

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.06.2026 12:27:13  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322323



МИНСБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет  
Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности",  
по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 1 из 13

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**

**Б1.В.ДВ.02.02 *Многокритериальная оптимизация и исследование операций***

Направление подготовки (специальность)  
**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль)  
**Математическое моделирование и искусственный интеллект**

Присваиваемая квалификация  
**магистр**

Форма обучения  
**очная**

Год набора **2026**

Челябинск, 2026г.



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности",  
по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 2 из 13

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## Содержание

аспорт фонда оценочных средств  
список формируемых компетенций  
компетенции, закрепленные за дисциплиной  
содержание оценочных средств по дисциплине  
типы оценочных средств  
содержание оценочных средств  
порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации  
порядок проведения промежуточной аттестации  
результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности  
компетенций



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности",  
по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 3 из 13

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *01.04.02 «Прикладная математика и информатика»*

Направленность (профиль) *Математическое моделирование и искусственный интеллект*

Дисциплина: *Б1.В.ДВ.02.02 Многокритериальная оптимизация и исследование операций*

Семестр изучения: *4*

Форма промежуточной аттестации: *зачет.*

Для оценивания результатов используется бально-рейтинговая система.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины *Б1.В.ДВ.02.02 «Многокритериальная оптимизация и исследование операций»* направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции согласно ФГОС	Индикаторы достижения компетенций согласно ОПОП ВО	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
<b>ПК 1</b> Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1. Разрабатывает и исследует математические модели прикладных задач, системно анализирует научные проблемы, участвует в их исследовании	<b>Знать</b> основные принципы и подходы к принятию решений и оптимизации в сложных системах с многокритериальными критериями качества; область применения многокритериальной оптимизации и исследования операций; основные типы задач, решаемые методами исследования операций. <b>Уметь</b> решать задачи, применяя различные способы многокритериальной оптимизации; формализовать прикладные задачи в рамках теории многокритериальных задач и исследования операций; применять методы исследования операций для



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности",  
по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 4 из 13

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

		исследования математических моделей реальных процессов и оценки их адекватности. <b>Владеть</b> навыками составления математических моделей и применения методов многокритериальной оптимизации и исследования операций для решения прикладных задач.
--	--	---



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности",  
по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 5 из 13

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

## . СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 3.1 Виды оценочных средств

Код, наименование компетенции согласно ФГОС	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Контролируемые темы/ разделы (номер и название раздела из РПД п.2.2)	Семестр	Номер задания	Наименование оценочного средства
ПК 1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	<b>1.1 Знать</b> основные принципы и подходы к принятию решений и оптимизации в сложных системах с многокритериальными критериями качества; область применения многокритериальной оптимизации и исследования операций; основные типы задач, решаемые методами исследования операций;	Исходы и риски в однокритериальной задаче при неопределенности.			Вопросы для опроса на зачете
		Многокритериальные задачи при неопределенности. Рекомендательные системы.			Вопросы для опроса на зачете
		Динамические многокритериальные задачи.			Вопросы для опроса на зачете
	<b>1.2 Уметь</b> решать задачи, применяя различные способы многокритериальной оптимизации; формализовать прикладные задачи в рамках теории многокритериальных задач и исследования операций; применять методы исследования операций для исследования математических моделей реальных процессов и оценки их адекватности.;	Исходы и риски в однокритериальной задаче при неопределенности.			Вопросы для опроса на зачете
		Многокритериальные задачи при неопределенности. Рекомендательные системы.			Вопросы для опроса на зачете
		Динамические многокритериальные задачи.			Вопросы для опроса на зачете



МИНОБРНАУКИ России  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)  
Математический факультет

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности",  
по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект  
ФГБОУ ВО «ЧелГУ».

Версия документа - 1

стр. 6 из 13

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

<b>Владеть</b> навыками составления математических моделей и применения методов многокритериально й оптимизации и исследования операций для решения прикладных задач.	Исходы и риски в однокритериальной задаче при неопределенности.			Вопросы для опроса на зачете
	Многокритериаль- ные задачи при неопределенности. Рекомендательные системы.			Вопросы для опроса на зачете
	Динамические многокритериальные задачи.			Вопросы для опроса на зачете

*Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.*

### 3.2 Содержание оценочных средств

Фонд оценочных средств представляет собой комплекс тем и заданий для опроса, содержащих задания и вопросы для контроля знаний, позволяющие оценить регулярную работу студента, направленную на формирование компетенций и достижение планируемых результатов обучения.

Для проведения текущего контроля успеваемости, самоконтроля знаний студентов и промежуточной аттестации используются следующие оценочные средства:

- 1) расчетно-графическая работа;
  - 2) Итоговая контрольная работа
- Активная познавательная деятельность

Для оценки знаний используется рейтинговая система оценки знаний. В течении семестра студент может набрать 30 баллов (по 1 баллу за каждое правильно решенное задание из 11 заданий расчетно-графической работы, 4 балла за итоговую контрольную работу, и по 2 балла за активную познавательную деятельность на каждом из 12 занятий), устный опрос на зачете состоит из 4 вопросов, оцениваемых в 1 балл каждый.

#### 3.2.1 Типовые задания расчетно-графической работы



## Расчётно-графическая работа (демонстрационный вариант)

1. Для скалярной функции  $f(x, y)$ , где  $x \in \mathbf{R}^n$  и  $y \in \mathbf{R}^m$ , обозначим  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \text{grad}_x f(x, y)$  -  $n$ -вектор-столбец, компоненты которого есть частные производные  $f(x, y)$  по координатам  $x$ . Доказать, что для постоянных  $n \times n$ -матрицы  $A$ ,  $n \times m$ -матрицы  $B$ ,  $n$ -вектора  $a$  и  $m$ -вектора  $b$  имеют место

$$\frac{\partial}{\partial x}(x'Ax) = (A + A')x, \quad \frac{\partial}{\partial y}(x'By) = B'x,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x'By) = By, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2}(x'Ax) = A + A', \quad \frac{\partial}{\partial x}(a'x) = a$$

и поэтому при любых  $x \in \mathbf{R}^n$ ,  $y \in \mathbf{R}^m$

$$\frac{\partial}{\partial x}[x'Ay + a'x] = Ay + a, \quad \frac{\partial}{\partial y}[x'Ay + b'y] = A'x + b,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}[x'Ax + a'x] = (A + A')x + a.$$

2. Доказать, что при  $A < 0$  и  $C > 0$  для функции  $f(x, y) = x'Ax + 2x'By + y'Cy + 2a'x + 2c'y + d$ ,  $x \in \mathbf{R}^n, y \in \mathbf{R}^m$ , (матрицы  $A, B, C$  и вектора  $a, c$  постоянны и соответствующих размерностей,  $d = \text{const}$ , причем  $A$  и  $C$  симметричны) существует седловая точка  $(x^0, y^0)$ :

$$\max_{x \in \mathbf{R}^n} f(x, y^0) = f(x^0, y^0) = \min_{y \in \mathbf{R}^m} f(x^0, y),$$

и найти явный вид  $x^0, y^0, f(x^0, y^0)$ .



3. Найти седловые ( $\min_y$  и  $\max_x$ ) точки функций

$$a) f(x, y) = \begin{cases} -(x - \frac{1}{3})^2 + y^2 + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} & \text{при } 0 \leq x \leq y \leq 1, \\ -(x - \frac{2}{3})^2 + y^2 - \frac{1}{3}y & \text{при } 0 \leq y \leq x \leq 1; \end{cases}$$

$$b) f(x, y) = -x_1^2 - x_2^2 - 4x_1y_1 - x_2y_2 - 8y_2 + 6x_1 + 2y_1^2 + 4y_2^2, 0 \leq x_i, y_i \leq 1 (i=1, 2);$$

$$c) f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} & \text{при } x \neq 0, y \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0 \text{ или (и) } y = 0. \end{cases}$$

4. Вычислить  $\max_x \min_y f(x, y)$  и  $\min_y \max_x f(x, y)$ , если

$$a) f(x, y) = (x - y)^2, 0 \leq x, y \leq 1;$$

$$b) f(x, y) = (x - y)^2 - 0,5x^2, -1 \leq y \leq 1, -0,5 \leq x \leq 0,5;$$

$$c) f(x, y) = -[x - y(1 - y^2)]^2, -1 \leq x, y \leq 1.$$

5. Доказать следующие соотношения, где множество  $X \subset \mathbf{R}^n$  есть компакт а определенная на  $X$  скалярная функция  $F(x)$  непрерывна:

$$a) \begin{cases} \max_{x \in X} F(x) = -\min_{x \in X} [-F(x)], \\ \min_{x \in X} F(x) = -\max_{x \in X} [-F(x)]; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} |\max_{x \in X} F(x)| \leq \max_{x \in X} |F(x)|, \\ |\min_{x \in X} F(x)| \leq \max_{x \in X} |F(x)|; \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \max_{x \in X} [F_1(x) + F_2(x)] \leq \max_{x \in X} F_1(x) + \max_{x \in X} F_2(x), \\ \max_{x \in X} [F_1(x) + F_2(x)] \geq \max_{x \in X} F_1(x) + \max_{x \in X_1} F_2(x), \end{cases}$$

где  $X_1 = \{x \in X \mid F_1(x) = \max_{z \in X} F_1(z)\}$ .



Доказать, что единственная ситуация равновесия по Нэшу в этой игре имеет вид

$$\Gamma_{(2,2)} = u^e = \underbrace{(1, 1, \dots, 1)}_{N \text{ раз}}.$$

9. Доказать, что в двухкритериальной задаче

$$\Gamma_{(2,4)} = \langle U = \mathbf{R}^m, \{J_i(u) = u' C_i u + 2c_i' u + d_i\}_{i=1,2} \rangle$$

при постоянных симметричных  $m \times m$ -матрицах  $C_i < 0$  ( $i=1,2$ ), любых постоянных  $m$ -векторах  $c_i$  и числовых величинах  $d_i$  не существует как минимум по Слейтеру, так и минимум по Парето.

10. Найти множества всех минимумов по Слейтеру  $S(D)$  и Парето  $P(D)$  для следующих множеств

$$a) D = \left\{ J = (J_1, \dots, J_N) \mid \sum_{i=1}^N a_i J_i^2 = a, \text{ где постоянные } a_i > 0, a > 0 \right\};$$

$$b) D = \{ J = (J_1, \dots, J_N) \mid a_i \leq J_i \leq b_i \ (i=1, \dots, N) \};$$

$$c) D = \{ J = (J_1, \dots, J_N) \mid J_i \leq 0 \ (i=1, \dots, N) \wedge \sum_{i \neq j} J_i \geq 1 - N \ (j=1, \dots, N) \}.$$

11. Найти множества всех минимальных по Слейтеру  $S(U)$  и Парето  $P(U)$  ситуаций в следующих двухкритериальных задачах  $\langle U, \{J_1(u), J_2(u)\} \rangle$ :

$$a) U = \left[ 0, \frac{3 + \sqrt{13}}{4} \right], J_1(u) = -u, J_2(u) = -u^3 + 3u^2 - 2u$$

$$b) U = [0, 1], J_1(u) = -au - b(1-u), J_2(u) = -u^\alpha (1-u)^\beta, \text{ где постоянные } a, b, \alpha, \beta \text{ положительны.}$$

**Типовые задания итоговой контрольной работы**



### Демонстрационный вариант итоговой контрольной

1. Найти седловые ( $\min_y$  и  $\max_x$ ) точки функций

$$f(x, y) = \begin{cases} -(x - \frac{1}{3})^2 + y^2 + \frac{1}{3}y - \frac{1}{3} & \text{при } 0 \leq x \leq y \leq 1, \\ -(x - \frac{2}{3})^2 + y^2 - \frac{1}{3}y & \text{при } 0 \leq y \leq x \leq 1; \end{cases}$$

2. Найти множества всех минимальных по Слейтеру  $S(U)$  и Парето  $P(U)$  ситуаций в следующей двухкритериальной задаче  $\langle U, \{J_1(u), J_2(u)\} \rangle$ :

$$U = \left[ 0, \frac{3 + \sqrt{13}}{4} \right], J_1(u) = -u, J_2(u) = -u^3 + 3u^2 - 2u$$

### **Оценка активной познавательной деятельности**

На каждом из 12 занятий студент может получить 2 балла:

Студент задает вопросы по изучаемому материалу - 1 балл;

Студент правильно отвечает на вопросы по изучаемому материалу - 1 балл.

В противном случае баллы не начисляются.

### **Вопросы для опроса на зачете.**

Формализация риска. Максимин. Минимаксное сожаление.

2. Задача о диверсификации вклада по двум депозитам.

3. Сравнение принципов максимина и минимаксного сожаления.

4. Смешанные альтернативы и неопределенности.

5. Линейно-квадратичная задача при неопределенности.

6. Рисковое решение – двухкритериальная задача.

7. Формализация гарантированного решения. Достаточные условия. Существование.



8. Математическая модель многокритериальной задачи при неопределенности.  
Векторная гарантия.
9. Векторные оптимумы: по Слейтеру, Парето, Борвейну, Джофриону, А-оптимум.
10. Формализация гарантированного по исходам и рискам решения.  
Свойства  
гарантированных решений. Задача с «разделенными» критериями.
11. N-критериальная линейно-квадратичная задача при неопределенности.
12. Достаточные условия существования.
13. Сведение к вспомогательной бескоалиционной игре.
14. Существование смешанных векторных седловых точек.
15. Особенности неопределенностей в динамических задачах.
16. Математические модели многокритериального управления в экономике.
17. Модель освоения вводимых производственных мощностей.
18. Однопродуктовая динамическая макроэкономическая модель.
19. Модель управления динамикой сосуществования хищников и жертв.
20. Модель установления равновесной цены.

#### **4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**


##### **Порядок проведения промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация – зачет. На зачете происходит оценивание учебной деятельности обучающихся по дисциплине на основе полученных оценок за контрольно-рейтинговые мероприятия текущего контроля.

Зачет выставляется, если студент набрал не менее 60% от максимальной суммы рейтинговых баллов.

Студент может улучшить свой рейтинг, пройдя контрольное мероприятие промежуточной аттестации, которое не является обязательным. Контрольное мероприятие промежуточной аттестации проводится во время зачета в виде устного опроса.

На устном опросе студенту задаются 4 вопроса из разных тем курса. Студенту дается 30 минут на подготовку ответов. Затем студент озвучивает свои ответы. Правильный ответ на вопрос - 1 балл; Неправильный ответ на

	МИНОБРНАУКИ России Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Математический факультет		
	Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности", по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ».		
Версия документа - 1	стр. 12 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

вопрос - 0 баллов

## Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При оценивании результатов освоения дисциплины применяется бально-рейтинговая система.


Фонды оценочных средств представляет собой комплекс тем и заданий для опроса, содержащих задания и вопросы для контроля знаний, позволяющие оценить регулярную работу студента, направленную на формирование компетенций и достижение планируемых результатов обучения.

Таблица 4.3 - Распределение баллов рейтинговой системы по видам оценочных средств

№	Вид оценочного средства	Максимальное количество баллов
	Расчетно-графическая работа	
	Итоговая контрольная работа	
	Активная познавательная деятельность	
	Устный опрос	
Итого		

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично:
  - предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности: формируются навыки постановки и решения задач многокритериальной оптимизация и исследование операций с использованием математического аппарата теории.
  - студент способен аргументировать собственную точку зрения по дискуссионным вопросам дисциплины, владеть навыками

	МИНОБРНАУКИ России Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ») Математический факультет		
	Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине "Математические модели принятия решений в условиях неопределенности", по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» направленности (профилю) Математическое моделирование и искусственный интеллект ФГБОУ ВО «ЧелГУ».		
Версия документа - 1	стр. 13 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

использования методов теории оптимального управления.

2. Средний уровень соответствует оценке хорошо:

- предполагает формирование компетенций на более высоком уровне: формируется комплексное знание особенностей применения и понимания современных математических методов многокритериальной оптимизации и исследование операций;
- студент способен давать развернутые ответы на теоретические вопросы дисциплины на уровне не ниже оценки «удовлетворительно».

3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно:

- предполагает формирование компетенций на начальном уровне: знание основных положений многокритериальной оптимизация и исследование операций;

Низкий уровень соответствует оценке неудовлетворительно.

