

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 15.09.2025 11:13:06
Уникальный программный ключ:
04c19ed8bfb98f4b6c9775486b9a848b8527424



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математическая статистика» по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» направленности «Прикладная математика и искусственный интеллект» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Математическая статистика

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль)
«Прикладная математика и искусственный интеллект»

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Челябинск, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
2. Перечень формируемых компетенций	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине	6
3.1. Виды оценочных средств	6
3.2. Содержание оценочных средств	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации	9
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации	9
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	10



1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Направленность: Прикладная математика и искусственный интеллект.

Дисциплина: Математическая статистика.

Семестры: 6.

Форма промежуточной аттестации: зачет.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Математическая статистика» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук. ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности.	Знать: • фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. Уметь: • применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. Владеть: • навыком применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.



ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. представление известных математических моделях, применяемых для решения задач в области профессиональной деятельности.	Имеет об	Знать: • математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Уметь: • применять математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Владеть: • навыком применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.
-------	---	---	----------	---



3. Содержание оценочных средств по дисциплине

3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>ОПК-1</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none">фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none">навыком применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	<ul style="list-style-type: none">Вариационные ряды и их характеристикиМатематическая теория выборочного методаПроверка статистических гипотезЭлементы регрессионного анализа и статистического машинного обучения	<p>Контрольные работы</p> <p>Итоговая контрольная работа</p>	<p>Теоретические вопросы к зачету</p>
2	<p>ОПК-3</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none">математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none">применять математические модели для решения задач в			



области профессиональной деятельности. Владеть: • навыком применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.			
---	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2. Содержание оценочных средств

По данной дисциплине предусмотрены контрольные работы, домашние задания и опрос. Пример контрольной работы №2:

1. Случайная величина X (число появлений события A в n независимых испытаниях) подчинена биномиальному закону распределения с неизвестным параметром p . Ниже приведено эмпирическое распределение числа появлений события A в 100 наблюдениях (в первой строке указано число X_i появлений события в одном опыте из $n = 10$ испытаний; во второй строке приведена частота m_i – число опытов, в которых наблюдалось X_i появлений события A):

X_i	0	1	2	3	4	5	6	7
m_i	2	3	10	22	26	20	12	5

Найти методом максимального правдоподобия точечную оценку неизвестного параметра p биномиального распределения: $P(X = x_i) = C_n^{x_i} \cdot p^{x_i} \cdot (1 - p)^{n-x_i}$.
(3 балла).

2. Найти методом сумм (методом произведений) асимметрию и эксцесс по заданному распределению выборки объёма $n = 100$:

x_i	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12
n_i	3	9	15	15	25	15	8	6	4

(2 балла).



Пример контрольной работы №3:

1. Имеются две выборки значений:

x_i	8	10	13	17	19	20	22	25	28	30
n_i	2	4	10	15	20	27	18	16	8	5

x_i	10	12	17	20	22	26	29	30
n_i	3	9	12	17	16	13	7	3

Выяснить, можно ли на уровне значимости 0,05 считать, что рассматриваемый показатель качества продукции двух фирм описывается одной и той же функцией распределения (то есть, выборки извлечены из одной генеральной совокупности)? Решить задачу, используя критерий Колмогорова – Смирнова (в разных вариантах: критерий Вилкоксона-Манна-Уитни; критерий Пирсона).

2. Дана выборка; $n = 500$:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	176	117	88	49	33	15	9	4	4	3	2

С помощью критерия Пирсона, на уровне значимости 0,05, проверить гипотезу о том, что случайная величина X имеет распределение Пуассона (возможно, критерий Колмогорова).

3. В течение месяца выборочно осуществлялась проверка торговых точек города по продаже овощей. Результаты двух проверок по недовесам покупателям одного вида овощей приведены в таблицах:

x_i	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
n_i	3	10	15	20	12	5	25	15	5

x_i	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
n_i	5	12	8	25	10	8	20	7	5

Можно ли считать, что на уровне значимости 0,05 по результатам двух проверок недовесы овощей описываются одной и той же функцией распределения? Решить задачу, используя критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (Пирсон, Колмогоров-Смирнов).



4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

На зачёте происходит оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля. Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, в виде опроса, состоящего из четырёх вопросов из разных разделов дисциплины.

Студенту даётся 30 минут на подготовку ответов. Фиксация результатов учебной деятельности по дисциплине проводится в день зачёта при личном присутствии студента.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание домашних работ.

Домашние задания выдаются студенту преподавателем по практике. Всего домашних заданий – 15 (из 16 практических занятий домашние задания не задаются на заключительном занятии №16). Каждое выполненное домашнее задание оценивается в 2 балла. 2 балла – за полное выполнение задания; 1 балл – за частичное (не менее 50%) выполнение задания; 0 баллов – за выполнения задания менее 50%.

Оценивание контрольной работы №1.

Контрольная состоит из 5 задач по основным формулам теории вероятностей. За каждую правильно решенную задачу – 2 балла. За задачу, решенную с недочетами – 1 балл. За неправильно решенную задачу или отсутствие решения – 0 баллов.

Оценивание контрольной работы №2.

Контрольная состоит из 4 задач по основным формулам теории вероятностей. За каждую правильно решенную задачу – 2 балла. За задачу, решенную с недочетами – 1 балл. За неправильно решенную задачу или отсутствие решения – 0 баллов.

Оценивание типового расчета.

Типовой расчёт по теории вероятностей выдается на 4 практическом занятии и выполняется в течении 8 недель. Типовой расчёт включает в себя 16 задач: каждая верно решённая задача – 1 балл. За задачи, решённые не верно или не решённые баллы не начисляются.

Оценивание теста.

Данный вид контроля проводится в виде теста, в котором 3 задания. Каждое задание оценивается в 2 балла.

Задание 1:

2 балла – представлены чёткие корректные определения;

1 балл – определения даны верно, но не чётко;

0 баллов – в остальных случаях.

Задание 2:

2 балла – представлена чёткая, корректная формулировка теоремы;

1 балл – формулировка теоремы дана верно, но не чётко;

0 баллов – в остальных случаях.

Задание 3:

2 балла – задача решена верно, получен правильный ответ;



1 балл – задача в целом решена верно, но получен неправильный ответ из-за незначительных недочётов или вычислительных ошибок;

0 баллов – в остальных случаях.

Оценивание ответа на экзамене.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
61 – 71	51 – 60	41 – 50	0 – 40
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и, по существу, излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации, В том числе посещаемость (максимум 10 баллов). Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка "Неудовлетворительно" выставляется за 40 и менее баллов.

За 41-50 баллов оценка – "Удовлетворительно" (базовый уровень);

За 51-60 баллов оценка – "Хорошо" (средний уровень);

За 61-71 баллов оценка – "Отлично" (высокий уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы,



навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.

- студент способен дать полное представление об основных понятиях теории вероятностей, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.

2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
- студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».

3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем теории вероятностей, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
- студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.

4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

Вариант контрольной работы № 1

1. По выборке 1 найти асимметрию и эксцесс.

96	103	89	72	105	85	85	91
85	91	87	101	94	98	85	82
94	86	72	83	100	86	85	95
95	83	92	83	100	87	104	104
92	101	101	97	98	87	72	86
88	85	83	96	99	78	74	89
88	78	95	75	97	74	100	105
79	106	92	94	99	84	79	74
102	78	76	102	103	89	87	88
95	94	89	98	101	100	84	86

2. По выборке 2 найти моду, медиану. Построить гистограмму, полигон, кумуляту.

58	78	84	62	63	10	55	90
102	70	66	89	71	92	71	93
83	42	110	110	56	96	95	87
88	102	104	88	64	96	92	67
78	95	71	105	50	66	73	76
100	72	86	46	102	95	98	84
82	46	60	94	109	93	79	74
62	97	94	91	81	71	89	78
85	80	93	64	65	109	89	55
103	98	108	68	65	71	82	70

3. Для групповых выборок 1, 2 найти их общую дисперсию.

Контрольная работа 2

Демонстрационный вариант

1. Случайная величина X (число появлений события A в n независимых испытаниях) подчинена биномиальному закону распределения с неизвестным параметром p . Ниже приведено эмпирическое распределение числа появлений события A в 100 наблюдениях (в первой строке указано число x_i появлений события в одном опыте из $n = 10$ испытаний; во второй строке приведена частота m_i – число опытов, в которых наблюдалось x_i появлений события A):

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
m_i	2	3	10	22	26	20	12	5

Найти методом максимального правдоподобия точечную оценку неизвестного параметра p биномиального распределения: $P(X = x_i) = C_n^{x_i} \cdot p^{x_i} \cdot (1 - p)^{n-x_i}$.
(3 балла).

2. Найти методом сумм (методом произведений) асимметрию и эксцесс по заданному распределению выборки объема $n = 100$:

x_i	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12
n_i	3	9	15	15	25	15	8	6	4

(2 балла).

3. Из партии, содержащей 10000 музыкальных центров «Samsung», отобрано 3000 штук. В выборке оказалось 4% музыкальных центров с бракованными компакт-дисками. Определите границы, в которых заключена доля стандартных музыкальных центров в генеральной совокупности, если результат необходимо гарантировать с вероятностью, равной 0,98. Найдите минимальный объем выборки, при котором те же границы для доли музыкальных центров с бракованными компакт-дисками можно гарантировать с вероятностью 0,9973. (2 балла).

Вариант контрольной работы № 3

1. Имеются две выборки значений:

x_i	8	10	13	17	19	20	22	25	28	30
n_i	2	4	10	15	20	27	18	16	8	5

x_i	10	12	17	20	22	26	29	30
n_i	3	9	12	17	16	13	7	3

Выяснить, можно ли на уровне значимости 0,05 считать, что рассматриваемый показатель качества продукции двух фирм описывается одной и той же функцией распределения (то есть, выборки извлечены из одной генеральной совокупности)? Решить задачу, используя критерий Колмогорова – Смирнова (в разных вариантах: критерий Вилкоксона-Манна-Уитни; критерий Пирсона).

2. Дана выборка; $n = 500$:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	176	117	88	49	33	15	9	4	4	3	2

С помощью критерия Пирсона, на уровне значимости 0,05, проверить гипотезу о том, что случайная величина X имеет распределение Пуассона (возможно, критерий Колмогорова).

3. В течение месяца выборочно осуществлялась проверка торговых точек города по продаже овощей. Результаты двух проверок по недовесам покупателям одного вида овощей приведены в таблицах:

x_i	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
n_i	3	10	15	20	12	5	25	15	5

x_i	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
n_i	5	12	8	25	10	8	20	7	5

Можно ли считать, что на уровне значимости 0,05 по результатам двух проверок недовесы овощей описываются одной и той же функцией распределения? Решить задачу, используя критерий Вилкоксона-Манна-Уитни (Пирсон, Колмогоров-Смирнов).

**Итоговая контрольная работа
Демонстрационный вариант**

1. Функция распределения случайной величины X имеет вид $F(x) = e^{-\frac{\theta}{x^2}}$. Найти оценку параметра θ методом максимального правдоподобия.

2. Произведено 20 опытов над случайной величиной X , распределенной по нормальному закону. Требуется построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии, соответствующие доверительной вероятности $\beta = 0,98$, если получены оценки математического ожидания и дисперсии: $\bar{x}_n = 10,78, s^2 = 0,064$.

3. В таблице приведены данные о месячном доходе 100 жителей региона (в тыс. руб.)

Интервалы	Частоты m_i
8 – 10	6
10 – 12	16
12 – 14	54
14 – 16	14
16 – 18	8
18 – 20	2
Сумма	$n = \sum m_i = 100$

Проверьте, используя критерий согласия хи-квадрат и критерий Колмогорова, гипотезу о том, что данные о месячном доходе жителей подчиняются нормальному закону распределения.

4. Найти выборочные уравнения линейной регрессии по данным корреляционной таблицы.

Построить линии регрессии. Сделать вывод о тесноте связи.

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	15	20	25	30	35	40
100	2	1	–	7	–	–
120	4	–	2	–	–	3
140	–	5	–	10	5	2
160	–	–	3	1	2	3

Домашнее задание 1

Описать некоторую генеральную и выборочную совокупность, а также некоторый количественный или качественный признак, характерный для выбранной генеральной совокупности.

Для этого необходимо

1. Скачать шаблон "Описание ГС и ВС".
2. Заполнить шаблон максимально полно.
3. Готовый файл отправить на проверку преподавателю.

Ответ на задание необходимо отправить до указанной даты.

Максимальная оценка - 1 балл.

Домашнее задание 2

В этом задании необходимо для Ваших выборок построить интервальный вариационный ряд (в виде таблицы). Указать частоты, относительные частоты, накопленные частоты, середины интервалов.

Вычислить выборочную среднюю, дисперсию, среднее квадратичное отклонение.

Если при вычислениях Вы используете условные варианты, то указать их формулу и включить их значения в таблицу.

Вычисления числовых характеристик можно делать в тетрадях и не прикладывать к ответу на задание.

Вариационный ряд и его числовые характеристики оформляете в том же файле, где Ваша выборка.

Ответ принимается до указанной даты.

Если Вы не отправляли первое задание, то оформляете и выборку и указанные числовые характеристики в качестве ответа на задание 2.

Максимальная оценка - 1 балл.

Домашнее задание 3

В этом домашнем задании Вам необходимо вычислить моду, медиану, коэффициент асимметрии и эксцесс для Ваших вариационных рядов.

В качестве ответа, приложите файл, в котором содержатся ответы на предыдущие домашние задания, дополненные указанными характеристиками.

Если Вы выполняете домашнее задание впервые, то Ваш файл должен содержать: выборку, описание признака, сгруппированный вариационный ряд; среднее выборочное, выборочную дисперсию, выборочное среднеквадратическое отклонение и указанные в этом задании числовые характеристики.

Ответы принимаются до указанной даты.

Максимальная оценка - 1 балл.

Домашнее задание 4

В этом домашнем задании Вам необходимо:

1. В предположении, что Ваша генеральная совокупность подчинена гамма-распределению, оценить методом моментов неизвестные параметры α и β этого распределения.
2. В предположении, что Ваша генеральная совокупность подчинена логнормальному распределению, оценить методом наибольшего правдоподобия неизвестный параметр σ^2 этого распределения (принять значение параметра α равным среднему выборочному).

Полное решение (вместе с вычислениями) приложите в виде файла.

Ответ принимается до указанной даты.

Если Вы впервые выполняете домашнее задание, к ответу на это задание приложите Вашу выборку, сгруппированный вариационный ряд, среднее выборочное, выборочную дисперсию (*doc* или *pdf*).

Максимальная оценка - 1 балл.

Домашнее задание 5

В домашнем задании № 5, Вам необходимо вычислить для Вашей выборки среднюю выборочную, дисперсию, асимметрию и эксцесс

1. методом произведений,
2. методом сумм.

Сравните полученные результаты с теми, которые были вычислены ранее. Если есть отличие, ответьте на вопрос: "Почему?".

Ответ прилагается в виде таблицы с вычислениями.

Задание принимается до указанной даты.

Если Вы впервые выполняете домашнее задание, к ответу на это задание приложите Вашу выборку, сгруппированный вариационный ряд, среднее выборочное, выборочную дисперсию (*doc* или *pdf*).

Максимальная оценка - 1 балл.

Домашнее задание 6

В домашнем задании № 6, Вам необходимо проверить гипотезу о нормальном распределении (если Ваш порядковый номер в журнале - нечётный) и гипотезу о показательном распределении (если Ваш порядковый номер - чётный), используя критерий Пирсона.

Ответ прилагается в виде таблицы с вычислениями.

Задание принимается до указанной даты.

Если Вы впервые выполняете домашнее задание, к ответу на это задание приложите Вашу выборку, сгруппированный вариационный ряд, среднее выборочное, выборочную дисперсию (*doc* или *pdf*).

Максимальная оценка - 1 балл.

Домашнее задание 7

В домашнем задании № 6, Вам необходимо проверить гипотезу о нормальном распределении (если Ваш порядковый номер в журнале - нечётный) и гипотезу

о показательном распределении (если Ваш порядковый номер - чётный), используя критерий Колмогорова.

Ответ прилагается в виде таблицы с вычислениями.

Задание принимается до указанной даты.

Если Вы впервые выполняете домашнее задание, к ответу на это задание приложите Вашу выборку, сгруппированный вариационный ряд, среднее выборочное, выборочную дисперсию (*doc* или *pdf*).

Максимальная оценка - 1 балл.

