

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Таскаев Сергей Васильевич

Должность: Ректор

Дата подписания: 15.06.2026 12:17:24

Уникальный программный ключ:

04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8522523

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Математический факультет

Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 1

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)
Уравнения математической физики**

Направление подготовки (специальность)
02.03.01 – Математика и компьютерные науки

Профиль (специализ.)

Математические и компьютерные методы в фундаментальных и
прикладных исследованиях

Присваиваемая квалификация
Бакалавр

Форма обучения
очная

Год набора 2026

Челябинск 2026 г.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 2

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
 - 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
 - 3.1. Виды оценочных средств
 - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
 - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
 - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.
 - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 3

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки

Дисциплина: Уравнения математической физики

Семестры изучения: 5,6

Формы промежуточной аттестации: *зачет (5 семестр), экзамен(6 семестр)*

Примечание: используется балльно-рейтинговая система для оценивания результатов .

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины Б1.О.22 «Уравнения математической физики» направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Знать: основные факты, методы и концепции математической физики. Уметь: применять математический аппарат теории уравнений с частными производными Владеть: навыки постановки и решения математических задач, приводящих к уравнениям с частными производными.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 4

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

случайных
процессов,
численных
методов
теоретической
механики в
профессионально
й деятельности



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 5

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов теоретической механики в профессиональной деятельности	Знать: основные факты, методы и концепции математической физики. Уметь: применять математический аппарат теории уравнений с частными производными Владеть: навыки постановки и решения математических задач, приводящих к уравнениям с частными производными.	Раздел 1. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными	5	1,2	Контрольная работа
		Раздел 2. Вывод основных уравнений математической физики	5	3,4	Контрольная работа
		Раздел 3. Уравнения гиперболического типа	5	5	Контрольная работа
		Раздел 4. Уравнения эллиптического типа.	6	6	Контрольная работа, Зачетная работа
		Раздел 5. Уравнения параболического типа.	6	7	Контрольная работа, Экзаменационная работа



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 6

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

3.2 Содержание оценочных средств

Уравнения математической физики. Контрольная работа №1.

Вариант №1

1. $y'' - 4y' + 5y = 0$

2. $y'' - 3y' + 2y = xe^{2x}$

3. $y'' - 2y' - 3y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

4. $(1 - x)u_x + (1 + y)u_y = 0$

5. $2xu_x + (y - x)u_y = x^2$

Вариант №2

1. $y'' - 6y' + 10y = 0$

2. $y'' - 5y' + 6y = (x + 1)e^{3x}$

3. $y'' + y' - 2y = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

4. $(2 - x)u_x + (3 + y)u_y = 0$

5. $xu_x + 2yu_y = x^2y + u$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 7

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Уравнения математической физики. Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} + 15u_x + 21u_y = 0$$

2. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 3u_x = 0$$

3. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$2u_{yy} + u_{xx} - 2u_{xy} + 2u_x - 2u_y = 0$$

4. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} + 3(u_x - u_y) = 0$$

5. Найти общее решение уравнения с переменными коэффициентами

$$u_{xx} - u_{yy} + (x + y)(u_x - u_y) = 0$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 8

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Вариант 2

1. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} - u_{xy} - 2u_{yy} + 6u_x - 3u_y = 0$$

2. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + u_y = 0$$

3. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$2u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + u_x = 0$$

4. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} + 6(2u_x - u_y) = 0$$

5. Найти общее решение уравнения с переменными коэффициентами

$$2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} + 3\frac{2u_x - u_y}{x + 2y} = 0$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 9

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Вариант 3

1. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} + u_{xy} - 2u_{yy} - 6u_x - 3u_y = 0$$

2. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 2u_y + u_x = 0$$

3. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$5u_{xx} - 4u_{xy} + 8u_{yy} - 6u_x + 6u_y = 0$$

4. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} - 4(u_x - 2u_y) = 0$$

5. Найти общее решение уравнения с переменными коэффициентами

$$2u_{xx} - u_{xy} - u_{yy} + 3(u_x - u_y) \sin(x + y) = 0$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 10

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Вариант 4

1. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} - 6(u_x + u_y) = 0$$

2. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} + 4u_x = 0$$

3. Определить тип уравнения и привести его к каноническому виду

$$u_{yy} - 2u_{xy} + 2u_{xx} - u_y = 0$$

4. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$$4u_{xx} - 4u_{xy} + u_{yy} - u_x + \frac{u_y}{2} = 0$$

5. Найти общее решение уравнения с переменными коэффициентами

$$2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} + 3(u_x - u_y) \cos(x + 2y) = 0$$



Уравнения математической физики. Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Найти решение задачи Коши для однородного волнового уравнения при $x \in \mathbb{R}$ и $t > 0$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0,$$

$$u|_{t=0} = \sin x,$$

$$u_t|_{t=0} = x$$

2. Найти решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения при $x \in \mathbb{R}$ и $t > 0$

$$u_{tt} - u_{xx} = \sin t,$$

$$u|_{t=0} = 0,$$

$$u_t|_{t=0} = \cos x$$

3. Найти решение задачи Коши для однородного волнового уравнения при $x > 0$ и $t > 0$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0,$$

$$u|_{t=0} = 2 \cos 3x,$$

$$u_t|_{t=0} = \sin x,$$

$$u_x|_{x=0} = 0$$

4. Найти решение задачи Коши для однородного волнового уравнения при $x > 0$ и $t > 0$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0,$$

$$u|_{t=0} = x^{-2}(1 - \cos x),$$

$$u_t|_{t=0} = \sin x,$$

$$u|_{x=0} = \cos t$$

5. Найти решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения при $x > 0$ и $t > 0$

$$u_{tt} - u_{xx} = (t^2 + 2) \sin x,$$

$$u|_{t=0} = e^{-x^2},$$

$$u_t|_{t=0} = \cos x,$$

$$u_x|_{x=0} = t^2$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 12

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Вариант 2

1. Найти решение задачи Коши для однородного волнового уравнения при $x \in \mathbb{R}$ и $t > 0$

$$\begin{aligned}u_{tt} - 4u_{xx} &= 0, \\u|_{t=0} &= 2 \cos 3x, \\u_t|_{t=0} &= \sin x\end{aligned}$$

2. Найти решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения при $x \in \mathbb{R}$ и $t > 0$

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= x, \\u|_{t=0} &= x^2, \\u_t|_{t=0} &= x^3\end{aligned}$$

3. Найти решение задачи Коши для однородного волнового уравнения при $x > 0$ и $t > 0$

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, \\u|_{t=0} &= \sin x, \\u_t|_{t=0} &= x, \\u_x|_{x=0} &= 0\end{aligned}$$

4. Найти решение задачи Коши для однородного волнового уравнения при $x > 0$ и $t > 0$

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0, \\u|_{t=0} &= e^{-x^2}, \\u_t|_{t=0} &= \cos^2 x, \\u|_{x=0} &= te^{-t}\end{aligned}$$



Уравнения математической физики. Контрольная работа №4.

Во всех примерах требуется решить начально-краевую задачу на отрезке методом разделения переменных.

Вариант 1

1

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0 \\u_x|_{x=0} &= 0 \\u|_{x=\pi} &= 0 \\u|_{t=0} &= \pi^2 - x^2 \\u_t|_{t=0} &= 0\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0 \\u_x|_{x=0} &= 0 \\u|_{x=\frac{\pi}{2}} &= 0 \\u|_{t=0} &= \cos x + \cos 5x \\u_t|_{t=0} &= 3 \cos 3x\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= (t^2 - 4) \sin 2\pi x \\u|_{x=0} &= 0 \\u|_{x=1} &= 0 \\u|_{t=0} &= 3 \sin(\pi x) \\u_t|_{t=0} &= 0\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= t^3 \sin 3x + 2x \\u|_{x=0} &= 0 \\u_x|_{x=\frac{\pi}{2}} &= t^2 \\u|_{t=0} &= \sin^3 x \\u_t|_{t=0} &= \sin 3x\end{aligned}$$



Вариант 2

Во всех примерах требуется решить начально-краевую задачу на отрезке методом разделения переменных.

1

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0 \\u_x|_{x=0} &= 0 \\u|_{x=\frac{\pi}{2}} &= 0 \\u|_{t=0} &= \frac{\pi^2}{4} - x^2 \\u_t|_{t=0} &= 0\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0 \\u|_{x=0} &= 0 \\u_x|_{x=\frac{\pi}{2}} &= 0 \\u|_{t=0} &= \sin^3 x \\u_t|_{t=0} &= \sin 3x\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= (2t + 1) \cos \frac{3x}{2} \\u_x|_{x=0} &= 0 \\u|_{x=\pi} &= 0 \\u|_{t=0} &= 0 \\u_t|_{t=0} &= 2 \cos \frac{x}{2}\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= (t^2 + 1) \cos 3x + 6xt \\u_x|_{x=0} &= t^3 \\u|_{x=\frac{\pi}{2}} &= t^3 \pi / 2 \\u|_{t=0} &= \cos 5x \\u_t|_{t=0} &= \cos x\end{aligned}$$



Вариант 3

Во всех примерах требуется решить начально-краевую задачу на отрезке методом разделения переменных.

1

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0 \\ u|_{x=0} &= 0 \\ u|_{x=2} &= 0 \\ u|_{t=0} &= 0 \\ u_t|_{t=0} &= 2x - x^2\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0 \\ u_x|_{x=0} &= 0 \\ u|_{x=\pi} &= 0 \\ u|_{t=0} &= \cos^3 \frac{x}{2} \\ u_t|_{t=0} &= 2 \cos \frac{3x}{2}\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= t^3 \sin 3x \\ u|_{x=0} &= 0 \\ u_x|_{x=\frac{\pi}{2}} &= 0 \\ u|_{t=0} &= 2 \sin(x) \\ u_t|_{t=0} &= 0\end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= (t^2 - 4) \sin 2\pi x - 2x \\ u|_{x=0} &= t^2 \\ u|_{x=1} &= t \\ u|_{t=0} &= \sin^3 \pi x \\ u_t|_{t=0} &= x + \sin \pi x\end{aligned}$$



**Уравнения математической физики.
Контрольная работа №5.**

Вариант 1

1. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в прямоугольнике

$$u_t - \Delta u = 0,$$

$$u_x(0, y, t) = 0$$

$$u(\pi, y, t) = 0$$

$$u(x, 0, t) = 0$$

$$u(x, \pi, t) = 0$$

$$u(x, y, 0) = (\pi - x)(\pi + x)y(\pi - y)$$

2. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в прямоугольнике

$$u_t - \Delta u = t \sin(\pi x) \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right),$$

$$u(0, y, t) = 0$$

$$u(2, y, t) = 0$$

$$u(x, 0, t) = 0$$

$$u_y(x, 1, t) = 0$$

$$u(x, y, 0) = \sin(\pi x) \sin\left(\frac{3\pi}{2}y\right)$$

3. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения в прямоугольнике

$$u_{tt} - \Delta u = t \sin(x) \cos\left(\frac{y}{2}\right),$$

$$u(0, y, t) = 0$$

$$u(\pi, y, t) = 0$$

$$u_y(x, 0, t) = 0$$

$$u(x, \pi, t) = 0$$

$$u(x, y, 0) = 2 \sin(x) \cos\left(\frac{y}{2}\right)$$

$$u_t(x, y, 0) = \sin(x) \cos\left(\frac{y}{2}\right)$$



Вариант 2

1. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в прямоугольнике

$$\begin{aligned}u_t - \Delta u &= 0, \\u(0, y, t) &= 0 \\u_x(1, y, t) &= 0 \\u(x, 0, t) &= 0 \\u(x, 2, t) &= 0 \\u(x, y, 0) &= x(2-x)y(2-y)\end{aligned}$$

2. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в прямоугольнике

$$\begin{aligned}u_t - \Delta u &= e^{-t} \sin(x) \cos\left(\frac{3}{2}y\right), \\u(0, y, t) &= 0 \\u(\pi, y, t) &= 0 \\u_y(x, 0, t) &= 0 \\u(x, \pi, t) &= 0 \\u(x, y, 0) &= \sin(2x) \cos\left(\frac{3}{2}y\right)\end{aligned}$$

3. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения в прямоугольнике

$$\begin{aligned}u_{tt} - \Delta u &= \sin(t) \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \sin(\pi y), \\u(0, y, t) &= 0 \\u_x(1, y, t) &= 0 \\u(x, 0, t) &= 0 \\u(x, 2, t) &= 0 \\u(x, y, 0) &= \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \sin(\pi y) \\u_t(x, y, 0) &= 2 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \sin(\pi y)\end{aligned}$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 18

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Контрольная работа № 7 (обзорная)

Вариант 1

1. Найти общее решение уравнения в частных производных первого порядка

$$2xu_x + (y - x)u_y = x^2$$

2. Привести уравнение к каноническому виду и найти его общее решение

$$u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} + u_x - 2u_y = 0$$

3. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в квадрате со стороной π методом разделения переменных

$$u_t - \Delta u = t \cos x \sin \left(\frac{5}{2}y \right),$$

$$u(x, y, 0) = \cos 2x \sin \left(\frac{3}{2}y \right),$$

$$u(x, 0, t) = 0,$$

$$u_y(x, \pi, t) = 0,$$

$$u_x(0, y, t) = 0,$$

$$u_x(\pi, y, t) = 0.$$

Вариант 2

1. Найти общее решение уравнения в частных производных первого порядка

$$xyu_x - x^2u_y = yu$$

2. Привести уравнение к каноническому виду и найти его общее решение

$$u_{xx} + 2u_{xy} - 8u_{yy} + 2u_x + 4u_y = 0$$

3. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в квадрате со стороной π методом разделения переменных

$$u_t - \Delta u = (1 + t) \sin x \cos \left(\frac{3}{2}y \right),$$

$$u(x, y, 0) = \sin 3x \cos \left(\frac{5}{2}y \right),$$

$$u_y(x, 0, t) = 0,$$

$$u(x, \pi, t) = 0,$$

$$u(0, y, t) = 0,$$

$$u(\pi, y, t) = 0.$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 19

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

Типовые контрольные вопросы для промежуточной аттестации

1. Классификация линейных ДУЧП второго порядка с двумя независимыми переменными. Канонический вид уравнений гиперболического типа.
2. Классификация линейных ДУЧП второго порядка с двумя независимыми переменными. Канонический вид уравнений параболического типа.
3. Классификация линейных ДУЧП второго порядка с двумя независимыми переменными. Канонический вид уравнений эллиптического типа.
4. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными.
5. Корректность постановки задач математической физики. Пример задачи с не единственным решением.
6. Корректность постановки задач математической физики. Пример задачи не имеющей решение.
7. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
8. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения на числовой оси. Формула Даламбера для однородного уравнения с ненулевыми начальными условиями.
9. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения на числовой оси. Формула Даламбера для неоднородного уравнения с нулевыми начальными условиями.
10. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения на полуоси с закрепленным концом.
11. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения на полуоси со свободным концом.
12. Формальное решение начально-краевой задачи для неоднородного волнового уравнения на отрезке методом Фурье. Случай граничного условия вида $u(0) = 0, u(l) = 0$.
13. Формальное решение начально-краевой задачи для неоднородного волнового уравнения на отрезке методом Фурье. Случай граничного условия вида $u'(0) = 0, u(l) = 0$.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 20

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

14. Формальное решение начально-краевой задачи для неоднородного волнового уравнения на отрезке методом Фурье. Случай граничного условия вида $u(0) = 0, u'(l) = 0$.
15. Обоснование метода Фурье решения начально-краевой задачи для однородного волнового уравнения на отрезке. Обоснование сходимости формального ряда Фурье для граничных условий вида $u(0) = 0, u(l) = 0$.
16. Корректность начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Обоснование непрерывной зависимости решения от начальных данных.
17. Корректность начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Обоснование единственности решения.
18. Формальное решение начально-краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности на отрезке методом Фурье. Случай граничного условия вида $u(0) = 0, u(l) = 0$.
19. Формальное решение начально-краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности на отрезке методом Фурье. Случай граничного условия вида $u'(0) = 0, u(l) = 0$.
20. Формальное решение начально-краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности на отрезке методом Фурье. Случай граничного условия вида $u(0) = 0, u'(l) = 0$.
21. Обоснование метода Фурье решения начально-краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности. Обоснование сходимости формального ряда Фурье.
22. Корректность начально-краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности. Применение принципа максимума для обоснования единственности решения.
23. Корректность начально-краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности. Применение принципа максимума для обоснования непрерывной зависимости от начальных данных.
24. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности в многомерном случае (вывод формулы).
25. Решение задачи Коши для волнового уравнения в многомерном случае (вывод формулы).



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 21	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____
----------------------	---------	------------------------	---------------

26. Решение начально-краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности методом Фурье в круге. Уравнение цилиндрических функций (функций Бесселя).
27. Решение начально-краевой задачи для двумерного волнового уравнения методом Фурье в прямоугольнике.
28. Решение начально-краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности методом Фурье в прямоугольнике.
29. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в прямоугольнике методом Фурье.
30. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа и Пуассона в круге методом Фурье.
31. Свойства гармонических функций
32. Обоснование единственности и непрерывной зависимости от граничных условий решения первой краевой задачи для уравнения Лапласа.
33. Метод функции Грина для решения уравнений Лапласа и Пуассона.



Типовые контрольные задания для промежуточной аттестации

1. Найти общее решение уравнения в частных производных первого порядка

$$yu_x + 2xu_y = u$$

$$yu_x + xu_y = x - y$$

$$\sqrt{x^2 u_x + y^2 u_y} = x^2 - y^2$$

$$(1 + x)u_x + yu_y = 1 + x - y$$

$$xu_x + (1 + y)u_y = 1 + y - x$$

$$\sin xu_x + \sin yu_y = \sin x - \sin y$$

2. Привести уравнение к каноническому виду и найти его общее решение

$$u_{xx} - \frac{5}{2}u_{xy} + u_{yy} + 2u_x - u_y = 0$$

$$2u_{xx} - u_{xy} - u_{yy} + 4u_x + 2u_y = 0$$

$$2u_{xx} + u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 3u_y = 0$$

$$2u_{xx} - 5u_{xy} - 3u_{yy} + 4u_x + 2u_y = 0$$

3. Решить задачу Коши для волнового уравнения на полуоси.

$$u_{tt} - u_{xx} = 0$$

$$u(x, 0) = \sin^2(x)$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

$$u_x(0, t) = 0$$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0$$

$$u(x, 0) = \cos 2x$$

$$u_t(x, 0) = \sin x \sin 3x$$

$$u_x(0, t) = 0$$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0$$

$$u(x, 0) = \sin 3x$$

$$u_t(x, 0) = \cos x \cos 3x$$

$$u(0, t) = 0$$



$$u_{tt} - u_{xx} = 0$$

$$u(x, 0) = e^{-|x|}$$

$$u_t(x, 0) = \sin x$$

$$u(0, t) = 0$$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0$$

$$u(x, 0) = e^{-x^2}$$

$$u_t(x, 0) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$u_x(0, t) = 0$$

$$u_{tt} - u_{xx} = 0$$

$$u(x, 0) = e^{-x^2} \sin x$$

$$u_t(x, 0) = \sin x$$

$$u(0, t) = 0$$

4. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения на отрезке методом разделения переменных

$$u_{tt} - u_{xx} = 2x + 3 \sin 3\pi x$$

$$u(0, t) = 0$$

$$u(1, t) = t^2$$

$$u(x, 0) = \sin 2\pi x$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

$$u_{tt} - u_{xx} = 6xt + t \sin \pi x$$

$$u(0, t) = t$$

$$u(1, t) = t^3$$

$$u(x, 0) = \sin 3\pi x$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

$$u_{tt} - u_{xx} = 2(x-1) - e^{-t} + t^2 \cos \frac{3\pi}{2}x$$

$$u_x(0, t) = t^2$$

$$u(1, t) = e^{-t}$$

$$u(x, 0) = 1$$

$$u_t(x, 0) = -1$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 24	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № ____
----------------------	---------	------------------------	--------------

5. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности на отрезке
методом разделения переменных

$$u_t - 4u_{xx} = (2t - 1)x + 1 + \sin^3 \pi x$$

$$u(0, t) = t$$

$$u(1, t) = t^2$$

$$u(x, 0) = \sin 2\pi x$$

$$u_t - u_{xx} = t \sin \frac{\pi x}{2} - e^{-t} (1 + 2xe^{-t})$$

$$u(0, t) = e^{-t}$$

$$u_x(1, t) = e^{-2t}$$

$$u(x, 0) = 1 + x + 2 \sin \frac{3\pi}{2} x$$

$$u_t - u_{xx} = xe^{-t} (2 \cos 2t - \sin 2t)$$

$$u(0, t) = 0$$

$$u(1, t) = e^{-t} \sin 2t$$

$$u(x, 0) = 2 \sin 3\pi x$$

$$u_t - u_{xx} = x - 1 + e^{-t}(1 - t) + t \cos \frac{\pi}{2} x$$

$$u_x(0, t) = t$$

$$u(1, t) = te^{-t}$$

$$u(x, 0) = \cos \frac{3\pi}{2} x$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1	стр. 25	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № ____
----------------------	---------	------------------------	--------------

6. Решить начально-краевую задачу для волнового уравнения в прямоугольнике методом разделения переменных

$$u_{tt} - \Delta u = t \sin 2x \sin y,$$

$$u(x, y, 0) = \sin x \sin 3y,$$

$$u_t(x, y, 0) = 0,$$

$$u(0, y, t) = 0,$$

$$u(\pi, y, t) = 0,$$

$$u(x, 0, t) = 0,$$

$$u(x, \pi, t) = 0.$$

$$u_{tt} - \Delta u = t \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3y}{2},$$

$$u(x, y, 0) = 2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{y}{2},$$

$$u_t(x, y, 0) = 0,$$

$$u_x(0, y, t) = 0,$$

$$u(\pi, y, t) = 0,$$

$$u_y(x, 0, t) = 0,$$

$$u(x, \pi, t) = 0.$$

$$u_{tt} - \Delta u = (1 + 2t) \sin 2\pi x \cos \pi y,$$

$$u(x, y, 0) = \sin \pi x \sin 3\pi y,$$

$$u_t(x, y, 0) = 0,$$

$$u(0, y, t) = 0,$$

$$u(1, y, t) = 0,$$

$$u(x, 0, t) = 0,$$

$$u(x, 1, t) = 0.$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 26

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

7. Решить начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности в прямоугольнике методом разделения переменных

$$u_t - \Delta u = e^{-t} \sin 2x \sin y,$$

$$u(x, y, 0) = \sin x \sin 3y,$$

$$u(0, y, t) = 0,$$

$$u(\pi, y, t) = 0,$$

$$u(x, 0, t) = 0,$$

$$u(x, \pi, t) = 0.$$

$$u_t - \Delta u = \sin t \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3y}{2},$$

$$u(x, y, 0) = 2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{y}{2},$$

$$u_x(0, y, t) = 0,$$

$$u(\pi, y, t) = 0,$$

$$u_y(x, 0, t) = 0,$$

$$u(x, \pi, t) = 0.$$

$$u_t - \Delta u = (1 + e^{-t}) \sin 2\pi x \cos \pi y,$$

$$u(x, y, 0) = \sin \pi x \sin 3\pi y,$$

$$u(0, y, t) = 0,$$

$$u(1, y, t) = 0,$$

$$u(x, 0, t) = 0,$$

$$u(x, 1, t) = 0.$$



8. Решить уравнение Пуассона в прямоугольнике методом разделения переменных.

$$\Delta u = 2 \sin(2x) \cos\left(\frac{y}{2}\right)$$

$$u(0, y) = 0$$

$$u(\pi, y) = 0$$

$$u_y(x, 0) = \sin(3x)$$

$$u(x, \pi) = \sin(5x)$$

$$\Delta u = 2 \sin(2x) \cos\left(\frac{y}{2}\right)$$

$$u(0, y) = \cos\left(\frac{3}{2}y\right)$$

$$u(\pi, y) = \cos\left(\frac{5}{2}y\right)$$

$$u_y(x, 0) = 0$$

$$u(x, \pi) = 0$$

$$\Delta u = 2 \cos\frac{x}{2} \sin 2y$$

$$u_x(0, y) = 0$$

$$u(\pi, y) = 0$$

$$u(x, 0) = \cos\frac{3x}{2}$$

$$u(x, \pi) = \cos\frac{5x}{2}$$

$$\Delta u = 2 \cos\frac{x}{2} \sin 2y$$

$$u_x(0, y) = \sin y$$

$$u(\pi, y) = \sin 3y$$

$$u(x, 0) = 0$$

$$u(x, \pi) = 0$$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 28

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

В 5 семестре при постановке зачета суммируются баллы текущей аттестации (максимум 100баллов). Зачет выставляется при количестве баллов, не меньшем 60.

В 6 семестре полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за экзаменационную контрольную работу (максимум 125 баллов). Экзаменационная контрольная работа проводится 1.5 часа. В билете – 1 теоретический вопрос с доказательством (10 баллов) и 3 теоретических вопроса без доказательства (по 5 баллов).

Начисляемые рейтинговые баллы.

5 семестр (зачет)

Контрольная № 1 - 25 баллов

Контрольная № 2 - 25 баллов

Контрольная № 3 - 25 баллов

Контрольная № 4 - 25 баллов

Итого 100 баллов

6 семестр (экзамен)

Контрольная № 1 - 15 баллов

Контрольная № 2 - 15 баллов

Контрольная № 3 - 20 баллов

Экзаменационная контрольная работа - 50 баллов

Собеседование по теоретическому вопросу - 20 баллов

Задача №1 - 15 баллов

Задача №2 - 15 баллов



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 29

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

Для контрольных работ №1-6 приняты следующие критерии оценивания отдельной задачи.

1. Правильность решения задачи (80% от максимального балла за задачу). Оценивается наличие верного решения задачи, применение соответствующих методов и алгоритмов, а также получение верного ответа.
2. Структура и логика изложения (20% от максимального балла за задачу). Оценивается последовательность и четкость изложения решения, наличие всех промежуточных шагов и выводов.

Общий балл за контрольную работу является суммой баллов за решение каждой из задач. Он определяется числом задач в данной работе и максимальным баллом, которым оценивается вся работа (разблюдовку по баллам см выше).

Критерии оценивания ответа на экзаменационный билет по курсу уравнения математической физики разделяется на две части: оценка теоретического вопроса и оценка решения задач.

Теоретический вопрос (максимальная оценка - 20 баллов):

1. Знание основных понятий и терминов (6 баллов). Оценивается умение студента определить и использовать ключевые понятия и термины, связанные с темой вопроса.
2. Структура и последовательность изложения (6 баллов). Оценивается логика и структура ответа, включая последовательное и грамотное изложение материала, разбивка на подразделы, а также связь между ними.
3. Глубина понимания и анализа теоретических положений (8 баллов). Оценивается способность студента объяснить принципы и методы, привести примеры использования, а также продемонстрировать критическое мышление и аналитические способности при работе с теоретическим материалом.

Задачи (максимальная оценка - 15 баллов за каждую задачу):

1. Правильность решения задачи (9 баллов). Оценивается верное решение задачи, применение соответствующих методов и алгоритмов, а также получение корректного ответа.
2. Структура и логика изложения (3 балла). Оценивается последовательность и четкость изложения решения, наличие всех промежуточных шагов и выводов.
3. Применение теоретических знаний (3 балла). Оценивается умение студента связать решение задачи с изученными теоретическими положениями и применить их для



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)
Математический факультет
Кафедра вычислительной математики

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) «Уравнения математической физики»
по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Математические и компьютерные методы в
фундаментальных и прикладных исследованиях»
ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

Версия документа - 1

стр. 30

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № ____

анализа и интерпретации результатов.

Итоговая оценка студента: максимальный балл за экзаменационный билет составляет 50 баллов (20 баллов за теоретический вопрос и по 15 баллов за каждую из двух задач).

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
 - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности.
 - студент способен аргументировать собственную точку зрения по дискуссионным вопросам дисциплины, решать ситуационные задачи, критически оценивать информацию, формулировать собственные выводы.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:
 - предполагает формирование компетенций на среднем уровне: формируется комплексное знание особенностей решения прикладных задач, умение сбора, анализа и обработки данных, необходимых для решения прикладных задач.
 - студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:
 - предполагает формирование компетенций на начальном уровне, студент освоил основные понятия и положения изучаемой дисциплины.
4. Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.
 - фрагментарные знания;
 - отказ от ответа;
 - знание отдельных рекомендованных источников;
 - неумение использовать научную терминологию;
 - наличие грубых ошибок;
 - низкий уровень сформированности заявленных компетенций.

