

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 15.06.2026 12:17:24  
Уникальный программный ключ:  
04c19ed80fb98f4b6c777a486b9a8788b8322474



МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)  
**«Теория чисел»**

Направление подготовки (специальность)  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**

Направленность (профиль)  
**«Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях»**

Присваиваемая квалификация  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Год набора  
**2026**

Челябинск, 2026 г.



## Содержание

|   |   |
|---|---|
| 1. Паспорт фонда оценочных средств.....   | 3 |
| 2. Перечень формируемых компетенций.....  | 4 |
| 3. Содержание оценочных средств по дисциплине.....                                  | 5 |
| 3.1. Виды оценочных средств.....  | 5 |
| 3.2. Содержание оценочных средств.....  | 5 |
| 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации.....           | 8 |
| 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации.....                               | 8 |
| 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.....   | 8 |
| 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций..... | 8 |



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Теория чисел» по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» направленности «Математические и компьютерные методы в фундаментальных и прикладных исследованиях» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Направленность: Топологические и аналитические методы исследования математических моделей.

Дисциплина: Теория чисел.

Семестры: 3.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.



## 2. Перечень формируемых компетенций

Изучение дисциплины «Теория чисел» направлено на формирование компетенций, приведённых в 1.

Таблица 1. Результаты обучения по дисциплине.

| Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО) | Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)  | Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП   | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине  |
|--|---|---|--|
| ОПК-1                                    | Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности | ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук<br>ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук<br>ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности | Знать:<br>• способы использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.<br>Уметь:<br>• использовать фундаментальные знания в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.<br>Владеть:<br>• навыками использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности. |



### 3. Содержание оценочных средств по дисциплине

#### 3.1. Виды оценочных средств

Таблица 2. Виды оценочных средств.

| № п/п | Код компетенции / планируемые результаты обучения   | Контролируемые темы / разделы  | Наименование оценочного средства для текущего контроля         | Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации |
|-------|---|--|--|--|
| 1     | <p>ОПК-1</p> <p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>способы использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>использовать фундаментальные знания в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>навыками использования фундаментальных знаний в области топологии многообразий в профессиональной деятельности.</li></ul> | <p>Простые и составные числа.<br/>Делимость.<br/>Цепные дроби<br/>Числовые сравнения<br/>Сравнения с одним неизвестным<br/>Сравнения второй степени<br/>Первообразные корни и индексы<br/>Алгебраические и трансцендентные числа</p> | <p>Самостоятельная работа;<br/>Итоговая контрольная работа</p> | <p>Вопросы для экзамена</p>                                  |

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

#### 3.2. Содержание оценочных средств

Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена в 3 семестре.

Вопросы для экзамена:

1. Свойства делимости целых чисел. Простые числа. Решето Эратосфена. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел.
2. Основная теорема арифметики о разложении целых чисел на простые сомножители.



3. Арифметические функции. Целая и дробная часть числа. Разложение числа  $n!$  на простые множители. Мультипликативные функции: функция Эйлера и ее свойства, сумма делителей и число делителей.
4. Функция Мёбиуса. Суммы, распространённые на делители числа и функция Мёбиуса.
5. Техническая лемма.
6. Формула обращения.
7. Функция Эйлера. Суммы, распространённые на делители числа и функция Эйлера.
8. Доказать формулу для вычисления функции Эйлера. Мультипликативность функции Эйлера.
9. Конечные цепные дроби. Связь алгоритма Евклида с непрерывными дробями.
10. Подходящие дроби и их свойства.
11. Доказать сходимость последовательности подходящих дробей бесконечной цепной дроби.
12. Доказать существование и единственность разложения действительного числа в цепную дробь.
13. Признак иррациональности числа. Иррациональность числа  $e$ .
14. Теорема Лагранжа о разложении квадратичных иррациональностей в цепные дроби.
15. Числовые сравнения и их основные свойства.
16. Вычеты и классы вычетов по модулю  $m$ , кольца классов вычетов. Полная система вычетов, приведённая система вычетов.
17. Теорема Эйлера и Ферма.
18. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Равносильные сравнения. Определение решения сравнения. Теорема о существовании и числе решений.
19. Методы решений сравнений первой степени с одним неизвестным.
20. Системы сравнений, их решения. Теоремы о решении систем сравнений первой степени.
21. Сравнения  $n$ -ой степени по простому модулю. Теоремы о равносильности сравнений. Теорема о числе решений сравнения.
22. Теорема Вильсона.
23. Сравнения  $n$ -ой степени по составному модулю, сведение сравнения по составному модулю  $k$  к системе сравнений по простому модулю.
24. Китайская теорема об остатках.
25. Системы линейных уравнений в целых числах.
26. Системы линейных сравнений.
27. Сравнения второй степени. Квадратичные вычеты и невычеты. Число решений сравнения.
28. Критерий Эйлера для квадратичных вычетов и невычетов.
29. Символ Лежандра и его свойства.
30. Закон взаимности квадратичных вычетов.
31. Сравнения второй степени по составному модулю.
32. Показатель числа по модулю  $m$ , свойства показателей.
33. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю.
34. Первообразные корни по модулям  $p$  и  $2p$ . Теорема об отыскании первообразных корней.
35. Индексы по модулям  $p$  и  $2p$ .
36. Двучленные сравнения  $n$ -ой степени, существование решений. Число степенных вычетов, критерий для отыскания степенных вычетов.
37. Решение показательных сравнений. Условие принадлежности числа показателю  $i$ , в частности, к классу первообразных корней.



38. Число классов, принадлежащих показателю. Число классов первообразных корней.
39. Поле алгебраических чисел, его замкнутость.
40. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными числами.

Пример самостоятельной работы по теме «Делимость. Цепные дроби. Сравнения первой степени»:

1. Найти НОД и НОК для чисел: 535, 642.
2. Число  $a = 9375$  разложить в канонический вид и найти  $\tau(a)$ ,  $S(a)$ ,  $\phi(a)$ .
3. Решить сравнения:  $829x \equiv 792(160)$ ,  $192x \equiv 440(225)$ ,  $934x \equiv 828(372)$ .
4. Найти показатель, с которым число 5 входит в каноническое разложение числа 194!

Пример самостоятельной работы по теме «Сравнения. Системы уравнений в целых числах»:

1. Решить сравнение:  $4x^3 + 9x^2 + 4x + 8 \equiv 0(100)$ .
2. Найти общее решение уравнения в целых числах:  $-4x + y = -3$ .
3. Найти общее решение системы линейных уравнений в целых числах: 
$$\begin{cases} 3x - 2y - 3z = 2 \\ 5x + y + 5z = 2 \end{cases}$$

Пример итоговой контрольной работы:

1. Найти НОД и НОК для чисел: 408, 612.
2. Число  $a=1040$  разложить в канонический вид и найти  $\tau(a)$ ,  $S(a)$ ,  $\phi(a)$ .
3. Найти остаток от деления  $28^{57}$  на 16.
4. Разложить  $\frac{2045}{1357}$  в непрерывную дробь и найти  $\delta_5$ .
5. Решить сравнение  $405x \equiv 927(141)$ .  
 $x \equiv 3(5)$
6. Решить систему:  $\begin{cases} x \equiv 1(8) \\ x \equiv 0(3) \end{cases}$
7. Решить уравнение в целых числах:  $2x + y = 2$ .
8. Решить сравнение  $7x^3 + 6x^2 + 5x + 6 \equiv 0(375)$ .
9. Сколько решений имеет сравнение  $x^2 \equiv 687(661)$ ?
10. Найти хотя бы один первообразный корень по модулю 71.



#### 4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

##### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Экзамен проводится в присутствии преподавателя и предполагает решение задач и развернутый, полный ответ на теоретический вопрос. Вопросы составляются с учётом материала, пройденного как на лекционных занятиях, так и на практических занятиях. Время, отводимое на выполнение итоговой работы, 90 минут.

##### 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

Оценивание ответа на экзамене.

| Продвинутый уровень освоения проверяемых компетенций  | Базовый уровень освоения проверяемых компетенций   | Пороговый уровень освоения проверяемых компетенций   | Низкий уровень освоения проверяемых компетенций  |
|---|--|--|--|
| 90% - 100%  | 70% - 89%  | 50% - 69%  | 0% - 49%   |
| Обучающийся последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания. | Обучающийся грамотно и по существу излагает материал; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач. | Обучающийся имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, приводит недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой. | Обучающийся не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой. |

##### 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Итоговая оценка выставляется по проценту выполненных заданий самостоятельных работ, итоговой контрольной работы и заданий экзамена:

- менее 50% – «неудовлетворительно»;
- от 50% до 69% – «удовлетворительно»;
- от 70% до 89% – «хорошо»;
- от 90% до 100% – «отлично».

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины (модуля).

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. продвинутый уровень сформированности компетенций соответствует оценке «отлично»:



обучающийся владеет знаниями предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на все вопросы, подчёркивает при этом самое существенное, умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; чётко формирует ответы;

2. базовый уровень соответствует оценке «хорошо»:

обучающийся владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах даёт полноценные ответы на вопросы; не всегда выделяет наиболее существенное, не допускает вместе с тем серьёзных ошибок в ответах;

3. пороговый уровень соответствует оценке «удовлетворительно»:

обучающийся владеет основным объемом знаний по дисциплине, проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускает ошибки по существу вопросов;

4. низкий уровень характеризуется несформированностью компетенций на начальном уровне по завершении изучения дисциплины, соответствует оценке «неудовлетворительно»:

обучающийся не освоил обязательного минимума знаний предмета, не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора.

