

Документ подписан простой электронной Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 04.06.2025 12:35:17 Уникальный программный ключ: 04c19ed8bfb98f3b6cb77a486b9a8788b8322723	Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности) 10.05.01 "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

Рабочая программа дисциплины (модуля)*
Математический анализ

Направление подготовки (специальность)

10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)

специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза
 компьютерных систем"

Присваиваемая квалификация (степень)

специалист по защите информации

Форма обучения

очная

Год(ы) набора 2025

*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
 - 6.1. Перечень видов оценочных средств
 - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
 - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
 - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
 - 7.1. Рекомендуемая литература
 - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
 - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины — изложить основы математического анализа на современном языке и в достаточно полном объеме.

Задачи дисциплины:

- дать полное представление об основных понятиях математического анализа;
- научить пользоваться полученными знаниями – доказывать теоремы, устанавливать связи между различными понятиями и с другими областями математики;
- заложить основы математического мышления, использования математического языка;
- научить решать задачи и упражнения, используя определения, теоремы и технические приёмы;
- показать возможные приложения полученных знаний в различных областях.

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение индикаторов:

ОПК-3.1 знает основные положения теории пределов и непрерывности функций одной и нескольких действительных переменных; знает основные методы дифференциального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; знает основные методы интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; знает основные методы исследования числовых и функциональных рядов; знает основные задачи теории функций комплексного переменного;

ОПК-3.2. Умеет обосновывать основные положения теории пределов и непрерывности функций одной и нескольких действительных переменных; обосновывать основные методы дифференциального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; обосновывать основные методы интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; обосновывать основные методы исследования числовых и функциональных рядов;

ОПК-3.3 владеет навыками использования справочных материалов по математическому анализу.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.02

2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Дисциплина изучается с первого семестра первого курса обучения и не требует особой предварительной подготовки, за исключением школьного курса математики.

Алгебра

Геометрия

2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Данная дисциплина является предшествующей к дисциплинам математического и естественнонаучного цикла, а также к дисциплинам профессионального цикла:

Теория вероятностей и математическая статистика

Дискретная математика

Дифференциальные уравнения

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-3: Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности;

Знать:

основные положения теории пределов и непрерывности функций одной и нескольких действительных переменных; знает основные методы дифференциального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; знает основные методы интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; знает основные методы исследования числовых и функциональных рядов; знает основные задачи теории функций комплексного переменного.

Уметь:

обосновывать основные положения теории пределов и непрерывности функций одной и нескольких действительных



переменных; умеет обосновывать основные методы дифференциального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; умеет обосновывать основные методы интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных;

умеет обосновывать основные методы исследования числовых и функциональных рядов.

Владеть:

навыками использования справочных материалов по математическому анализу.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов последовательностей и функций; методы исследования рядов; понятие интеграла Римана; основные правила дифференцирования функции многих переменных; понятие кратного интеграла; методы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; признаки сходимости функциональных рядов; дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра; представление функции интегралом Фурье; понятие интеграла Стильтьеса.
3.2	Уметь:
3.2.1	вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; применять методы решения интегралов функции одной переменной; определять границы интегрирования в кратных интегралах; применять приложения кратных интегралов к прикладным задачам; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; исследовать на сходимость функциональные последовательности и ряды; применять признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов.
3.3	Владеть:
3.3.1	владеть методами решения прикладных задач на основе классических задач математического анализа, владеть навыками использования справочных материалов по математическому анализу.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость	11 ЗЕТ
Часов по учебному плану : 396	Виды контроля в семестрах: экзамены 1, 2, 3
в том числе :	
аудиторные занятия : 220	
самостоятельная работа : 78,4	
часов на контроль : 63	
контактная работа: 254,6	
ИКР: 34,6	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
	Раздел 1. Пределы			
1.1	Множество действительных чисел /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.2	Предел последовательности /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.3	Критерии сходимости последовательностей /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.4	Подпоследовательности /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3



1.5	Предел функции /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.6	Односторонние пределы /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.7	Непрерывные функции /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.8	Предел последовательности /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.9	Предел рациональных функций. Предел иррациональных функций /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.10	Замечательные пределы /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.11	Применение эквивалентностей в пределах /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.12	Непрерывные функции. Классификация точек разрыва /Пр/	1	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.13	Построение асимптот функции /Пр/	1	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.14	Контрольная работа по разделу 1 /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
1.15	Пределы /Ср/	1	3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одного переменного				
2.1	Производная функции /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.2	Производные высшего порядка /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.3	Формула Тейлора /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.4	Экстремум функции /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.5	Производные простейших функций. Производная сложной функции /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.6	Производные высшего порядка. Нахождение дифференциала функции /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.7	Формула Тейлора. Правило Лопиталю /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3



2.8	Полное исследование функции. Построение графиков /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.9	Контрольная работа по разделу 2 /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
2.10	Дифференциальное исчисление функции одного переменного /Ср/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одного переменного				
3.1	Первообразная. Неопределенный интеграл /Лек/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.2	Различные приемы интегрирования /Лек/	1	10	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.3	Интегрирование простейших функций /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.4	Замена переменных /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.5	Формула интегрирования по частям. Метод неопределенных коэффициентов /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.6	Интегрирование иррациональных функций /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.7	Специальные подстановки. Универсальная тригонометрическая подстановка. Подстановка Эйлера. Интегрирование дифференциального бинорма /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.8	Контрольная работа по разделу 3 /Пр/	1	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
3.9	Интегральное исчисление функции одного переменного /Ср/	1	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 4. Определенный интеграл Римана и его приложения				
4.1	Интеграл Римана /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.2	Достаточные условия интегрируемости по Риману /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.3	Свойства интеграла Римана /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.4	Интеграл как функция верхнего предела /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.5	Формула Ньютона-Лейбница /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.6	Интегрирование рациональных и некоторых иррациональных функций /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3



4.7	Вычисление площадей /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.8	Вычисление объемов фигур вращение /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.9	Вычисление длины кривой /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.10	Формула Ньютона-Лейбница /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.11	Замена в определенном интеграле /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.12	Вычисление площадей и объемов /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.13	Вычисление длин кривых /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.14	Контрольная работа по разделу 4 /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
4.15	Определенный интеграл Римана и его приложения /Ср/	2	9	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1
Раздел 5. Функции многих переменных: непрерывность и дифференцируемость				
5.1	Пространство R^n /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.2	Предел функции многих переменных /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.3	Свойства непрерывных функций многих переменных /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.4	Структуры в R^n /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.5	Линейные функции многих переменных /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.6	Дифференцируемость функции многих переменных /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.7	Дифференцируемость функции многих переменных /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.8	Высшие производные функций многих переменных и дифференциалы. Формула Тейлора /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.9	Экстремумы функций многих переменных /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3



5.10	Предел функции нескольких переменных /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.11	Построение асимптот функции /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.12	Исследование на непрерывность функции нескольких переменных /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.13	Вычисление частных производных и дифференциалов /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.14	Экстремумы функций многих переменных /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.15	Неявная функция. Обратная функция /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.16	Контрольная работа по разделу 5 /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
5.17	Дифференцирование функции многих переменных /Ср/	2	9	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 6. Числовые ряды				
6.1	Числовой ряд /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.2	Сходящиеся ряды /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.3	Критерий Вейерштрасса /Лек/	2	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.4	Признаки сходимости /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.5	Обобщенный гармонический ряд /Лек/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.6	Признаки сходимости /Лек/	2	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.7	Сходимость ряда по определению /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.8	Признаки сходимости /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.9	Абсолютная сходимость /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.10	Признаки сходимости знакопеременного ряда /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3



6.11	Контрольная работа по разделу 6 /Пр/	2	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
6.12	Числовые ряды /Ср/	2	2,4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 7. Функциональные последовательности и ряды. Ряды Фурье				
7.1	Функциональные последовательности /Лек/	3	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.2	Функциональные ряды /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.3	Степенные ряды /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.4	Ряды Тейлора /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.5	Ряды Фурье /Лек/	3	3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.6	Тригонометрические ряды /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.7	Функциональные последовательности /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.8	Функциональные ряды /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.9	Степенные ряды /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.10	Ряд Тейлора /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.11	Ряды Фурье /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.12	Контрольная работа по разделу 7 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
7.13	Функциональные ряды /Ср/	3	29	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 8. Двойные и тройные интегралы				
8.1	Мера Жордана /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.2	Кратные интеграл Римана /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3



8.3	Двойные и тройные интегралы /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.4	Сведение кратного интеграла к повторному /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.5	Замена переменных в кратном интеграле /Лек/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.6	Двойные интегралы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.7	Вычисление двойных интегралов /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.8	Тройные интегралы /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.9	Приложения тройных интегралов /Пр/	3	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.10	Контрольная работа по разделу 8 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
8.11	Двойные и тройные интегралы /Ср/	3	12	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 9. Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория векторного поля. Интегралы, зависящие от параметра				
9.1	K-мерные поверхности в R^n . Матрица Грама и ее свойства /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.2	Криволинейный и поверхностный интегралы первого рода /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.3	Криволинейный и поверхностный интегралы второго рода /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.4	Формула Стокса и ее следствия. Теория векторного поля /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.5	Интегралы, зависящие от параметра /Лек/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.6	Криволинейные интегралы первого рода /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.7	Приложение к решению геометрических и физических задач /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.8	Поверхностные интегралы первого рода /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.9	Криволинейные интегралы второго рода /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3



Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности)
10.05.01 "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 6 "Информационно-аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 11

9.10	Поверхностные интегралы второго рода /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.11	Формулы Грина, Стокса /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.12	Контрольная работа по разделу 9 /Пр/	3	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
9.13	Применение кратных интегралов /Ср/	3	6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Э1 Э2 Э3
Раздел 10. Иная контактная работа				
10.1	Индивидуальные консультации, текущий контроль /КонтАт/	1	11	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1
10.2	Индивидуальные консультации, текущий контроль /КонтАт/	2	12,6	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1
10.3	Индивидуальные консультации, текущий контроль /КонтАт/	3	11	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа (3 шт.)
Семестровая работа (типовой расчет)
Вопросы к экзамену

6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Типовые контрольные задания включают в себя типовой расчет (семестровую работу) и контрольные работы по темам: пределы, производные, интегралы, интеграл Римана, дифференцирование функций многих переменных, числовые ряды, функциональные ряды, двойные и тройные интегралы, применение кратных интегралов. Примерные варианты контрольных работ и типового расчета прилагаются.

6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену (I семестр)

Раздел 1:

1. Множество действительных чисел. Принцип точной верхней грани. Аксиома Архимеда.
2. Предел последовательности и его свойства.
3. Критерий Коши сходимости последовательностей.
4. Критерий Вейерштрасса. Число e .
5. Подпоследовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
6. Предел функции в точке и его свойства.
7. Предел функции и арифметические операции. Предел функции и неравенства. Предел композиции функций.
8. Критерий Коши существования предела функции.
9. Замечательные пределы и эквивалентные функции.
10. Односторонние пределы. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация разрывов.
11. Глобальные свойства непрерывных функций.

Раздел 2:

12. Множества и отображения.
13. Элементарные функции.
14. Производная функции и ее свойства.
15. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
16. Формула Тейлора.
17. Достаточное условие экстремума. Выпуклость и вогнутость функции.
18. Правило Лопиталья.

Раздел 3:

19. Первообразная и неопределенный интеграл и его свойства.



20. Простейшие приемы интегрирования.
21. Интегрирование рациональных функций.
22. Метод Остроградского.
23. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
24. Интегрирование тригонометрических функций
25. Подстановки Эйлера

Перечень вопросов к экзамену (II семестр)

Раздел 4:

1. Определение собственного интеграла Римана и интегралов Дарбу. Их связь.
2. Свойства интеграла Римана.
3. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
6. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.

Раздел 5:

7. Свойства открытых и замкнутых множеств
8. Свойства компактных множеств
9. Критерий компактности
10. Локальные свойства непрерывных функций
11. Глобальные свойства непрерывных функций
12. Достаточное условие дифференцируемости
13. Матрица Якоби
14. Локальные свойства дифференцируемых функций
15. Локальный экстремум
16. Теорема о неявной функции

Раздел 6:

17. Сумма и сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости.
18. Свойства сходящихся рядов. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
19. Ряды с неотрицательными членами. Критерий Вейерштрасса. Признаки сравнения.
20. Обобщенный гармонический ряд.
21. Признаки сходимости Даламбера, Коши. Ряды Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле.
22. Теорема Коши об абсолютно сходящихся рядах. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Перечень вопросов к экзамену (III семестр)

Раздел 7:

1. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей.
2. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
3. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов.
4. Равномерная сходимость функциональных рядов.
5. Непрерывность и интегрируемость функциональных рядов.
6. Дифференцируемость функциональных рядов.
7. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
8. Формула Коши – Адамара.
9. Свойства степенных рядов.
10. Ряды Тейлора.
11. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
12. Теорема Вейерштрасса.
13. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций.
14. Тригонометрическая система.
15. Равномерная сходимость ряда Фурье.
16. Признаки сходимости ряда Фурье в точке.

Раздел 8:

17. Определение кратного интеграла Римана. Критерий интегрируемости. Достаточные условия интегрируемости.
18. Свойства кратного интеграла. Интеграл по множеству меры нуль.
19. Сведение двойного интеграла по прямоугольнику к повторному интегралу. Сведение кратного интеграла по элементарной области к повторному интегралу.



20. Формула замены переменных в кратном интеграле.
Раздел 9:
21. Поверхности в конечномерном пространстве и касательные пространства.
22. Определение и свойства матрицы Грама.
23. Поверхностный интеграл первого рода и его свойства.
24. Дифференциальные формы. Ориентированные поверхности.
25. Определение и свойства поверхностного интеграла второго рода.
26. Обобщенная формула Стокса. Следствия из нее.
27. Элементы векторного анализа.

6.4. Критерии оценивания

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для экзамена:

Продолжительность экзамена – 60 минут. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса (по 5 баллов). Всего за экзамен можно получить 10 баллов.

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации и переводятся в проценты (например, в первом семестре: $30(\text{контрольные работы})+20(\text{типовой расчет})+10(\text{работа на паре и посещаемость}+10(\text{экзамен}))=100\%$):

0-64 % - неудовлетворительно (2);

65-77 % - удовлетворительно (3) (Базовый уровень);

78-89 % - хорошо (4) (Средний уровень);

90-100 % - отлично (5) (Высокий уровень).

Максимальное количество баллов за семестр - 70.

Баллы начисляются за:

- контрольные работы - 30 баллов (в семестре 3 контрольные работы);

- типовой расчёт (семестровая работа) - 20 баллов;

- посещаемость - 0,5 балла за пару. Всего за семестр - 8 баллов. За пропуски пар баллы снимаются: до трёх пар в семестре можно пропустить без штрафных санкций, начиная с четвертой пропущенной пары за каждую следующую пропущенную пару снимается 0,5 балла;

- домашние работы - 12 баллов (1 балл за каждую).

Дополнительные баллы можно получить за решение задач у доски - 0,5 балла за каждый выход к доске.

Если студент набрал за семестр 60 баллов и более, на экзамене он получает "3" автоматом.

Описание показателей и критериев оценивания компетенций для типового расчета (семестровая работа):

Семестровая работа выдается в каждом семестре. В семестровой работе 10-20 заданий, каждому соответствует определенное количество баллов. Максимальное количество баллов за семестровую -20.

Оценка "зачтено" выставляется за 18-20 баллов, "не зачтено" - менее 18 баллов.

Требования к выполнению семестровых работ:

1. Каждый типовой расчет должен быть сделан в отдельной 18 листовой тетради в клетку, на титульном листе должны быть указаны ФИО, группа, тема типового расчета, дата сдачи, таблица с номерами задачи и строкой для баллов по каждой задаче.

2. Каждое задание должно начинаться с новой страницы и содержать: полную формулировку, решение, при необходимости графики и чертежи, ответ, проверку.

3. Если чертежи построены в программном пакете, они прикрепляются в качестве приложения.

4. Типовой расчет сдается согласно плану занятий преподавателю практики. Неверно сделанные задания переделываются после проверки и сдаются снова в течение двух недель.



7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Шершнева В.Г.	Математический анализ: учебное пособие (https://znanium.com/catalog/document?id=419610)	Москва : ООО "Научно- издательский центр ИНФРА- М", 2023	ЭБС
Л1.2	Садовнича И. В., Фоменко Т. Н., Хорошилова Е. В.	Математический анализ. Дифференцирование функций одной переменной: учебное пособие для вузов (https://urait.ru/bcode/539820)	Москва : Юрайт, 2024	ЭБС
Л1.3	Фоменко Т. Н., Садовнича И. В.	Математический анализ. Функции многих переменных: учебник и практикум для спо (https://urait.ru/bcode/539878)	Москва : Юрайт, 2024	ЭБС

7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Демидович Б. П.	Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие	Москва: МГУ, 1997	

7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка – URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp
Э2	Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ) - официальный сайт http://www.rfbr.ru/rffi/ru
Э3	Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания полнотекстовый ресурс научных и учебных изданий PAE https://www.monographies.ru/

7.3 Перечень информационных технологий

7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle
Adobe Reader
OpenOffice

7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Web of Science (https://apps.webofknowledge.com) Web of Science : мультидисциплинарная реферативная база данных / компания Thomson Reuters. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.
2. Scopus (https://www.scopus.com) Scopus : реферативная база данных / Elsevier BV. – URL: http://www.scopus.com/ . – Яз. англ. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей ЧелГУ. – Текст : электронный.

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.
Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: проектором, экраном, магнитно-маркерной доской, маркером; с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом.
Для проведения занятий лекционного типа имеется демонстрационное оборудование: проектор, экран.
Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

При изучении данной дисциплины используются лекционные, практические занятия и самостоятельная работа



студента.

На лекционных занятиях преподаватель излагает основное содержание тем программы. Проработку лекционного материала студенту желательно проводить как после каждого занятия, так и по завершению темы. Это позволит связать воедино полученные сведения и составить цельную картину.

На практических занятиях рассматриваются основные методы и приемы решения задач дискретной математики. Рекомендуется перед каждым практическим занятием выполнить домашнее задание, что позволит лучше усвоить предыдущий материал, и изучить лекционный материал по предстоящей теме. Студенту желательно проявлять активное участие на практических и лекционных занятиях, задавать вопросы, поскольку умение обосновывать свою точку зрения, нахождение компромиссного решения в этически выдержанной дискуссии не только важно для лучшего усвоения материала, но и ценится в реальной жизни.

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (онлайн-лекции (вебинары), чаты, видео-конференции и др.) или отложенного времени (система дистанционного обучения Moodle, форумы, электронная почта и др.).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством электронной почты, мессенджеров, социальных сетей и т.п.

Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе.

При обучении инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) осуществляется на основании «Положения о реализации основных и дополнительных образовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Челябинский государственный университет», «Положения о порядке зачета обучающимися по основным профессиональным образовательным программам высшего образования в ФГБОУ ВО «ЧелГУ» результатов освоения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность, учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практик, дополнительных образовательных программ» посредством электронной информационно-образовательной среды ФГБОУ ВО «ЧелГУ». В исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) при реализации образовательной деятельности с применением ЭО, ДОТ могут применять компоненты, не входящие в перечень электронной информационно-образовательной среды.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" по направлению подготовки (специальности)
10.05.01 "Компьютерная безопасность" направленности (профилю) специализация N 6 "Информационно-
аналитическая и техническая экспертиза компьютерных систем" ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 16

индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Типовые контрольные задания или иные материалы
Примерные варианты контрольных работ I семестра

Контрольная по разделу 1: Пределы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 7}{4x^2 - 2x + 8}$	2
2	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}{x-4}$	2
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$	2
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 6x - 4}$	2
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-2} \right)^{2n+4}$	2

Контрольная по разделу 2: Производные		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти производную $y = \frac{x^3(3x+4)}{(x+1)^3}$	2
2	Найти производную $x \cos \pi y - \sin \pi x = x - 1$	2
3	Применить формулу Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - \operatorname{arctg} x}{\ln(1+x^3)}$	2
4	Провести полное исследование и построить график $y = 2x + 4 \operatorname{arcctg} x$	4

Контрольная по разделу 3: Интегралы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int (2x+1)e^x dx$	2
2	$\int \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4x+8}} dx$	2
3	$\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$	2
4	$\int x^2 \ln^2 x dx$	2
5	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$	2

Примерные варианты контрольных работ II семестра

Контрольная по разделу 4: Интеграл Римана		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	$\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$	2
2	Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 4 - x^2, y = 0$	2
3	Определить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x, x = 3$ вокруг оси OX	2
4	Определить длину дуги кривой $x^2 + y^2 = 4$	2
5	Определить силу давления воды на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием 8 метров и высотой 6 метров.	2

Контрольная по разделу 5: Дифференцирование функции многих переменных		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Найти частные производные $z = \frac{y^3(3x+4)}{(xy+1)^3}$	2
2	Найти частные производные $zx \cos \pi yz - y \sin \pi x = x - 1$	2
3	Найти дифференциалы первого и второго порядка $z = \frac{\arcsin yx - y^3 \operatorname{arctg} x}{\ln(1+x^3)}$	3
4	Найти экстремум функций $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$	3

Контрольная по разделу 6: Числовые ряды		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на сходимость $\sum \frac{2^k}{(k+1)!}$	2
2	Исследовать на сходимость $\sum \frac{k+2}{k^4 - 2k + 5}$	2
3	Найти сумму ряда $\sum \frac{1}{k^2}$	2
4	Исследовать на условную сходимость $\sum \frac{(-1)^k}{k+1}$	2

5	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin 2x$	2
---	---	---

Примерные варианты контрольных работ III семестра

Контрольная по разделу 7: Функциональные ряды		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Исследовать на равномерную сходимость $\sum \frac{x^k}{k!}$	2
2	Найти область сходимости ряда $\sum \frac{(x-3)^k}{2^k}$	2
3	Разложить в нуле в ряд Тейлора функцию $y = \sin^2 x$	2
4	Разложить в ряд Фурье $y = x - 2$	4

Контрольная по разделу 8: Двойные и тройные интегралы		
№ задания	Задание	Кол-во баллов
1	Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^y \sqrt{1-y^2} dx$	2
2	Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x, y = -x, x = 3$	2
3	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x + 2y - 2z = 0, x = 0, y = 0, z = 0$	3
4	Найти объем фигуры ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2y, z = 0, z = 1$	3

Требования к выполнению семестровой работы:

1. Каждая семестровая работы должна быть сделана в отдельной 18 листовой тетради в клетку, на титульном листе должны быть указаны ФИО, группа, тема семестровой работы, дата сдачи, таблица с номерами задачи и строкой для баллов по каждой задаче.

2. Каждое задание должно начинаться с новой страницы и содержать: полную формулировку, решение, при необходимости графики и чертежи, ответ, проверку.

3. Если чертежи построены в программном пакете, они прикрепляются в качестве приложения.

4. Семестровая работа сдается согласно плану занятий преподавателю практики. Неверно сделанные задания переделываются после проверки и сдаются снова в течение двух недель.

Примерный вариант семестровой работы

Вариант №1

Задача 1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2n+1} = 2$ (указать $N(\varepsilon)$).

Задача 2. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

Задача 3. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7-n+n^2}}.$$

Задача 4. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

Задача 5. Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

Задача 6. Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

Задача 7. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

Задача 8. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

Задача 9. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$$

Задача 12. Вычислить пределы функций.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}.$$

