 | 3 |
| 2 | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 8 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 3 | 4 |
| 3 | $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 4 | 5 |
| 4 | $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 5 | 6 |
| 5 | $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 6 | 7 |
| 6 | $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 7 | 8 |
| 7 | $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 8 | 9 |
| 8 | $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 9 | 1 |
| 9 | $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 1 | 2 |
| 10 | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 2 | 3 |
| 11 | $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 3 | 4 |
| 12 | $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 4 | 5 |
| 13 | $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 5 | 6 |
| 14 | $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 6 | 7 |
| 15 | $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 7 | 8 |
| 16 | $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 8 | 9 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 9 | 1 |
| 18 | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 6 | 2 |
| 19 | $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 2 | 3 |
| 20 | $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 3 | 4 |
| 21 | $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 7 \\ 0 & 9 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 1 | 5 |
| 22 | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 2 | 6 |
| 23 | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 3 | 7 |
| 24 | $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 4 | 8 |
| 25 | $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 5 | 9 |
| 26 | $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 6 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 6 | 1 |
| 27 | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 7 | 2 |
| 28 | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 8 | 3 |
| 29 | $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 6 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 9 | 4 |
| 30 | $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 9 & 1 & 9 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$ | 11 | 5 |

3. **Для дискретного процесса**

$$x_{n+1} = a_{11}x_n + a_{12}y_n + a_{13}z_n$$

$$y_{n+1} = a_{21}x_n + a_{22}y_n + a_{23}z_n$$

$$z_{n+1} = a_{31}x_n + a_{32}y_n + a_{33}z_n$$

**с начальным условием** $x_0 = 1$, $y_0 = 1$, $z_0 = 1$ **вычислить** $x_{10}, y_{10}, z_{10}$, **если матрица**

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

**задана в таблице**

| Вариант | $A$ | Вариант | $A$ | Вариант | $A$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & -6 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ | 11 | $\begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ | 21 | $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ |
| 2 | $\begin{pmatrix} 9 & 16 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 8 & 16 & -5 \end{pmatrix}$ | 12 | $\begin{pmatrix} 9 & -1 & 8 \\ 16 & 0 & 16 \\ -6 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ | 22 | $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ |
| 3 | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ | 13 | $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ | 23 | $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 6 \\ 0 & 2 & -6 \\ -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ |
| 4 | $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ | 14 | $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ | 24 | $\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ |
| 5 | $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & -6 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ | 15 | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 6 & 5 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ | 25 | $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ |
| 6 | $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ | 16 | $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ | 26 | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ |
| 7 | $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ | 17 | $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ | 27 | $\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$ |
| 8 | $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 4 & 3 & 6 \\ -2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ | 18 | $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ | 28 | $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ |
| 9 | $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ | 19 | $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 6 & 5 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ | 29 | $\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$ |
| 10 | $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ | 20 | $\begin{pmatrix} 9 & 16 & -6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 8 & 16 & -5 \end{pmatrix}$ | 30 | $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ |