



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Математический факультет

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине
Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика
Научная специальность – 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика
Подготовка кадров высшей квалификации

Версия документа - 1

стр. 1 из 13

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

И.В. Бычков

2022 г.

**ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика

Научная специальность – 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Подготовка кадров высшей квалификации

Челябинск, 2022



Математический факультет

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине
Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика
Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология
Подготовка кадров высшей квалификации

Версия документа - 1

стр. 2 из 13

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине разработана кафедрой компьютерной топологии и алгебры на основе паспорта научной специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Разработчики:

Профессор, доктор физ.-мат. наук

Алеев Р.Ж.

Доцент, кандидат физ.-мат. наук

Кораблёв Ф.Г.

Программа одобрена на заседании кафедры компьютерной топологии и алгебры

от «29» августа 2022 г., протокол № 10.

И.о. зав. кафедрой

Кораблёв Ф.Г.

Программа принята на заседании Ученого совета математического факультета от «30» 08 2022 г., протокол № 12.

Согласовано

Декан математического факультета

Е.А. Сбродова

и.о. Зав. отделом аспирантуры
и докторантуры

Н.В. Бочкарева
Н.В. Бочкарева

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 3 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Общие положения

Кандидатские экзамены являются основной частью аттестации научных и научно-педагогических кадров. Цель экзамена – установить глубину профессиональных знаний прикрепленного лица (далее – соискатель ученой степени кандидата наук, соискатель), уровень подготовленности к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Программа включает 11 вопросов, соответствующих разделу «Математическая логика», 16 вопросов, соответствующих разделу «Алгебра», 14 вопросов, соответствующих разделу «Теория чисел» и 16 вопросов в разделе «Дискретная математика».

На экзамене кандидатского минимума по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика соискатель ученой степени кандидата наук должен продемонстрировать владение методами исследований основных алгебраических структур, применения математической логики и дискретной математики, включая знание основных понятий, объектов и их свойств, всех разделов дисциплины.

От соискателя требуется четко, емко и кратко изложить теоретический материал, владеть соответствующей терминологией и проявить это в ответах.

Экзамену предшествует подготовка реферата по теме диссертационного исследования. В нём должны быть освещены проблемные аспекты темы, даны ссылки на работы известных специалистов, свой взгляд на проблему и возможные пути ее решения.

При подготовке к кандидатскому экзамену и его сдаче в исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии.

В результате освоения соискатель должен:

- **знать:** основные понятия и результаты алгебры, математической логики, теории чисел и дискретной математики

- **уметь:** применять основополагающие результаты алгебры, математической логики, теории чисел и дискретной математики для решения научных и практических задач

- **владеть:** методами научных исследований в алгебре, математической логике, теории чисел и дискретной математике

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 4 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

- иметь опыт деятельности: в научных исследованиях по алгебре, математической логике, теории чисел и дискретной математике

Процедура кандидатского экзамена

Экзамен программы проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса. Кроме того, на экзамене могут быть заданы дополнительные вопросы. Экзамен подразумевает также собеседование по содержанию реферата, подготовленного по теме диссертационного исследования.

Единая итоговая оценка выставляется по совокупности отдельных оценок за экзаменационный ответ и за сданный реферат.

Вопросы кандидатского экзамена

1. Математическая логика и теория алгоритмов

1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу. Тезис Чёрча.
2. Понятие алгоритма и его уточнения. Частично рекурсивные функции. Рекурсивно перечислимые и рекурсивные (разрешимые) множества.
3. Алгоритмические проблемы. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства.
4. Классы P и PN. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи.
5. Логика высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы.
6. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость.
7. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме.
8. Теорема Мальцева о компактности.
9. Элементарные теории классов алгебраических систем. Категоричные в данной мощности теории. Разрешимые теории.
10. Аксиоматическая теория множеств.
11. Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора.

2. Алгебра

1. Теоремы Силова.



Математический факультет

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине
Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика
Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология
Подготовка кадров высшей квалификации

Версия документа - 1

стр. 5 из 13

Первый экземпляр _____

КОПИЯ № _____

2. Простота группы A_n , $n \geq 5$.
3. Кольца главных идеалов. Факториальность колец главных идеалов.
4. Основные понятия теории модулей: теорема о гомоморфизме; свободные модули. Теорема о строении конечно порожденных модулей над евклидовым кольцом.
5. Свободные группы и определяющие соотношения. Подгруппы свободных групп.
6. Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа.
7. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы.
8. Конечномерные алгебры. Теорема плотности. Радикал. Простые и полупростые алгебры.
9. Теорема Фробениуса об алгебрах с делением.
10. Разрешимые алгебры Ли. Теорема Ли. Примеры простых алгебр Ли.
11. Основные понятия теории линейных и матричных представлений: приводимость; изоморфизм; гомоморфизм.
12. Теорема Машке. Лемма Шура.
13. Неприводимые представления абелевых групп. Одномерные представления.
14. Характеры представлений, их свойства. Соотношения ортогональности.

3. Теория чисел

1. Квадратичный закон взаимности.
2. Первообразные корни и индексы.
3. Неравенства Чебышева для функции $\pi(x)$.
4. Дзета-функции Римана и ее простейшие свойства в области $\text{Re } s > 1$.
5. Аналитическое представление дзета-функции.
6. Характеры Дирихле, их простейшие свойства.
7. L - функции Дирихле суммы характеров.
8. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.
9. Модулярная группа.
10. Ряды Эйзенштейна. Разложения в ряд Фурье.
11. Модулярные формы. Теорема о строении алгебры модулярных форм.
12. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами.
13. Приближение вещественных чисел рациональными числами. Теорема Дирихле.
14. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел.

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 6 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

15. Трансцендентность чисел e и π .

4. Дискретная математика

1. Принцип включения-исключения, вывод формулы для числа разбиений.
2. Формула Эйлера-Маклорена, ее вывод, вычисление сумм на ее основе.
3. Формула Стирлинга, ее вывод и применение.
4. Планарные графы. Критерий планарности графа.
5. Раскраски графов. Теорема Брукса.
6. Булевы функции, нормальные формы и полиномы Жегалкина.
7. Полные системы булевых функций, замкнутые классы и теорема Поста.
8. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы, теорема Рабина-Скотта.
9. Регулярные языки и конечные автоматы, теорема Клини.
10. Контекстно-свободные грамматики и языки, теорема о подстановке, лемма о накачке.
11. Жадные алгоритмы, определение и анализ алгоритмов Краскла и Дейкстры.
12. Алгоритмы разделяй-и-властвуй. Быстрое преобразование Фурье.
13. Динамическое программирование
14. Информация и энтропия, теорема Шеннона о кодировании источника.
15. Постановка задачи линейного программирования, симплекс-метод.
16. Двойственная задача линейного программирования, теорема двойственности.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература

1. *Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. *Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. Изд. 2. М.: Наука, 1987.
3. *Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. Изд. 2. М.: Наука, 1986.
4. *Мендельсон Э. Введение в математическую логику. Изд. 3. М.: Наука, 1984.
5. *Новиков П.С. Элементы математической логики. Изд. 2. М.: Наука, 1973.

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 7 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

6. *Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. Наука, 1980.
7. *Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976.
8. *Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физматлит, 2000.
9. *Винберг Э.Б. М., Курс алгебры. М., "Факториал Пресс", 2001.
10. *Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
11. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970
12. *Ленг С. Алгебра. М., Мир, 1968.
13. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М., Мир, 1964.
14. *Боревич З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел. М., Наука, 1985.
15. *Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.
16. *Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. М., МГУ, 1995.
17. *Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. М., Наука, 1983.
18. Кейперс Л., Нидеррейтер Г. Равномерное распределение последовательностей. М., Наука, 1985.
19. Коробков Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. М., Наука, 1989.
20. Серр Ж.П., Курс арифметики. М., Мир, 1972.
21. *Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел. М., Мир, 1974.
22. *Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основания информатики. СПб.: Вильямс, 2016.
23. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы. Построение и анализ. СПб.: Вильямс, 2014.
24. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.: Наука, 1983.
25. *Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.
26. Данциг Д. Линейное программирование, его применения и обобщения. - М., Прогресс, 1966.
27. Ахо А.В., Лам М.С., Сети Р., Ульман Дж.Д.. Компиляторы. Принципы, технологии и инструментарий. 2-е изд. СПб.: Вильямс, 2008.
28. Андерсон Д.А. Дискретная математика и комбинаторика. СПб.: Вильямс, 2004.

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 8 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Дополнительная литература

1. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. СПб. Лань. 2009
2. Горенштейн Д. Конечные простые группы. Введение в их классификацию. М. Мир. 1985.
3. Brower A.E., Cohen A.M., Neumaier A. Distance-regular graphs. // Springer-Verlag
4. Алеев Р.Ж., Митина О.В. Теория представлений. Челябинск. ЧелГУ. 2015.
5. Carter R.W. Simple groups of lie type. Wiley. Second Edition. 1989

Источники, отмеченные знаком «*», имеются в научной библиотеке ЧелГУ на бумажных носителях, в электронном виде и в электронно-библиотечных системах (ЭБС) :«Университетская библиотека онлайн» и «ЛАНЬ», к которым имеется подписка по договорам с правообладателями учебной и учебно-методической литературы, методических пособий на текущий учебный год.

Электронные фонды и ресурсы

1. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : научная электронная библиотека [научной периодики на русском языке]. — Москва, [1999-]. - Доступ к полным текстам после регистрации из сети ЧелГУ. – URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp> (дата обращения: 25.09.2016).
2. Научная библиотека Челябинского государственного университета [Электронный ресурс] : [сайт] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [2001-]. – Режим доступа: <http://www.lib.csu.ru/>, свободный. – Загл. с экрана. (дата обращения: 25.09.2016).
3. Электронный каталог НБ ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ЧелГУ / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [2001-]. - Режим доступа: <http://www.lib.csu.ru/zgate/scripts/zgate.exe?Init+ruslanl.xml,simple.xsl+rus>, свободный (дата обращения: 25.09.2016).
4. Реферативные: Базы данных ИНИОН РАН, базы данных ВИНТИ, Scopus (<http://www.scopus.com>), Science (архив).

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 9 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене.

При проведении процедуры оценивания результатов кандидатского экзамена инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства.

Процедура оценивания результатов кандидатского экзамена инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по спецдисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

При проведении процедуры оценивания результатов кандидатского экзамена инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по спецдисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся:

а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме на языке Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 10 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);

в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно на языке Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов кандидатского экзамена по спецдисциплине может проводиться в несколько этапов.

В исключительных случаях (форс-мажорные обстоятельства и др.) электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Критерии оценки результатов кандидатского экзамена

Оценка **«отлично»** ставится при соблюдении следующих условий:

- грамотное и правильное использование в ответах научной терминологии;
- безошибочное владение категориальным аппаратом;
- умение безошибочно сформулировать и доказать основные теоремы, соответствующие содержащимся в билетах вопросам;
- владение методами решения задач, соответствующих теоретической части вопросов;
- логичность, связность ответа.

Оценка **«хорошо»** ставится при соблюдении следующих условий:

- грамотное и правильное использование в ответах научной терминологии;
- владение категориальным аппаратом;
- отдельные ошибки при формулировке и доказательстве основных теорем, соответствующих содержащимся в билетах вопросам;
- владение основными методами решения задач, соответствующих теоретической части вопросов;
- логичность, связность ответа.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится за:

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 11 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

- недостаточное владение категориальным аппаратом;
- ошибки при формулировке и доказательстве основных теорем, соответствующих содержащимся в билетах вопросам;
- поверхностное владение методами решения задач, соответствующих теоретической части вопросов.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится за:

- отсутствие в ответах необходимой научной терминологии;
- грубые ошибки при формулировке и доказательстве основных теорем, соответствующих содержащимся в билетах вопросам;
- нарушение логичности, связности ответа.

Оценка за реферат

Оценка **«отлично»** за реферат ставится, если:

- содержание реферата точно соответствует теме, отсутствуют ошибки в изложении и оформлении реферата;
- материал освещен в проблемном аспекте при достаточном фактологическом изложении;
- ссылки на работы известных ученых и новейшую литературу отличаются полнотой;
- изложено свое видение проблемы и аргументация своей позиции с помощью фактов;
- содержание связано с темой диссертационного исследования.

Оценка **«хорошо»** за реферат ставится, если:

- содержание реферата соответствует теме, допущены негрубые ошибки в изложении и оформлении реферата;
- обозначены основные проблемы изучения заявленного в теме вопроса при достаточном фактологическом изложении;
- даны ссылки на работы известных ученых и новейшую литературу;
- изложено свое видение проблемы и приведен ряд аргументов своей позиции с помощью фактов;
- содержание связано с темой диссертационного исследования.

Оценка **«удовлетворительно»** за реферат ставится, если:

- содержание реферата соответствует теме, допущены ошибки в изложении и оформлении реферата;
- поверхностное фактологическое изложение;
- даны ссылки на ряд работ известных ученых и новейшую литературу;

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 12 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

– содержание связано с темой диссертационного исследования.

Оценка **«неудовлетворительно»** за реферат ставится, если:

- содержание реферата не соответствует теме, допущены грубые ошибки в изложении и оформлении реферата;
- не изложено свое видение проблемы и не приведены аргументы своей позиции;
- содержание не связано с темой диссертационного исследования.

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
Математический факультет			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 13 из 13	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

Форма билета кандидатского экзамена

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Наименование факультета Наименование кафедры	
Группа научных специальностей – шифр и наименование Научная специальность – шифр и наименование	
Кандидатский экзамен по спецдисциплине	
Экзаменационный билет №	
1. 2. 3.	
Зав. кафедрой	ФИО