

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Гаскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 08.04.2026 15:40:41 Уникальный программный код (специальности) 02.03.01	Рабочая программа дисциплины "Дифференциальная геометрия" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Дифференциальная геометрия

Направление подготовки (специальность)

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2026

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2026 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью преподавания дисциплины является ознакомление студентов с основными понятиями и методами дифференциальной геометрии. Формирование у студентов логического мышления, навыков в умении использовать методы дифференциальной геометрии при решении прикладных задач, связанных с реализацией профессиональных функций.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов, соответствующих компетенции ОПК-1:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.04

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Изучение данной дисциплины требует предварительных знаний по дисциплинам:

Аналитическая геометрия

Алгебра

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Знания по дисциплине могут быть полезны для научно-исследовательской работы бакалавров и написания выпускной квалификационной работы. Данная дисциплина является предшествующей для дисциплин:

Топология

Гладкие многообразия

Топология многообразий

Гиперболическая геометрия

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

Знать:

Для достижения ОПК-1.1: базовые понятия, полученные в области дифференциальной геометрии

Уметь:

Для достижения ОПК-1.2: решать типовые задачи, формулируемые в рамках дифференциальной геометрии

Владеть:

Для достижения ОПК-1.3: навыками использования основных понятий, теорем, законов дифференциальной геометрии для решения задач профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1 Знать:

3.1.1 способы использования фундаментальных знаний в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности

3.2 Уметь:

3.2.1 использовать фундаментальные знания в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальная геометрия" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

3.3 Владеть:

3.3.1 использования фундаментальных знаний в области дифференциальной геометрии в профессиональной деятельности

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 72	Виды контроля в семестрах: зачеты 3
в том числе :	
аудиторные занятия : 32	
самостоятельная работа : 39,8	
контактная работа: 32,2 ИКР: 0,2	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
Раздел 1. Теория кривых				
1.1	Гладкие регулярные кривые /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.2	Длина кривой /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.3	Базис Френе кривой с натуральным параметром /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.4	Базис Френе кривой с произвольной параметризацией /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.5	Длина кривой. Натуральный параметр кривой /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.6	Базис Френе /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.7	Контрольная работа /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
1.8	Теория кривых /Ср/	3	20	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 2. Теория поверхностей				
2.1	Гладкие регулярные поверхности /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.2	Первая квадратичная форма /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.3	Вторая квадратичная форма /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.4	Главные кривизны поверхности /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3



2.5	Гладкие регулярные поверхности /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.6	Касательная плоскость /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.7	Первая и вторая квадратичные формы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.8	Контрольная работа /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
2.9	Теория поверхностей /Ср/	3	19,8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 3. Многомерные геометрические объекты				
3.1	Многомерные геометрические объекты /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
3.2	Многомерные геометрические объекты /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3
Раздел 4. Иная контактная работа				
4.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /ИКР/	3	0,2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольные работы, вопросы для зачета

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Контрольная работа "Теория кривых"

1. Найти базис Френе кривой $r(t)=(2t, \ln t, t^2)$ в произвольной точке и при $t=1$.
2. Найти кривизну и кручение кривой $r(t)=(2t, \ln t, t^2)$.
3. Найдите точки на кривой $r(t)=(\cos 3t, \sin 3t, \cos 2t)$, в которых кривизна имеет локально минимальное значение.

Контрольная работа "Теория поверхностей"

Дана поверхность $r(u,v) = (u^2 - uv, v^3, -u - v^2 + 1)$.

Написать уравнение касательной плоскости этой поверхности в точке $(1, -1)$, т.е. при $u=1, v=-1$.

Найти первую квадратичную форму этой поверхности в произвольной точке (u, v) и в точке $(1, -1)$.

Найти вторую квадратичную форму этой поверхности в произвольной точке (u, v) и в точке $(1, -1)$.

Найти нормальную кривизну кривой на этой поверхности, проходящей через точку $(1, -1)$ в направлении $(du, dv)=(2, 1)$.

Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке $(1, -1)$.

Найти главные кривизны и главные направления поверхности в точке $(1, -1)$.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Вопросы для зачёта:

1. Способы задания кривых на плоскости и в пространстве. Понятия гладкой и регулярной кривых. Замена параметра. Доказать, что всякая регулярная кривая эквивалентна кривой с натуральным параметром.
2. Базис Френе, кривизна и кручение при натуральной параметризации бигеоргулярной кривой (построение). Доказать лемму о производной единичного вектора.
3. Доказать формулы Френе.
4. Доказать две леммы о выражении первых и вторых производных натуральной параметризации кривой через первые и вторые производные произвольной параметризации этой же кривой.
5. Доказать критерий бигеоргулярности кривой при произвольной параметризации. Доказать эквивалентность определений соприкасающейся плоскости при натуральной и произвольной параметризациях кривой.



6. Базис Френе при произвольной параметризации бигулярной кривой (построение).
7. Доказать формулу для вычисления кривизны бигулярной кривой при произвольной параметризации.
8. Доказать формулу для вычисления кручения бигулярной кривой при произвольной параметризации.
9. Способы задания поверхностей. Касательные векторы к поверхности. Касательная плоскость: доказать, что все касательные векторы к поверхности (в одной точке) лежат в одной плоскости.
10. Первая квадратичная форма поверхности. Ее применение для вычисления длины кривой на поверхности, угла между кривыми на поверхности и площади поверхности.
11. Кривизна линий на поверхности. Нормальная и геодезическая кривизны. Доказать теорему Менье (о связи между кривизной и нормальной кривизной).
12. Вторая квадратичная форма поверхности. Доказать формулу, выражающую нормальную кривизну через первую и вторую квадратичную формы.
13. Главные кривизны: определить и доказать существование. Полная и средняя кривизны.
14. Доказать теорему о вычислении главных кривизн.
15. Девриационные формулы Гаусса и Вейнгартена, символы Кристоффеля поверхности.
16. Определение и свойства геодезических кривых.

6.4. Критерии оценивания

Итоговая отметка о зачете выставляется с использованием балльно-рейтинговой системы. Учитываются следующие контрольные мероприятия:

1. Контрольные работы
2. Ответ на теоретические вопросы на зачёте.

Каждая контрольная работа оценивается в 25 баллов. Оценивание выполнения контрольной работы:

- 25 баллов - выполнено 95-100 % заданий, дано полное, развернутое решение;
20 - 24 баллов - выполнено 70-94 % заданий, дано правильное решение; однако были допущены неточности в ходе решения;
13 - 19 баллов - выполнено 50-69 % заданий, дано неполное решение, в ответе содержится ошибка;
6 - 12 балл - выполнено 20-49 % заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки;
0 - 5 баллов - выполнено 0-19 % заданий, ответ отсутствует или неполный, при решении допущены существенные ошибки.

Максимальный балл за ответы на зачёте составляет 50 баллов.

Оценивание ответа на зачете:

- 39 - 50 баллов – студент последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.
- 25 - 38 баллов – студент грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.
- 11 - 24 баллов – студент имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.
- 0 - 10 баллов - студент не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

Итоговая отметка выставляется по 100-балльной шкале, исходя из полученной суммы баллов:

От 0 до 59 баллов – «не зачтено»,

От 60 до 100 баллов – «зачтено».

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
--	---------	----------	---------------	--------



	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Игнатъев Ю.	Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве: курс лекций (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276302)	Казань : Казанский федеральный университет (КФУ), 2013	ЭБС
Л1.2	Киреев И. В., Кнауб Л. В., Левчук Д. В., Нужин Я. Н.	Тензорный анализ и дифференциальная геометрия: учебное пособие (https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497726)	Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2017	ЭБС
Л1.3	Павлов Е. А., Рудницкий О. И.	Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах (https://e.lanbook.com/book/195518)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС
Л1.4	Паньженский В. И.	Введение в дифференциальную геометрию (https://e.lanbook.com/book/212126)	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Быков В. М.	Дифференциальная геометрия: текст лекций	Челябинск : Челябинский государственный университет, 1993	
Л2.2	Фоменко А. Т.	Дифференциальная геометрия и топология: дополнительные главы	Москва : Издательство Московского государственного университета, 1983	
Л2.3	Рустанов А.Р., Харитонов С.В., Полькина Е.А.	Элементы дифференциальной геометрии: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=375283)	Москва : Московский педагогический государственный университет, 2020	ЭБС

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (<https://elibrary.ru/defaultx.asp?>) eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000 – . – URL: <https://elibrary.ru>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
2. Реферативная база по математике MathSciNet (<https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>) Mathematical Reviews (MR) : реферативная база данных / American Mathematical Society. – URL: <http://www.ams.org/mathscinet/>. – Яз. рус., англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
3. Web of Science (<https://apps.webofknowledge.com>) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
4. Scopus (<https://www.scopus.com>) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: <http://www.scopus.com/>. – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)



Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (мультимедийное устройство, проектор, ноутбук или стационарный компьютер).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студента. На лекциях и семинарских занятиях излагается основное содержание тем программы, рассматриваются основные методы и приёмы решения задач.

Для наиболее эффективного изучения дисциплины обучающемуся рекомендуется:

- посещать лекционные занятия, кратко и вдумчиво конспектировать материал лекции, с указанием даты проведения лекции и темы;
- посещать практические (семинарские) занятия, на которых рассматриваются основные методы и приёмы решения задач. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме;
- самостоятельно прорабатывать материал как после каждого занятия, так и по завершению темы, что позволяет связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимся по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применяться компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебных аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Дифференциальная геометрия" по направлению подготовки (специальности) 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" направленности (профилю) Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 9

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

