

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.09.2025 11:11:17  
Уникальный программный ключ  
04c19ed8bfb98f3b6c77a486b9a8788b8327424



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Алгебра» по направлению  
подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и  
компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)  
**«Алгебра»**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных  
исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Челябинск, 2025 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	3
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	5
3.1. Виды оценочных средств.....	5
3.2. Содержание оценочных средств.....	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации.....	10
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации.....	10
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	10
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	10



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Алгебра.

Семестры: 1, 2, 3.

Форма промежуточной аттестации: зачёт и экзамен в 1 семестре, зачёт и экзамен во 2 семестре, зачёт в 3 семестре.

Для оценивания результатов обучения используется балльно-рейтинговая система.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Алгебра» направлено на формирование компетенций, приведённых в 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>• способы консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>• консультировать и использовать фундаментальные знания в области алгебры.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>• навыками консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	ОПК-1 Знать: • способы консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры. Уметь: • консультировать и использовать фундаментальные знания в области алгебры. Владеть: • навыками консультирования и использования фундаментальных знаний в области алгебры.	– Основные алгебраические структуры – Матрицы и определители – Системы линейных уравнений – Кольцо многочленов	Контрольная работа	Вопросы для экзамена
		– Векторные пространства – Подпространства – Однородные и неоднородные системы линейных уравнений – Линейные операторы	Контрольная работа	Вопросы для экзамена
		– Основные структуры – Конечные поля – Многочлены над конечными полями	Контрольная работа	Вопросы для зачёта

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

#### 3.2. Содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в виде зачёта и экзамена в 1 семестре, зачёта и экзамена во 2 семестре, зачёта в 3 семестре.

Вопросы для экзамена:

1. Определение векторного пространства. Теорема о простейших свойствах векторного



- пространства (доказать).
2. Определение подпространства. Теорема о свойствах подпространства (доказать).
  3. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов. Теорема о линейно зависимых независимых множествах (доказать).
  4. Критерий линейной зависимости (доказать).
  5. Теорема (лемма) об очистке полного множества (доказать).
  6. Определение базы. Теорема о выборе базы (доказать).
  7. Теорема о дополнении до базы (доказать).
  8. Критерий базы (доказать). Определение координат вектора в базе.
  9. Определение размерности пространства. Теорема о размерности пространства (доказать).
  10. Определение изоморфизма векторных пространств. Теорема о свойствах изоморфизма (доказать).
  11. Критерий изоморфизма (доказать).
  12. Теорема об эквивалентности изоморфизма (доказать).
  13. Определение матрицы перехода от одной базы к другой. Теорема о свойствах матрицы перехода (доказать).
  14. Лемма о пересечении подпространств (доказать). Теорема о строении линейной оболочки (доказать).
  15. Теорема о свойствах суммы подпространств (доказать).
  16. Теорема о размерности суммы двух подпространств (доказать).
  17. Определение прямой суммы подпространств. Теорема о прямой сумме подпространств (доказать).
  18. Определение прямой суммы пространств. Теорема о прямой сумме пространств (доказать).
  19. Определение многообразия. Теорема о свойствах многообразий (доказать).
  20. Определение фактор-пространства. Теорема об определении фактор-пространства, теорема о свойствах фактор-пространства (доказать).
  21. Определение однородной системы линейных уравнений. Определение ранга матрицы. Теорема о пространстве решений однородной системы линейных уравнений (доказать). Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений.
  22. Определение линейного оператора. Теорема о свойствах линейных операторов (доказать).
  23. Операции над линейными операторами. Доказать, что линейные операторы образуют пространство.
  24. Матрица линейного оператора. Теорема о задании линейного оператора на базе и матрицей (доказать).
  25. Теорема о преобразовании координат при линейном преобразовании (доказать).
  26. Теорема об изоморфизме пространства линейных операторов пространству матриц (доказать).
  27. Определение алгебры. Теорема об алгебре линейных преобразований (доказать).
  28. Теорема об эквивалентных условиях обратимости линейного преобразования (доказать).
  29. Определение ранга и дефекта линейного преобразования. Теорема о сумме ранга и дефекта (доказать).
  30. Теорема об изоморфизме алгебры линейных преобразований алгебре матриц (доказать).
  31. Матрица линейного преобразования. Теорема о связи матриц линейного преобразования в разных базах (доказать).
  32. Определение ядра линейного преобразования. Доказать, что ядро линейного преобразования является подпространством.
  33. Определение образа линейного преобразования. Доказать, что образ линейного преобразования является подпространством.
  34. Инвариантные подпространства. Теорема о свойствах инвариантных подпространств (доказать).
  35. Индуцированные преобразования. Теорема о связи матриц индуцированных преобразований (доказать).



36. Прямая сумма преобразований, матриц. теорема о прямой сумме преобразований (доказать).
37. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о характеристическом многочлене.
38. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Теорема о нахождении собственных значений (доказать). Теорема об одномерных инвариантных подпространствах (доказать).
39. Теорема Гамильтона-Кэли (доказать).
40. Теорема о линейной независимости собственных векторов (доказать).
41. Критерий диагонализруемости линейного преобразования (доказать).
42. Минимальный многочлен линейного преобразования, матрицы. Теорема о свойствах минимального многочлена (доказать).
43. Определение и примеры нормальной жордановой формы матрицы. Задача о нормальной жордановой форме. Теорема о нормальной жордановой форме (без доказательства).
44. Определение корневого вектора, корневого подпространства. Теорема о корневых подпространствах (доказать). Теорема о разложении на корневые подпространства (без доказательства).
45. Определение подобия матриц. Теорема о подобии матриц (доказать).
46. Пространства со скалярным произведением. Теорема о простейших свойствах таких пространств (доказать).
47. Теорема Коши-Буняковского-Шварца (доказать).
48. Следствие о свойствах нормы вектора (доказать).
49. Ортогональность векторов и подпространств. Теорема об ортогональных множествах векторов, процесс ортогонализации (доказать).
50. Ортогональное дополнение. Теорема об ортогональном дополнении (доказать).
51. Теорема о связи между ортонормированными базисами в пространстве со скалярным произведением (доказать).
52. Линейные функционалы. Теорема о строении линейного функционала на пространстве со скалярным произведением (доказать).
53. Сопряжённое преобразование. Теорема об определении сопряжённого преобразования (доказать).
54. Теорема о свойствах сопряжённых преобразований (доказать).
55. Теорема о матрице сопряжённого преобразования (доказать).
56. Нормальные преобразования. Теорема о свойствах нормального преобразования (доказать).
57. Определение самосопряжённого преобразования. Доказательство теоремы о вещественности собственных значений самосопряжённого преобразования.
58. Два понятия квадратичной формы (как функции и как многочлена), связь между ними. Теорема о матрице квадратичной формы.
59. Положительный (отрицательный) индекс инерции, сигнатура, ранг квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм (без доказательства).
60. Определение положительно определённой квадратичной формы. Критерии положительной определённости квадратичных форм.

Вопросы к зачёту (третий семестр):

1. Определение группы. Примеры групп.
2. Подгруппы. Критерий подгруппы.
3. Смежные классы. Теорема Лагранжа.
4. Порождение. Циклические группы.
5. Автоморфизмы.
6. Основная теорема о циклических группах.
7. Порядок элемента в группе. Свойства порядка.



8. Кольца. Подкольца. Критерий подкольца. Идеалы. Фактор-кольца.
9. Поля. Характеристика поля.
10. Подполя. Критерий подполя.
11. Конечные поля. Основная теорема о конечных полях.
12. Алгоритм построения конечного поля. Вычисления в конечных полях.
13. Строение мультипликативной группы конечного поля.
14. Примитивный элемент.
15. Подполя конечных полей.
16. Автоморфизмы конечных полей.
17. Множество неподвижных элементов. След и норма.
18. Минимальный многочлен элемента.
19. Существование неприводимых многочленов над конечным полем.
20. Порядок многочлена и его свойства.
21. Дискретный логарифм и логарифм Якоби.
22. Линейные рекуррентные последовательности.
23. Характеристический многочлен и сопровождающая матрица последовательности.

Основные типы задач для контрольных работ:

- Сложить, умножить на число, перемножить матрицы.
- Вычислить определители второго, третьего порядков,  $n$ -го порядка специального вида.
- Найти обратную матрицу.
- Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной, методом Гаусса.
- Выполнить операции над комплексными числами (сложение, умножение, деление).
- Найти тригонометрическую форму комплексного числа.
- Возвести в степень и извлечь корень из комплексного числа.
- Проверить линейную зависимость, независимость системы векторов.
- Выделить базу системы векторов.
- Найти ранг матрицы.
- Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.
- Найти матрицу перехода от одного базиса в другому.
- Найти матрицу линейного оператора.
- Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- Вычислить скалярное произведение векторов в евклидовом и унитарном векторных пространствах. Найти длину вектора.
- Привести квадратичную форму к каноническому виду.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Зачёт проводится в присутствии преподавателя и предполагает развернутый, полный ответ на теоретический вопрос. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 90 минут.

Итоговый экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретические вопросы. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 120 минут.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на зачёте/экзамене.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
«зачтено» 44 – 50 баллов	«зачтено» 35 – 43 баллов	«зачтено» 26 – 34 баллов	«не зачтено» 0 – 25 баллов
«отлично» 25 – 30 баллов	«хорошо» 18 – 24 баллов	«удовлетворительно» 11 – 17 баллов	«неудовлетворительно» 0 – 10 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

##### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Формы контроля:

- текущий контроль осуществляется путем регулярного решения задач на практических занятиях и проверкой домашних заданий, решение контрольных работ;
- итоговый контроль осуществляется в форме зачёта и письменного экзамена в конце 1 и 2 семестра и зачёта в конце 3 семестра.

Оценивание студента при текущем контроле ведется по двум критериям:



- Активная работа студента на занятии. Оценивается выход студента к доске или его работа на месте в 1 балл, но не более 15 за семестр.
- Выполнение домашних заданий. Проверяется выполнение домашних заданий в семестре, за каждое выполненное задание студент получает 1 балл, но не более 5 за семестр. Студенту разрешается доделать или переделать домашнее задание в течение одной недели.
- Контрольные работы оцениваются в 50 баллов за семестр.

Отметка о зачёте выставляется исходя из суммы баллов, набранных за контрольные работы по следующим критериям:

- От 0 до 25 баллов – «не зачтено»;
- От 26 до 50 баллов – «зачтено».

Итоговая оценка за экзамен выставляется по балльной системе. Суммируются баллы, полученные за контрольные работы, домашние работы и за активную работу на занятиях, баллы, полученные на экзамене (30 максимум). Итоговая оценка выставляется по 100 -балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

- От 0 до 49 баллов – «неудовлетворительно»;
- От 50 до 69 баллов – «удовлетворительно»;
- От 70 до 90 баллов – «хорошо»;
- От 91 до 100 баллов – «отлично».

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Продвинутый уровень сформированности компетенций соответствует оценке «зачтено»/«отлично»:

Обучающийся владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, подчеркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное; устанавливать причинно-следственные связи; четко формирует ответы.

2. Базовый уровень соответствует оценке «зачтено»/«хорошо»:

Обучающийся владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьезных ошибок в ответах.

3. Пороговый уровень соответствует оценке «зачтено»/«удовлетворительно»:

Обучающийся владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов.

4. Низкий уровень соответствует оценке «не зачтено»/«неудовлетворительно»:

Обучающийся не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

