

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.09.2025 11:11:17  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed9b98f3b6c775486b9a8788b832524



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)  
**«Гиперболическая геометрия»**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Челябинск, 2025 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....	3
2. Перечень формируемых компетенций.....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....	6
3.1. Виды оценочных средств.....	6
3.2. Содержание оценочных средств.....	7
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации.....	10
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации.....	10
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....	10
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	10



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях.

Дисциплина: Гиперболическая геометрия.

Семестры: 7.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Для оценивания результатов обучения используется балльно-рейтинговая система.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Гиперболическая геометрия» направлено на формирование компетенций, приведённых в 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-4	Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	УК-4.1 Имеет представление о правилах и принципах деловой устной и письменной коммуникации на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах) УК-4.2 Демонстрирует умение осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах, использовать методы и навыки делового общения УК-4.3 Имеет навыки делового общения на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>терминологию гиперболической геометрии на русском и английском языках; принципы построения устного и письменного высказывания на русском и английском языках в профессиональной сфере.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>применять на практике деловую коммуникацию в устной и письменной формах на русском и английском языках основных терминах гиперболической геометрии.</li></ul> Владеть: <ul style="list-style-type: none"><li>навыками чтения и перевода текстов по гиперболической геометрии на английском языке.</li></ul>
ПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, при проведении научно-исследовательских разработок	ПК-1.1. Обладает знаниями об основных методах проведения научно-исследовательских разработок; о способах планирования и организации исследований ПК-1.2. Демонстрирует умения: проводить	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>формулировки результатов классических задач гиперболической топологии.</li></ul> Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в гиперболической геометрии.</li></ul> Владеть:



Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
		поиск, изучение и обобщение научного опыта в соответствующей области исследований; определять цели и задачи планируемых исследований и разработок; проводить исследование, составлять его описание, формулировать выводы по полученным результатам ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): проведения научных исследований в соответствии с поставленной целью; составления отчетов по теме и по результатам проведенных научно-исследовательских разработок	<ul style="list-style-type: none"><li>• навыками решения задач профессиональной области, используя аппарат гиперболической геометрии.</li></ul>



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы / разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1	<p>УК-4 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>терминологию гиперболической геометрии на русском и английском языках; принципы построения устного и письменного высказывания на русском и английском языках в профессиональной сфере.</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>применять на практике деловую коммуникацию в устной и письменной формах на русском и английском языках основных терминах гиперболической геометрии.</li></ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>навыками чтения и перевода текстов по гиперболической геометрии на английском языке.</li></ul>	Гиперболическая геометрия	Контрольная работа	Вопросы для экзамена
2	<p>ПК-1 Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>формулировки результатов классических задач гиперболической топологии.</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>проводить поиск, изучение и обобщение научного опыта в гиперболической</li></ul>	Гиперболическая геометрия	Контрольная работа	Вопросы для экзамена



геометрии. Владеть: • навыками решения задач профессиональной области, используя аппарат гиперболической геометрии.			
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

### 3.2. Содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена в 7 семестре.

Вопросы для экзамена:

1. «Начала» Евклида и пятый постулат. Формулировка пятого постулата в евклидовой геометрии и сферической геометрии. Что является точками и прямыми в этих геометриях?
2. Псевдосфера как модель гиперболической геометрии. Определение. Что является точками и прямыми в этой модели. Показать, что в этой модели не выполнен пятый постулат Евклида.
3. Модель Бельтрами – Клейна в диске. Как получается из псевдосферы. Что является точками и прямыми. Написать метрику в этой модели. Абсолют. Показать, что в этой модели не выполнен пятый постулат Евклида.
4. Модель Пуанкаре в диске. Как получается из псевдосферы. Что является точками и прямыми. Написать метрику в этой модели. Абсолют. Показать, что в этой модели не выполнен пятый постулат Евклида.
5. Теорема: О длине отрезка  $|OA|$  в модели Пуанкаре в диске (при условии  $O(0;0)$  и  $A(a;0)$ ).
6. Модель Пуанкаре в верхней полуплоскости. Определить, что является точками и прямыми. Написать метрику в этой модели. Показать, что в этой модели не выполнен пятый постулат Евклида.
7. Доказательство теоремы, что вертикальные полупрямые являются геодезическими в гиперболической плоскости  $H^2$ .
8. Теорема: о метрике в верхней полуплоскости, если  $H^2$  задана как множество комплексных чисел с условием.
9. Три преобразования гиперболической плоскости  $H^2$ . Лемма о связи переноса с отражением.
10. Теорема: о преобразованиях гиперболической плоскости, являющихся изометриями в  $H^2$ .
11. Доказать теорему, что любая полуокружность, ортогональная вещественной оси, может быть получена из вертикальной полупрямой при помощи подходящей инверсии.
12. Доказать теорему, что любая вертикальная полупрямая может быть получена из полуокружности, при помощи подходящей инверсии.
13. Доказать, что полуокружность, ортогональная вещественной оси, является геодезической в  $H^2$ .
14. Теорема о существовании инверсии, которая точку  $Q(p;q)$  переводит в точку  $P(\alpha;\beta)$ .
15. Теорема об инверсии, которая полуокружность переведет в полупрямую в случае, когда прямые пересекаются.
16. Доказать, что инверсия является инволюцией.



17. Определение дробно-линейного преобразования  $g$  и  $g^*$  в  $\mathbb{H}^2$ . Доказать, что дробно-линейное преобразование  $g$  является отображением из  $\mathbb{H}^2$  в  $\mathbb{H}^2$ .
18. Доказать, что дробно-линейное преобразование  $g$  является биективным отображением в  $\mathbb{H}^2$ .
19. Доказать, что дробно-линейное преобразование  $g$  сохраняет метрику в  $\mathbb{H}^2$ .
20. Доказать, что существует движение  $g$ , которое точку  $z_1$  переведет в точку  $i$ , а прямую, на которой лежит точка  $z_1$ , в полуось.
21. Как найти расстояние между двумя точками используя движение.
22. Вывод формулы расстояния через гиперболический косинус.
23. 4 формулы расстояния.
24. Вывести площадь треугольника.
25. Доказательство теоремы «Пифагора» в  $\mathbb{H}^2$ .
26. Теорема об прямоугольном треугольнике в  $\mathbb{H}^2$  (если известны углы и катет). Следствие.
27. Доказательство теоремы «синусов» в  $\mathbb{H}^2$ .
28. Доказательство теоремы «косинусов» в  $\mathbb{H}^2$ .
29. Доказательство теоремы «двойственная теорема косинусов» в  $\mathbb{H}^2$ .
30. Показать, что модель Пуанкаре верхней полуплоскости изоморфна модели Пуанкаре в единичном диске. Написать преобразование  $f$ , которое метрику в верхней полуплоскости переведет в метрику в диске.
31. Доказать, что инверсия - это частный случай дробно-линейного преобразования.
32. Площадь поверхности в  $\mathbb{H}^2$ .
33. Модель Пуанкаре в верхнем полупространстве. Что является прямыми и плоскостями. Написать метрику в этой модели. Абсолют.
34. Модель Пуанкаре в шаре. Написать метрику в этой модели. Что является прямыми и плоскостями. Абсолют.
35. Модель Бельтрами – Клейна в диске. Что является прямыми и плоскостями. Написать метрику в этой модели. Абсолют.
36. Движение  $\gamma$  в модели Пуанкаре в верхнем полупространстве  $\mathbb{H}^3$ . Определение. Лемма о том, что движение является отображением из  $\mathbb{H}^3$  в  $\mathbb{H}^3$ .
37. Движение  $\gamma$  сохраняет метрику в  $\mathbb{H}^3$ .
38. Движение  $\gamma$  является биективным  $\mathbb{H}^3$ .
39. Формула нахождения длины отрезка в  $\mathbb{H}^3$ .
40. Функция Лобачевского. Определение и свойства.
41. Определение бесконечного конуса над графиком функции.
42. Объем бесконечного конуса над функцией.
43. Объем бесконечного конуса над прямоугольным треугольником.
44. Теорема об объеме идеального тетраэдра. Следствие.
45. Идеальная пирамида. Теорема об объеме идеальной пирамиды. Следствие.
46. Приближенное вычисление объемов. Значение функции Лобачевского.
47. Объем регулярной идеальной  $n$ -призмы. Следствие.
48. Объем регулярной идеальной  $n$ -угольной антипризмы. Следствие.
49. Объем тетраэдра с тремя идеальными вершинами. Следствие.
50. Бипрямоугольный тетраэдр. Определение и его объем.
51. Гиперболические многообразия. Определение и примеры.

Пример контрольной работы:



1. Даны координаты вершин треугольника  $A(2;3)$ ;  $B(5;7)$ ;  $C(7;6)$ . Найти длины сторон треугольника.
2. Вычислить объем дополнительного пространства узла 8-ка.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретический вопрос. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 90 минут.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на экзамене.

Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
51 - 60 баллов	41 - 50 баллов	31 - 40 баллов	0 - 30 баллов
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

##### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Итоговая оценка за экзамен ставится с использованием балльно-рейтинговой системы. За семестр студент может набрать 100 баллов. Эти баллы складываются исходя из следующего:

1. Контрольная работа – оценивается максимум в 40 баллов;
2. Ответ на экзамене – оценивается максимум в 60 баллов.

Итоговая оценка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

- 0 - 49 баллов – неудовлетворительно;
- 50 - 69 баллов – удовлетворительно;
- 70 - 89 баллов – хорошо;
- 90 - 100 баллов – отлично.



Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. продвинутый уровень сформированности компетенций соответствует оценке «отлично»: обучающийся владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, подчёркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; чётко формирует ответы;

2. базовый уровень соответствует оценке «хорошо»:

обучающийся владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах даёт полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьёзных ошибок в ответах;

3. пороговый уровень соответствует оценке «удовлетворительно»:

обучающийся владеет основным объемом знаний по дисциплине, проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов;

4. низкий уровень характеризуется несформированностью компетенций на начальном уровне по завершении изучения дисциплины, соответствует оценке «неудовлетворительно»:

обучающийся не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

