

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 17.11.2025 16:13:12
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bf844b6cb77a486b9a8788b8322723



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Вариационное исчисление и оптимальное управление» по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» направленности (профилю) «Прикладное программирование и системы искусственного интеллекта» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

**Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)**

Вариационное исчисление и оптимальное управление

**Направление подготовки (специальность)
02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»**

**Направленность (профиль)
Прикладное программирование и системы искусственного интеллекта**

**Присваиваемая квалификация
Бакалавр**

**Форма обучения
очная**

Челябинск, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
- 2.1. Компетенции, закрепленные за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
- 3.1. Виды оценочных средств
- 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
- 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
- 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств
- 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»*

Направленность (профиль) Прикладное программирование и системы искусственного интеллекта

Дисциплина: *Вариационное исчисление и оптимальное управление*

Семестр (семестры) изучения: 7

Форма (формы) промежуточной аттестации: *зачет*

Примечание: для оценивания результатов обучения используется балльно-рейтинговая система.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать: классические понятия вариационного исчисления и методы теории оптимального управления; Уметь: применять вариационный подход и методы оптимального управления к решению практических задач



3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации/№ задания
1	ОПК-1 Знать: классические понятия вариационного исчисления и методы теории оптимального управления; Уметь: применять вариационный подход и методы оптимального управления к решению практических задач	Основные понятия вариационного исчисления Простейшая задача вариационного исчисления. Задача вариационного исчисления с подвижной границей Правило множителей Лагранжа в гладких конечномерных задачах на условный экстремум. Изопериметрическая задача. Задача Лагранжа Задача оптимального управления Численные методы для решения задач вариационного исчисления	Контрольные работы Лабораторные работы	Задания теста №1-15 Вопросы для подготовки к зачету

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

База тестовых вопросов

1. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x'e^{2t} + \sin^2 t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 1, x(2) = e^4.$$



1) $x = e^t$

2) $x = 2e^t$

3) $x = e^{2t}$

4) $x = e^t + c_1t + c_2$

2. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \sin 2t - t^2) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = -1, x(2) = -\cos 4.$$

1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\cos 2t$

3) $x = \sin 2t$

4) $x = -\cos 2t + at + b$

3. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \cos 2t + 5 \sin 3t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, x(2) = \sin 4.$$

1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\sin 2t$

3) $x = \sin 2t + at + b$

4) $x = \sin 2t$

4. Если функция в простейшей задаче вариационного исчисления, удовлетворяет дифференциальному уравнению Эйлера, то можно утверждать, что



7. Установите вид следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + x x' + 4 x^2) dt + x^2(0) + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

- 1) Простейшая задача вариационного исчисления
- 2) Задача со старшими производными
- 3) Изопериметрическая задача
- 4) Задача Больца

8. Установите вид следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_{-1}^1 (x'^2 - 2x'e' + \cos t) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(-1) = \frac{1}{e}, x(1) = e.$$

- 1) Простейшая задача вариационного исчисления
- 2) Задача со старшими производными
- 3) Задача Больца
- 4) Изопериметрическая задача

9. Установите вид следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + t^2) dt \rightarrow \min; \quad x(0) = 1, x(1) = 2, \quad \int_0^1 x dt = 1.$$

- 1) Задача Больца
- 2) Задача со старшими производными
- 3) Простейшая задача вариационного исчисления
- 4) Изопериметрическая задача



10. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (2x_1' + x_1'^2 - x_2'^2 + (x_1 + x_2)^2) dt \rightarrow extr;$$

$$x_1(0) = 0, x_1(1) = 2, x_2(0) = 0, x_2(1) = 4.$$

1)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^2 + t \\ x_2 &= 5 - t^3 \end{aligned}$$

2)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^3 + 1 \\ x_2 &= t \end{aligned}$$

3)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^3 + t \\ x_2 &= 5t - t^3 \end{aligned}$$

4)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^3 \\ x_2 &= t^3 \end{aligned}$$

11. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x_1'x_2' + 6t(x_1 + x_2)) dt \rightarrow extr;$$

$$x_1(0) = 0, x_1(1) = 0, x_2(0) = 0, x_2(1) = 0.$$

1)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^3 - t \\ x_2 &= t^3 - t \end{aligned}$$

2)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^3 + 1 \\ x_2 &= t \end{aligned}$$

3)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^2 + t \\ x_2 &= 5 - t^3 \end{aligned}$$

4)
$$\begin{aligned} x_1 &= t^3 \\ x_2 &= t^3 \end{aligned}$$

12. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + x x' + 4x^2) dt + x^2(0) + x^2(1) \rightarrow extr$$



1) $x = t^2$

2) $x = t^3$

3) $x = 0$

4) $x = e^{2t}$

13. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x'^2 + 4x x' + 4x^2) dt + 2x^2(0) + x^2(1) \rightarrow \text{extr}$$

1) $x = t^2$

2) $x = t^3$

3) $x = e^{2t}$

4) $x = 0$

14. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \sin 2t - t^2) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = -1$$

1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\cos 2t$

3) $x = \sin 2t$

4) $x = -\cos 2t + at + b$

15. Указать экстремаль функционала для следующей задачи вариационного исчисления

$$\int_0^2 (x'^2 - 4x' \cos 2t + 5 \sin 3t) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0$$



1) $x = \cos 2t$

2) $x = -\sin 2t$

3) $x = \sin 2t$

4) $x = \sin 2t + at + b$

Ключ к тесту

№ вопроса	Ответ
1	3
2	2
3	4
4	1
5	3
6	3
7	4
8	1
9	4
10	3
11	1
12	3
13	4
14	2
15	3

Вопросы для подготовки к зачету

1. Примеры задач вариационного исчисления.
2. Определение функционала. Сильный и слабый экстремумы функционала.
3. Определение вариации функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
4. Простейшая задача вариационного исчисления. Необходимое условие слабого экстремума в простейшей задаче вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
5. Интегрирование уравнения Эйлера.
6. Задачи вариационного исчисления со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
7. Необходимое условие слабого экстремума для случая векторной искомой



функции. Система уравнений Эйлера.

8. Задачи вариационного исчисления с подвижной границей. Условия трансверсальности.

9. Задача Больца. Условия трансверсальности.

10. Правило множителей Лагранжа в гладкой конечномерной задаче на условный экстремум.

11. Правило множителей Лагранжа в гладких бесконечномерных задачах на условный экстремум.

12. Изопериметрическая задача. Постановка задачи. Необходимые условия слабого локального минимума.

13. Постановка задачи Лагранжа. Управляемый, допустимый и оптимальный процессы. Необходимые условия слабого локального минимума в задаче Лагранжа.

14. Постановка задачи оптимального управления. Примеры задач оптимального управления. Определение локально оптимального процесса в сильном смысле. Формулировка принципа максимума Л.С Понтрягина.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Продолжительность зачета – 60 минут. Студент выполняет 15 тестовых заданий.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

Максимальный балл за тест — 15 баллов. Если задание выполнено правильно, то оно оценивается 1 баллом.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными при прохождении промежуточной аттестации. При этом допускается получение студентом автоматической оценки только по результатам работы в семестре.

№ п/п	Набранные баллы	Оценка
1	Менее 61	незачтено
2	61 – 100	зачтено

Особенности проведения процедуры оценивания результатов



обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке зачтено.

Получены навыки практического использования базовых знаний и методов математики, применения математического инструментария, математического языка и математической символики при проведении исследования.

2. Средний уровень соответствует оценке зачтено.

Сформированы умения применять математические методы при решении конкретных задач, рассматриваемых в рамках дисциплины, умения применять стандартные методы математического моделирования для решения типовых задач.

3. Базовый уровень соответствует оценке зачтено.

Сформированы знания основных определений, теорем, подходов к решению задач вариационного исчисления и оптимального управления, знания теоретических положений, методов вариационного исчисления и оптимального управления.

4. Низкий уровень соответствует оценке незачтено.

