

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.06.2026 12:27:13  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bfb98f3bb6775485b9a8788b322574



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Вероятностные модели» по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» направленности «Математическое моделирование и искусственный интеллект» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации  
по дисциплине (модулю)  
**Вероятностные модели**

Направление подготовки (специальность)  
**01.04.02 «Прикладная математика и информатика»**

Направленность (профиль)  
**«Математическое моделирование и искусственный интеллект»**

Присваиваемая квалификация  
**Магистр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2026**

Челябинск, 2026 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств .....	3
2. Перечень формируемых компетенций .....	4
3. Содержание оценочных средств по дисциплине .....	5
3.1. Виды оценочных средств .....	5
3.2. Содержание оценочных средств .....	5
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации .....	9
4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации .....	9
4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств .....	9
4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций.....	10



## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Направленность: Математическое моделирование и искусственный интеллект.

Дисциплина: Вероятностные модели.

Семестры: 1.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студента по дисциплине выстраивается на основе балловой оценки различных форм деятельности студентов.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Вероятностные модели» направлено на формирование компетенций, приведённых в таблице 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
<b>ОПК-1</b> Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1. Имеет представление об основных подходах к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики ОПК-1.2. Демонстрирует умение применять математический аппарат для решения задач ОПК-1.3. Имеет навыки выбора подходящих методов решения задач фундаментальной и прикладной математики	Знать основные подходы к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики. Уметь строить и анализировать вероятностные математические модели, соответствующие поставленной задаче. Владеть навыками выбора подходящих методов решения задач фундаментальной и прикладной математики.



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	Знать основные подходы к решению актуальных задач фундаментальной и прикладной математики.	Вероятностные модели Статистические модели	1	1-3	Вычислительная работа для СРС
	Уметь строить и анализировать вероятностные математические модели, соответствующие поставленной задаче.			1-15	Доклад
	Владеть навыками выбора подходящих методов решения задач фундаментальной и прикладной математики.			1-20	Выполнение кейса Вопросы к экзамену

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

#### 3.2. Содержание оценочных средств

Темы для докладов

1. Решение системы уравнений схемы гибели и размножения на примере эксплуатации автомобилей в крупной транспортной фирме.
2. Математическая модель конфликтов.
3. Задачи на круговые бескомпромиссные турниры.
4. Математическая модель кредитного скоринга (по анкете заемщика принять решение о выдаче/отказе кредита, и кредитный лимит).
5. Модель оценки стоимости недвижимости: по характеристике района, экологической обстановке, транспортной связности и т.д.
6. Модели страхования от риска;
7. Динамические модели планирования финансовых инвестиций.
8. Процессы Кокса как обобщение Пуассоновского процесса. Примеры использования.
9. Модель Блэка-Шоулза ценообразования.
10. Байесовский метод в построении моделей кластеризации.
11. Байесовские сети доверия в диагностических моделях.
12. Модель парных наблюдений в задачах непараметрической статистике.
13. Критерий знаковых рангов Уилкоксона в непараметрических статистических моделях.
14. Ранговый критерий Фридмана модели дисперсионного анализа.
15. Ранговый критерий Пейджа модели дисперсионного анализа.



## Вычислительная работа по дисциплине "Вероятностные модели"

### План выполнения работы для каждой выборки

1. Первичная обработка выборки и построение гистограммы относительных частот.

1.1. Отсортировать выборку в порядке возрастания, найти объем выборки  $n$  и ее размах

$$R = X_{max} - X_{min}.$$

1.2. Найти длину одного частичного интервала (разряда)  $h$ , считая, что вся выборка сгруппирована в 10 разрядов.

$$h = \frac{R}{10}.$$

1.3. Найти частоты во всех разрядах  $n_i$  и относительные частоты

$$\frac{n_i}{n}.$$

1.4. Построить гистограмму относительных частот (на оси  $OX$  – разряды, всего 10, на оси  $OY$  – относительные частоты).

1.5. По виду построенной гистограммы определить тип распределения, если она приближенно представляет  $Tk$  – новую кривую распределения.

2. Построить график эмпирической функции распределения

$$F^*(x) = \sum_{i=1}^{10} \frac{n_i}{n}.$$

Для этого составить таблицу накопленной относительной частоты.

3. Найти несмещенные оценки для математического ожидания  $\bar{X}_b$  и дисперсии  $\bar{S}_b$

$$\bar{X}_b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} X_i^* n_i,$$

где  $X_i^*$  – середина частичного интервала (разряда).

$$\bar{S}_b = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{10} (X_i^* - \bar{X}_b)^2.$$

Можно использовать калькулятор, поддерживающий статистические расчеты.



### Пример кейса с решением

В 1957 году на химическом комбинате «Маяк», расположенном в Челябинской области, произошла крупнейшая в мировой истории радиационная авария. Взрыв на предприятии и сброс радиоактивных отходов в окружающую среду повлекли необратимые последствия. Основная часть отходов попали в реку Теча и озеро Карачай. В озере скопилось около 150 млн кюри (эквивалентно 6 Чернобылям) долгоживущих радионуклидов (в частности цезий-137 и стронций-90), площадь озера составляла 36 гектар. Потенциальная опасность водоёма заключалась в

возможности поступления радиоактивных аэрозолей в атмосферу при аномальных метеорологических условиях (смерч) и в загрязнении подземных вод. При этом требовалось поддерживать постоянный уровень водоёма, так как равносильно плохо его обмеление (появление радиоактивной пыли) и повышение уровня воды (увеличение площади). Так, например, период времени

1962—1966 гг. был маловодным. Уровень воды озера Карачай сильно понизился, при этом оголилось несколько гектаров дна озера. В результате ветрового подъёма донных отложений с оголившихся участков дна водоёма весной 1967 г. были вынесены радиоактивные материалы на окружающую территорию, в том числе и за пределы химкомбината.

Группа учёных (экологи, радио-физики, математики) изучала состояние озера Карачай. Математики прогнозировали состояние озера с помощью цепей

Маркова (теория случайных процессов). Озеро может быть в трёх состояниях: состояние 1 – уровень воды повышенный; состояние 2 – уровень воды нормальный; состояние 3 – уровень воды пониженный. Зная состояние озера на этой неделе, можно определить вероятности состояний уровня воды в озере на последующих неделях.

### Подзадача. Текст задания

Группа ученых, изучавших состояние озера Карачай, совместно с сотрудниками кафедры информатики разрабатывают программный модуль на языке С для имитационного моделирования состояния озера. Аспиранту кафедры было дано задание: написать подпрограмму для проверки корректного задания матрицы переходов цепи Маркова. Подпрограмма должна проверять, что элементы матрицы принадлежат интервалу  $[0; 1]$ , а сумма элементов в каждой строке равна 1. Аргументами подпрограммы являются указатель на

двумерный массив действительных чисел и целочисленная переменная – число состояний. Предполагается, что подпрограмма возвращает значение 1, если матрица переходов задана корректно, и значение 0 в обратном случае. В приложении 2 приведена первая версия подпрограммы, которую написал аспирант. Данный код содержит ошибки, которые приводят к неверным результатам проверки. Какие ошибки нужно исправить в данном коде?

На каждом из 16 занятий студент может получить 2 балла:

Студент задает вопросы по изучаемому материалу - 1 балл;

Студент правильно отвечает на вопросы по изучаемому материалу - 1 балл.

В противном случае баллы не начисляются.

### Вопросы к экзамену

1. Вероятностное пространство. Парадокс Бертрانا.
2. Задача о двух конвертах.
3. Математическое ожидание и его свойства. Санкт-Петербургский парадокс.
4. Дисперсия и её свойства.



5. Теорема Пуассона. Оценка ошибок.
6. Теорема Муавра-Лапласа.
7. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова.
8. Цепи Маркова. Теорема о предельных вероятностях.
9. Случайные блуждания на прямой. Задача о разорении казино.
10. Дискретные случайные процессы.
11. Схема гибели и размножения. Вероятность вырождения.
12. Простейший поток событий и его свойства.
13. Системы массового обслуживания.
14. Непрерывные случайные процессы. Теоремы Колмогорова.
15. Броуновское движение.
16. Энтропия и её свойства. Формулы Шеннона.
17. Информация и её свойства.
18. Матричные игры. Теорема существования оптимальных стратегий.
19. Алгоритмы приближённого построения оптимальных стратегий.
20. Биматричные игры. Положение равновесия. Теорема Нэша.



#### **4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

##### **4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации**

На экзамене студент решает билет, который содержит 2 теоретических вопроса. При необходимости студенту могут быть заданы дополнительные вопросы по заданиям. Продолжительность экзамена – 60 минут. Максимальный балл за задание 3 балла. 3 балла – ответ структурирован, приведен анализ положений существующих теорий, научных школ, направлений по вопросу билета, студент логично и доказательно раскрывает проблему, предложенную в билете, ответ не содержит фактических ошибок и характеризуется глубиной, полнотой; 2 балла – ответ имеет достаточный содержательный уровень, однако отличается слабой структурированностью, раскрыто содержание билета, имеются неточности при ответе; 1 балл – ответ имеет фрагментарный характер, отличается поверхностностью и малой содержательностью, имеются неточности при ответе на основные вопросы билета, материал в основном излагается, но допущены фактические ошибки; 0 баллов – допускаются существенные фактические ошибки при ответе, на большую часть дополнительных вопросов по содержанию экзамена экзамен студент затрудняется дать ответ или не дает верных ответов.

##### **4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств**

Итоговый рейтинг по дисциплине формируется, исходя из результатов текущего контроля и контрольного мероприятия промежуточной аттестации. Контрольное мероприятие промежуточной аттестации является обязательным.

Вычислительная работа для СРС. Максимальный балл – 8.

Задание состоит в обработке 4 выборок. Максимальное количество баллов за статистическую обработку каждой выборки – 2 балла. 2 балла – определен тип распределения и проверена гипотеза о типе распределения; 1 балл – определен тип распределения, но гипотеза не проверена, или тип распределения определен неверно, что выявлено при проверке гипотезы; 0 баллов – нет ответа на задание.

Доклад. Максимальный балл – 5.

Подготовлен доклад – 1 балл; Подготовлена презентация – 1 балл; Оформление презентации соответствует ГОСТ – 1 балл; Тема раскрыта – 1 балл; Доклад вызвал интерес у аудитории – 1 балл.

Выполнение кейса. Максимальный балл – 6.

Кейс содержит 6 заданий. Максимальное количество баллов за задание 1 балл. 0 баллов – ответ на задание неверный или нет ответа на задание.

Активная познавательная деятельность. Максимальный балл – 32.

На каждом из 16 занятий студент может получить 2 балла: Студент задает вопросы по изучаемому материалу – 1 балл; Студент правильно отвечает на вопросы по изучаемому материалу – 1 балл. В противном случае баллы не начисляются.

Экзамен. Максимальный балл – 6.



### Оценивание ответа на экзамене

Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Низкий уровень освоения проверяемых компетенций
50 – 57 баллов	40 – 49 баллов	30 – 39 балла	0 – 29 балла
Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.	Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.	Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.	Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется за 29 и менее баллов

Оценка " Удовлетворительно" выставляется за 30-39 баллов (базовый уровень);

Оценка " Хорошо" выставляется за 40-49 баллов (средний уровень);

Оценка " Отлично" выставляется за 50-57 баллов (высокий уровень).

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке «Отлично»:

- предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы, навыки систематизации данных, необходимых для приложения полученных знаний в различных областях.
- студент способен дать полное представление об основных понятиях вероятностных моделей, использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы, формулировать собственные выводы.

2. Средний уровень соответствует оценке «Хорошо»:



- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание связи между различными понятиями и с другими областями математики, навыки доказывать теоремы;
  - студент способен использовать математический язык, способен решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы.
  - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины.
3. Базовый уровень соответствует оценке «Удовлетворительно»:
- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных понятий и теорем вероятностных моделей, необходимых для решения задач в профессиональной деятельности;
  - студент способен решать базовые задачи. Количество правильных ответов – не менее 50%.
4. Низкий уровень соответствует оценке «Неудовлетворительно».

