

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

*На правах рукописи*

Терещенко Алексей Анатольевич

**Исследование упругих и магнитоупругих взаимодействий  
в магнетиках на основе  $3d$  – переходных элементов**

1.3.8. Физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
доцент,  
Овчинников Александр Сергеевич

Екатеринбург – 2026

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b> .....	4
<b>Глава 1. Особенности магнитоакустического резонанса в одноосном хиральном гелимагнетике</b> .....	17
1.1 Одноосный хиральный гелимагнетик $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ .....	18
1.2 Магнитная подсистема $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ .....	20
1.2.1 Основное состояние .....	20
1.2.2 Оценка магнитных параметров .....	23
1.2.3 Уравнения движения .....	23
1.3 Упругая подсистема $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ .....	23
1.4 Магнитоупругое взаимодействие в $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ .....	25
1.5 Линейная теория магнитоакустического резонанса .....	25
1.5.1 Магнитострикция в одноосном хиральном гелимагнетике гексагональной симметрии .....	26
1.5.2 Линеаризация уравнений движения .....	28
1.6 Магнитоакустический резонанс в конической фазе одноосного хирального гелимагнетика гексагональной симметрии .....	29
1.7 Магнитоакустический резонанс в фазе солитонной решетки одноосного хирального гелимагнетика гексагональной симметрии ..	33
1.8 Основные результаты .....	37
<b>Глава 2. Описание эффектов структурной хиральности в рамках микрополярной теории упругости</b> .....	38
2.1 Микрополярная теория упругости .....	39
2.2 Уравнения движения микрополярной сплошной среды .....	40
2.3 Поляризационно-зависимое расщепление фононных зон .....	42
2.4 Ротонно-подобный минимум в спектре хиральных фононов .....	43
2.5 Основные результаты .....	47
<b>Глава 3. Идентификация решений модели двойного синус-Гордона с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии</b> .....	48
3.1 Модель двойного синус-Гордона .....	49

3.2	Определение контраста Френеля для решений стационарного уравнения двойного синус-Гордона.....	54
3.3	Наблюдение (1S) фазы в хиральном гелимагнетике $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ .....	59
3.4	Основные результаты.....	63
<b>Глава 4. Метастабильные магнитные состояния в <math>\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2</math> и температурная эволюция магнитного гистерезиса .....</b>		<b>64</b>
4.1	Модельный антиферромагнетик.....	65
4.1.1	Магнитная подсистема.....	65
4.1.2	Упругая подсистема.....	67
4.1.3	Связь магнитной и упругой подсистем.....	67
4.1.4	Приближение среднего поля.....	68
4.1.5	Уравнения среднего поля для магнитной подсистемы.....	69
4.2	Температурная эволюция магнитного гистерезиса.....	71
4.2.1	Подбор параметров модели.....	72
4.2.2	Построение петель гистерезиса.....	73
4.2.3	Метастабильность ферромагнитного состояния.....	77
4.3	Основные результаты.....	81
<b>Глава 5. Особенности поведения характеристик распространения ультразвука в <math>\text{LuCo}_3</math> вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин» .....</b>		<b>82</b>
5.1	Модельное описание кристаллической структуры $\text{LuCo}_3$ .....	83
5.2	Упругая подсистема $\text{LuCo}_3$ .....	85
5.3	Магнитная подсистема $\text{LuCo}_3$ .....	87
5.4	Магнон-фононное взаимодействие.....	90
5.5	Формализм мацубаровских функций Грина.....	92
5.6	Описание распространения ультразвука на основе теории линейного отклика.....	97
5.7	Основные результаты.....	103
<b>Заключение.....</b>		<b>104</b>
<b>Список основных публикаций автора по материалам диссертационной работы в изданиях, рекомендованных ВАК и приравненных к ним .....</b>		<b>107</b>
<b>Список литературы.....</b>		<b>108</b>

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность темы исследований

Первые исследования, в которых была рассмотрена связь магнитных и упругих степеней свободы, относятся к концу 50-х гг. [1,2]. Эти пионерские работы породили новое направление физики магнитоупорядоченных систем – магнитоакустику, которая продолжает бурно развиваться и в наши дни. Активные исследования свойств слоистых диалкогенидов переходных металлов [3-6] и интерметаллидов на основе сплавов  $4f$ -атомов редкоземельных элементов и  $3d$ -атомов переходных металлов [7-10] делают крайне востребованным теоретический анализ магнитоупругих и упругих свойств данных соединений.

Среди большой группы диалкогенидов переходных металлов особый интерес представляют интеркалаты с внедренными атомами хрома и железа. В частности, теоретические и экспериментальные исследования соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  с длиннопериодической геликоидальной магнитной структурой выявили целый ряд необычных явлений, таких как существование хиральной магнитной солитонной решетки [11], скачки намагниченности [12] и магнитосопротивления [13], спиновый резонанс на коллективных возбуждениях солитонной решетки [14] и стоячих спиновых волнах [15]. Перечисленные свойства открывают широкие перспективы использования этого материала в твердотельных устройствах спинтроники. К уникальным свойствам  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  можно отнести наблюдаемый при комнатных температурах эффект спиновой селективности индуцированной хиральностью [16], который был обнаружен и в других нецентросимметричных кристаллах диалкогенидов переходных металлов без интеркалированных  $3d$ -ионов [17]. Не исключено, что такое поведение обусловлено структурной хиральностью указанных систем, однако, эффекты хиральности выходят за рамки традиционной теории упругости, которая рассматривает локальное смещение точек сплошной среды, но полностью игнорирует их локальное вращение. Эти недостающие эффекты можно получить с помощью микрополярной теории упругости [18,19]. Развитие соответствующей теории для

нецентросимметричных дихалькогенидов переходных металлов представляется крайне актуальной и востребованной задачей.

Дихалькогениды с общей формулой  $\text{Fe}_x\text{TiS}_2$ , где  $x$  – концентрация ионов железа, интеркалированных в ван-дер-ваальсовы щели между слоями  $\text{TiS}_2$ , проявляют различные типы магнитного порядка в основном состоянии, например спин-стекольный, антиферромагнитный или ферромагнитный, в зависимости от содержания железа [20]. В частности, соединение  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  проявляет при низких температурах антиферромагнитное упорядочение [21], однако, при этом в процессах перемагничивания наблюдаются широкие петли гистерезиса, типичные для изинговского ферромагнетика, что можно связать с существованием метастабильных ферромагнитных состояний [22]. Коэрцитивные поля таких петель магнитного гистерезиса могут достигать значений  $\sim 60$  кЭ, что делает железосодержащие дихалькогениды реальной альтернативой редкоземельным материалам для создания постоянных магнитов [23].

Сосуществование  $4f$  и  $3d$  электронов в интерметаллидах «редкая земля (R) – переходный металл (T)» позволяет достичь хороших магнитотвердых свойств, необходимых для создания постоянных магнитов [24]. Ферромагнитные R-T соединения представляют интерес для исследований в сильных магнитных полях, поскольку они претерпевают индуцированные полем магнитные фазовые переходы, когда приложенное поле начинает конкурировать с обменным взаимодействием и магнитокристаллической анизотропией [7,9,25]. Такие переходы отражают разрушение исходного антипараллельного упорядочения R и T подрешеток, вызванное спиновой переориентацией  $4f$  и  $3d$  магнитных моментов. Фазовые переходы в ферромагнетиках, индуцированные внешним магнитным полем, встречаются относительно редко и требуют отдельного рассмотрения. Например, интерметаллид  $\text{LuCo}_3$  обнаруживает скачок полевой зависимости намагниченности в сверхсильных магнитных полях при температурах ниже критической как в направлении оси легкого намагничивания, так и в направлении оси трудного намагничивания [10]. Зонные расчеты подтверждают, что этот скачок обусловлен переходом кобальта из низкоспинового состояния в высокоспиновое [26]. Микроскопическая природа кроссовера «низкий спин – высокий спин» в  $\text{LuCo}_3$  остается предметом научных дискуссий, однако, помимо этой фундаментальной проблемы, важным практическим вопросом является проявление такого метамагнитного перехода в различных физических процессах, в частности, при распространении ультразвука.

## Степень разработанности темы исследований

Фундаментальный и практический интерес к нетривиальным топологическим магнитным фазам, которые наблюдаются в хиральных гелимагнетиках, например, к солитонной решетке [11] или к скирмионной решетке [27,28], требует построения соответствующей теории магнитоакустического резонанса для этих фаз. основополагающая теория магнитоупругих волн в ферромагнетиках, первоначально предложенная Киттелем [1], была расширена до класса гелимагнетиков с обменной связью Дзялошинского-Мории в 70-х гг. [29,30]. Однако, спонтанные упругие деформации в основном состоянии, отражающие эффект магнитострикции, не рассматривались в этих подходах. Последовательный учет равновесных деформаций при совместном решении уравнений Ландау-Лифшица и упругой динамики был выполнен в [2]. Объект настоящего исследования, соединение  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ , принадлежит к кристаллическому классу гексагональной симметрии, для которого до сих пор рассматривался только случай обменной магнитной спирали [31]. Геликоидальный магнитный порядок, обусловленный взаимодействием Дзялошинского-Мории, ранее был проанализирован только для сред с изотропными упругими и магнитоупругими свойствами [32], что может быть использовано для описания хиральных магнитных материалов кубической симметрии, таких как  $\text{MnSi}$  или  $\text{FeGe}$  [27,28]. В рамках диссертационной работы обсуждаются особенности магнитоакустического резонанса в различных магнитных фазах соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Особое внимание уделяется фазе хиральной магнитной солитонной решетки, соответствующее рассмотрение которой до сих пор отсутствует в современной литературе.

Связь структурной хиральности со статическими и динамическими свойствами физических систем дает ключ к пониманию функциональности хиральных материалов [33]. Однако, эффекты хиральности выходят за рамки традиционной теории упругости, которая хотя и рассматривает локальные смещения точек сплошной среды, но полностью игнорирует их локальные вращения [34]. Последние можно учесть в рамках микрополярной теории упругости [18,19]. К сожалению, к настоящему времени предпринято лишь несколько попыток расчета дисперсии микрополярных упругих волн в кристаллах. Отметим в этой связи пионерское исследование центросимметричного соединения  $\text{KNO}_3$  [35,36], в котором был получен спектр микрополярных упругих волн, симметричный в импульсном пространстве. Открытой проблемой остается вопрос – будет ли фоннный спектр нецентросимметричных кристаллов проявлять эффекты невза-

имности по волновому вектору. Другой вопрос, требующий детального исследования, – будет ли взаимодействие локальных смещений и вращений микрополяриной упругой среды приводить к качественно новым особенностям фононного спектра.

Связь между механическими напряжениями и магнитными свойствами в твердых телах лежит в основе новой отрасли электроники, иногда называемой стрейнтромикой [37]. Ожидается, что за счет управления упругими деформациями удастся создавать устройства спинтроники со сверхнизким энергопотреблением, приближающимся к пределу, налагаемому фундаментальными принципами [38]. Одной из важных идей этого направления является манипуляция намагниченностью с помощью магнитоупругого эффекта, формирующего дополнительную магнитную анизотропию [39]. Хотя этот подход был реализован во многих магнитных системах [40-44], специальный интерес вызывает задача о влиянии упругих напряжений на основное состояние хиральных гелимагнетиков. В частности, было обнаружено, что форма как отдельных скирмионов, так и скирмионной решетки в соединении FeGe кубической симметрии крайне чувствительна к упругим деформациям образца [45]. Исследование таких пространственно неоднородных магнитных конфигураций посредством просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии показало, что искажения топологически нетривиальной спиновой текстуры усиливаются на два порядка по сравнению с решеточными. Это обеспечивает принципиально новый подход к управлению скирмионной фазой с помощью упругих степеней свободы [46-48]. В диссертационной работе анализируются искажения хиральной магнитной солитонной решетки под действием растягивающего упругого напряжения, приложенного перпендикулярно к геликоидальной оси. Оказывается, что эта задача эквивалентна поиску оптимальной магнитной конфигурации одноосного хирального гелимагнетика, формируемой совместно внешним магнитным полем и магнитокристаллической анизотропией второго порядка в базисной плоскости, что приводит к решениям стационарного уравнения двойного синус-Гордона [49-51]. Такое уравнение также возникает при описании пространственно неоднородных структур в сегнетоэлектриках [52,53]. В диссертационной работе представлен способ идентификации несоизмеримых магнитных фаз модели двойного синус-Гордона с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии. Эта экспериментальная методика доказала свою эффективность в исследованиях магнитного порядка [11], хиральной доменной структуры [54], темпера-

турного поведения периода геликоидального магнитного порядка [55], а также процессов формирования и движения дислокаций спиновой текстуры [56] в тонких пленках  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Отметим, что первоначальный подход к проблеме определения различных фаз модели двойного синус-Гордона был основан на использовании рассеяния нейтронов [57].

В диссертационной работе рассматривается теория магнитного гистерезиса в антиферромагнитной системе  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ , в которой при низких температурах наблюдаются широкие петли гистерезиса, типичные для изинговского ферромагнетика [22]. Объяснить такое необычное поведение только с помощью модели Изинга представляется крайне проблематичным, так как учет одних лишь обменных взаимодействий и одноионной магнитной анизотропии не может привести к необратимым эффектам в процессах перемагничивания [58]. Поскольку необратимый метамагнитный переход, индуцированный магнитным полем, из антиферромагнитного состояния в ферромагнитное может сопровождаться заметной магнитострикцией [59,60], разумно связать появление метастабильного ферромагнитного состояния при низких температурах с влиянием двухионного магнитоупругого взаимодействия [61]. Сравнение результатов соответствующего теоретического описания с экспериментальными данными по температурной эволюции формы петель гистерезиса позволило бы сделать вывод о релевантности такого подхода.

Недавнее исследование намагниченности  $\text{LuCo}_3$  в импульсных магнитных полях до 58 Тл обнаружило существование кроссовера «низкий спин – высокий спин» чуть ниже 50 Тл [10]. Яркий выраженный скачок намагниченности для направлений приложенного поля как вдоль оси легкого намагничивания, так и перпендикулярно к ней позволяет предположить обменное происхождение этого кроссовера. Такой вывод подтверждается *ab initio* расчетами на основе теории функционала плотности, которые показывают, что этот кроссовер обусловлен существенной перестройкой спин-поляризованной плотности  $3d$  состояний атомов кобальта на уровне Ферми [26]. Однако, помимо микроскопической природы, важным вопросом является проявление спинового кроссовера в различных физических процессах, в частности, в реакции на него решеточных степеней свободы. Хорошо известно, что ценная информация о магнитных фазовых переходах может быть получена с помощью ультразвуковых измерений, поскольку скорость и коэффициент ослабления ультразвуковых волн зависят от магнитных свойств твердого тела [62,63]. В настоящее время на-

коплен обширный опыт успешного применения ультразвуковых методов для изучения традиционных магнитных фазовых переходов, характеризующихся температурами Кюри или Нееля [64-66], переходов первого рода [67] и спин-переориентационных переходов [68-73]. Спецификой кроссовера «низкий спин – высокий спин», наблюдаемого в  $\text{LuCo}_3$ , является то, что он происходит значительно ниже точки Кюри ( $T_C = 376 \text{ K}$ ) [10]. Отметим, что подобные переходы из низкоспинового состояния в высокоспиновое при температурах ниже критической были обнаружены и в других редкоземельных интерметаллидах, таких как  $\text{YCo}_3$  [74],  $\text{Y}(\text{Co}_{1-x}\text{Fe}_x)_3$  [75],  $\text{YCo}_5$  и  $\text{LaCo}_5$  [76,77], под действием приложенного магнитного поля или давления. В этих условиях теоретические подходы, разработанные для изучения аномалий затухания звуковых волн и изменения их дисперсии в критической области [78-80], становятся неэффективными. Действительно, скачок намагниченности при кроссовере в  $\text{LuCo}_3$  не сопровождается изменением симметрии, а значит характер спиновых флуктуаций качественно не меняется. Другой важной особенностью проблемы является тот факт, что диапазон частот ультразвука ( $\sim 100 \text{ МГц}$ ) оказывается значительно ниже характерных частот спин-волновых возбуждений в присутствии сверхсильного магнитного поля ( $\sim 1 - 10 \text{ ТГц}$ ). Это исключает резонансный механизм магнитоупругой связи акустических и спиновых волн [81]. Таким образом, несмотря на обширный накопленный опыт, возникает потребность в теоретическом анализе деталей распространения ультразвука вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин», наблюдаемого в  $\text{LuCo}_3$ .

### **Цель работы и задачи**

Целью диссертационной работы являлся анализ влияния магнитоупругих взаимодействий (одноионных и двухионных) на гистерезисные, магнитные и резонансные свойства магнетиков на основе  $3d$ -ионов переходных металлов, а также изучение особенностей упругой динамики в соединениях с нарушенной инверсионной симметрией.

Для реализации этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Сформулировать теорию распространения магнитоупругих волн вдоль геликоидальной оси хирального гелимагнетика  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при различных ориентациях внешнего магнитного поля. Выявить особенности спектра таких волн для различных магнитных фаз этого соединения.

2. В рамках микрополярной теории упругости рассмотреть решеточную динамику хирального кристалла на примере соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ , имеющего гексагональную симметрию, и выяснить, приводит ли структурная хиральность к невзаимному фононному спектру без привлечения взаимодействий с другими подсистемами.
3. Проанализировать, какие неоднородные магнитные структуры возникают в одноосном хиральном гелимагнетике  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при совместном действии внешнего магнитного поля и упругого растягивающего напряжения, приложенных перпендикулярно к геликоидальной оси. Проверить возможность идентификации таких структур посредством просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии с помощью расчетов контрастов Френеля.
4. Разработать теорию магнитного гистерезиса для антиферромагнитного соединения  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ , обнаруживающего гистерезисное ферромагнитное поведение при низких температурах, и определить роль магнитоупругих взаимодействий в этом явлении.
5. Проанализировать процесс распространения ультразвука в сплаве  $\text{LuCo}_3$  вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин» с помощью теории линейного отклика и определить полевую зависимость коэффициента ослабления ультразвука в сверхсильных магнитных полях для различных температур.

### **Научная новизна работы**

Построена теория магнитоакустического резонанса для фазы магнитной солитонной решетки одноосного хирального гелимагнетика. Показано, что такой резонанс характеризуется мультрезонансным поведением, что ставит этот эффект в один ряд с мультрезонансным поведением спинового резонанса [14] и магнитосопротивления [82] в этой фазе.

Впервые в рамках микрополярной теории упругости была рассмотрена динамика нецентросимметричного кристалла на примере слоистого соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Показано, что закон дисперсии фононов, полученный на основе такого подхода, обнаруживает ряд особенностей. Во-первых, для поперечных фононных мод наблюдается эффект Рашбы – поляризационно-зависимое расщеп-

ление фононных зон, аналогичное расщеплению электронных состояний спин-орбитальным взаимодействием. Во-вторых показано, что гибридизация акустических (поступательных) и оптических (вращательных) поперечных фононных мод может приводить к локальному минимуму в дисперсионной зависимости, аналогичному ротонному минимуму в  $^4\text{He}$ .

Впервые получены дифрактограммы просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии для конфигураций, описываемых решениями модели двойного синус-Гордона, что позволило определить неоднородную магнитную структуру, наблюдаемую экспериментально в тонких пленках  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при совместном действии внешнего магнитного поля и растягивающего упругого напряжения, взаимно перпендикулярных геликоидальной оси [A4]. Предложен метод количественной оценки упругих деформаций, вызванных указанными внешними силами.

На основе механизма двухионного магнитоупругого взаимодействия была предложена теория, объясняющая возникновение петель магнитного гистерезиса, типичных для изинговского ферромагнетика, в антиферромагнитном соединении  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  при низких температурах. Показано, что появление таких петель гистерезиса связано с существованием метастабильного ферромагнитного состояния, возникновение которого объясняется существенным влиянием двухионного магнитоупругого взаимодействия, определяющего баланс внутриплоскостного ферромагнитного и межплоскостного антиферромагнитного обменных взаимодействий. Дано объяснение температурной эволюции магнитного гистерезиса с ростом температуры от петель ферромагнитного типа к антиферромагнитному, учитывающее различную температурную зависимость вкладов в молекулярные поля от обменных и магнитоупругих взаимодействий.

Впервые рассмотрено распространение ультразвука в сверхсильных магнитных полях в интерметаллическом соединении  $\text{LuCo}_3$  вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин». Предсказано аномальное поведение коэффициента ослабления ультразвука в области кроссовера, подтверждаемое экспериментальными наблюдениями.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Развитие экспериментальной техники часто приводит к открытию новых эффектов в хорошо известных физических системах. Это вызывает необходимость совершенствования современного теоретического аппарата для объясне-

ния этих явлений. В частности, в настоящей работе показано, что распространение ультразвука вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин» допускает описание с помощью мацубаровских функций Грина. Другим аспектом теоретической значимости работы является возможность описания ферромагнитных гистерезисных свойств антиферромагнетиков на основе механизма двухионного магнитоупругого взаимодействия. Развитая теория позволяет глубже понять процессы намагничивания в дихалькогенидах железа, рассматриваемых как реальная альтернатива постоянным магнитам на основе редкоземельных элементов. Полученные теоретические дифрактограммы спиновых конфигураций, описываемых решениями модели двойного синус-Гордона, могут быть использованы для дальнейшего совершенствования техники Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии. Также решения модели двойного синус-Гордона позволяют вычислить константу эмерджентной упругости хиральной магнитной солитонной решетки и объяснить кроссовер «слабо нелинейный режим – сильно нелинейный режим», обнаруженный экспериментально в этой магнитной фазе [83]. Мультирезонансный характер спектра магнитоупругих волн в случае фазы магнитной солитонной решетки одноосного хирального гелимагнетика дает возможность для исследования такой магнитной конфигурации при помощи ультразвуковых измерений. «Фононный» эффект Рашбы, порождаемый исключительно структурной хиральностью, расширяет функциональные возможности использования хиральных материалов.

Полученные в данной работе результаты представляют интерес и с практической точки зрения. Например, аномальное поведение коэффициента ослабления ультразвука в области кроссовера может быть использовано для создания устройств с акустическими свойствами, управляемыми внешним магнитным полем. Понимание природы ферромагнитного поведения гистерезиса в антиферромагнетике  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  позволяет определить диапазон применимости таких соединений в качестве постоянных магнитов. Управление неоднородными магнитными конфигурациями внешним магнитным полем и упругими напряжениями представляет интерес для разработки устройств спинтроники. Предсказание ротонного минимума в микрополярных упругих средах уже привело к созданию упругих метаматериалов, где наблюдался данный эффект [84,85].

## Теоретический аппарат

Для решения поставленных выше задач применялись различные теоретические подходы. Описание связанных магнитоупругих волн в одноосном хиральном гелимагнетике  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  сделано на основе совместного решения уравнений Ландау-Лифшица и уравнений упругой динамики [2]. Для анализа эффектов структурной хиральности в  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  использовалась микрополярная теория упругости [18]. Для описания неоднородных магнитных структур, возникающих в одноосном хиральном гелимагнетике  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при совместном действии внешнего магнитного поля и упругого растягивающего напряжения, приложенных перпендикулярно к геликоидальной оси, использовалась модель двойного синус-Гордона [50,51]. Магнитный сдвиг фазы волновой функции электрона, возникающий в силу эффекта Ааронова-Бома при прохождении электронного пучка через неоднородную магнитную конфигурацию, рассчитан с помощью преобразования Фурье [86]. Теория магнитного гистерезиса в антиферромагнетике  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  опирается на молекулярно-полевое описание магнетика с детальным учетом двухионных магнитоупругих взаимодействий, допускаемых симметрией соединения [61]. Распространение ультразвука в области кроссовера «низкий спин – высокий спин», индуцированного сверхсильным внешним магнитным полем, описывалось на основе формализма мацубаровских функций Грина и теории линейного отклика [87].

## Положения, выносимые на защиту

1. Спектр магнитоупругих волн, распространяющихся вдоль геликоидальной оси хирального гелимагнетика  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ , магнитное состояние которого контролируется внешним магнитным полем. Выявлены особенности магнитоакустического резонанса для различных магнитных фаз этого соединения, в частности, невзаимный характер спектра в случае конической фазы и мультрезонансное поведение в фазе магнитной солитонной решетки.
2. Закон дисперсии длинноволновых возбуждений микрополярной упругой среды для нецентросимметричного соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Показано появление «фононного» эффекта Рашбы для поперечных упругих мод, обусловленного исключительно структурной хиральностью. Обнаружено существование ротонно-подобного минимума в спектре акустических фононов

с поперечной поляризацией, вызванного гибридизацией поступательных и вращательных степеней свободы микрополярной среды.

3. Построены теоретические дифрактограммы просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии с помощью решений модели двойного синус-Гордона, позволяющие экспериментально идентифицировать типы неоднородных магнитных структур, возникающих в одноосном хиральном гелимагнетике  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при совместном действии внешнего магнитного поля и растягивающего упругого напряжения, приложенных перпендикулярно к геликоидальной оси.
4. Сформулирована теория магнитного гистерезиса в антиферромагнетике  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ , объясняющая необычную температурную эволюцию формы петли гистерезиса с ростом температуры на основе механизма двухионного магнитоупругого взаимодействия.
5. Построена микроскопическая теория распространения ультразвука в интерметаллическом соединении  $\text{LuCo}_3$  в сверхсильных магнитных полях, предсказывающая аномальное поведение коэффициента ослабления ультразвука вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин».

### **Апробация и степень достоверности результатов**

Ключевые результаты диссертационной работы были представлены в качестве устных и стендовых докладов на следующих конференциях международного и всероссийского уровней:

1. XIV Международная школа-конференция «Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании», 8 - 11 октября 2023, Уфа, Россия.
2. Samarkand International Symposium on Magnetism, 2 - 6 июля 2023, Самарканд, Узбекистан.
3. VIII Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism», 20 - 26 августа 2022, Казань, Россия.
4. VI International Workshop Dzyaloshinskii-Moriya Interaction and Exotic Spin Structures, 6 - 10 сентября 2021, Выборг, Россия.

5. XXI Всероссийская школа-семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества, 18 - 25 марта 2021, Екатеринбург, Россия.
6. LIV Школа ПИЯФ по Физике Конденсированного Состояния, 16 - 21 марта 2020, Санкт-Петербург, Россия.
7. XX Всероссийская школа-семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества, 21 - 28 ноября 2019, Екатеринбург, Россия.
8. V International Workshop Dzyaloshinskii-Moriya Interaction and Exotic Spin Structures, 8 - 12 июля 2019, Петрозаводск, Россия.
9. LIII Школа ПИЯФ по Физике Конденсированного Состояния, 11 - 16 марта 2019, Санкт-Петербург, Россия.
10. XIX Всероссийская школа-семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества, 15 - 22 ноября 2018, Екатеринбург, Россия.
11. VIII Baical International Conference. Magnetic materials. New technologies, 24 - 28 августа 2018, Иркутск, Россия.
12. XXIII Международная конференция «Новое в магнетизме и магнитных материалах», 30 июня - 5 июля 2018, Москва, Россия.

По материалам диссертационной работы в соавторстве опубликовано 6 статей в рецензируемых научных изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus, а также получено 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023669066.

Достоверность результатов диссертационного исследования обеспечивается использованием общеизвестных теоретических методов и подходов, а также согласием с экспериментальными наблюдениями и с известными литературными данными. Публикации в высокорейтинговых научных изданиях и доклады на престижных научных конференциях тоже свидетельствуют в пользу достоверности результатов.

### **Личный вклад автора**

Все представленные в диссертации результаты получены автором лично или при его активном участии: определена дисперсия магнитоупругих волн в

одноосном хиральном гелимагнетике для нескольких ориентаций внешнего магнитного поля [А6], вычислен фононный спектр нецентросимметричного кристалла в рамках микрополярной теории упругости [А3], рассчитан контраст Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии для магнитных несоизмеримых фаз модели двойного синус-Гордона [А4], дано объяснение необычного температурного поведения формы петель магнитного гистерезиса для железосодержащих дихалькогенидов переходных металлов [А5], обнаружено изменение характера рассеяния фононов на магнонах с нерезонансного на резонансный в области кроссовера «низкий спин – высокий спин» [А2]. Также автор принимал непосредственное участие в обсуждении и подготовке всех публикаций по теме диссертации.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Диссертация содержит 125 страниц и 29 рисунков. Список литературы включает в себя 196 источников.

# ГЛАВА 1

## Особенности магнитоакустического резонанса в одноосном хиральном гелимагнетике

В этой главе рассматривается линейная теория магнитоакустического резонанса в одноосном хиральном гелимагнетике на примере соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  гексагональной симметрии. Одной из важнейших причин повышенного интереса к хиральным гелимагнетикам являются уникальные солитоноподобные формы магнитного порядка, а именно хиральная магнитная солитонная решетка, относительно недавно обнаруженная в  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  [11], и скирмионная решетка, существование которой было подтверждено экспериментально в  $\text{MnSi}$  [27],  $(\text{Fe,Co})\text{Si}$  [88,89] и  $\text{Cu}_2\text{OSeO}_3$  [90]. Отметим, что ультразвуковые измерения по сравнению с магнитными и электрическими обладают преимуществами для исследования таких топологических объектов: они не ограничены электропроводностью материала; благодаря магнитоупругому взаимодействию они дают представление об анизотропных свойствах магнитных решеток путем сравнения различных упругих мод; наконец, они позволяют непосредственно определять упругость этих решеток в присутствии магнитоупругой связи [47,91,92].

Магнитоупругое взаимодействие может способствовать возникновению как мгновенных упругих деформаций, которые существенно влияют на динамику магнитных моментов, так и равновесных деформаций, оказывающих, в свою очередь, влияние на закон дисперсии и ширину запрещенных зон магнитоупругих волн. Ранние теоретические исследования магнитоупругого взаимодействия в кубических гелимагнетиках со структурой типа  $B20$  предсказывали появление у статической восприимчивости неаналитической зависимости от волнового вектора из-за неоднородных деформаций, вызванных магнитным фоном [93,94]; впоследствии было показано, что это взаимодействие имеет тенденцию нарушать предполагаемую спиральную структуру [95].

В данной главе обсуждается задача о распространении связанных спиновых и ультразвуковых волн малой амплитуды вдоль геликоидальной оси хирального гелимагнетика гексагональной симметрии. Решение магнитоэластической задачи, необходимое для корректной линеаризации уравнений движения упругой и магнитной подсистем, демонстрирует существование однородных и неоднородных деформаций в основном состоянии рассматриваемой системы. Вычисляя спектр магнитоупругих волн для двух ориентаций внешнего магнитного поля (вдоль геликоидальной оси и перпендикулярно к ней), удается выявить его особенности, соответствующие различным магнитным фазам одноосного хирального гелимагнетика. В конической фазе (когда поле приложено вдоль хиральной оси) закон дисперсии проявляет существенную невзаимность относительно смены знака волнового вектора. Сопутствующая асимметрия запрещенных зон магнитоупругих волн оказывается зависящей от внешнего магнитного поля, что позволяет говорить об управлении магнитоакустическим резонансом с помощью магнитного поля. В фазе магнитной солитонной решетки (поле перпендикулярно хиральной оси) спектр демонстрирует мультирезонансное поведение, связанное с нелинейностью магнитной конфигурации основного состояния. Отдельное внимание уделяется кристаллической структуре  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  и феноменологическому описанию магнитной и упругой подсистем этого соединения, а также выбору магнитоупругого взаимодействия.

### 1.1 Одноосный хиральный гелимагнетик $\text{CrNb}_3\text{S}_6$

Каноническим примером одноосного хирального гелимагнетика является соединение  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  гексагональной симметрии, принадлежащее большому семейству дихалькогенидов переходных металлов [96]. В процессе интеркаляции атомы Cr занимают октаэдрические пустоты между слабосвязанными слоями  $2H\text{-NbS}_2$  (см. рисунок 1.1) и образуют регулярную структуру, имеющую форму ГПУ решетки [97]. При этом существенно меняется симметрия соединения с  $P6_3/mmc$ , описывающей  $2H\text{-NbS}_2$  [98,99], на  $P6_322$ , описывающую  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  [100], в частности, пропадает центр инверсии. Из работы [100] также следует, что трансляционная симметрия  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  допускает описание монокристалла с помощью элементарной ячейки (см. рисунок 1.1) с параметрами решетки  $a = 5.741 \cdot 10^{-8}$  см и  $c = 12.101 \cdot 10^{-8}$  см, содержащей 12 атомов S, 6 атомов Nb и 2 атома Cr.

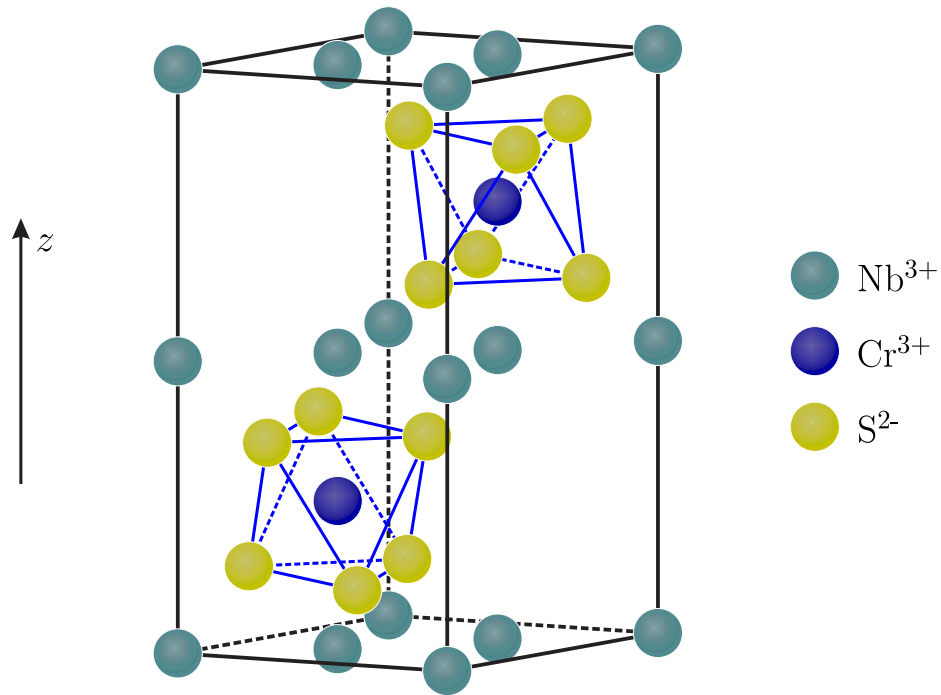


Рисунок 1.1 – Кристаллическая структура  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Черная призма соответствует элементарной ячейке, а синие октаэдры – пустотам, которые занимают атомы Cr в процессе интеркаляции. Следует отметить, что часть атомов Nb не принадлежит указанной ячейке.

Отсутствие центра симметрии, обусловленное «спиральным» расположением атомов S, с одной стороны, позволяет говорить о структурной хиральности  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ , а с другой – допускает существование антисимметричного взаимодействия Дзялошинского-Мории между соответствующими ионами  $\text{Cr}^{3+}$  (см. рисунок 1.1) [101]. Микроскопическая природа такого обмена [102] в случае  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  до сих пор остается предметом научных дискуссий [101], однако, объяснение эксперимента возможно в рамках феноменологического подхода на основе инвариантов Лифшица [103]. Взаимодействие Дзялошинского-Мории определяет направление вращения магнитных моментов при движении вдоль геликоидальной оси, тем самым снимая вырождение между «правым» и «левым» типами закрутки спирали, что приводит к магнитной хиральности. Таким образом структурная хиральность защищает магнитный порядок с нарушенной зеркальной симметрией, из-за чего в монокристалле не формируется доменная структура из спиралей разного типа, а значит в рамках теоретического рассмотрения магнитную спираль можно считать бесконечной.

## 1.2 Магнитная подсистема $\text{CrNb}_3\text{S}_6$

Магнитная подсистема  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  представляет собой сверхрешетку ионов  $\text{Cr}^{3+}$  с локализованными на них магнитными моментами [104]. В каждой плоскости, перпендикулярной гексагональной оси симметрии, сильное изотропное обменное взаимодействие формирует ферромагнитный порядок так, что динамические флуктуации, разрушающие коллинеарное упорядочение, оказываются полностью подавленными [101,105]. При этом сильная одноионная магнитная анизотропия удерживает магнитные моменты в соответствующей плоскости в отсутствие внешнего магнитного поля. В свою очередь, ферромагнитно упорядоченные плоскости ионов  $\text{Cr}^{3+}$ , разделенные слоем  $2H\text{-NbS}_2$ , слабо связаны изотропным ферромагнитным обменом и антисимметричным взаимодействием Дзялошинского-Мории [106], что приводит к геликоидальному магнитному порядку, который допускает описание на основе функционала свободной энергии одноосного хирального гелимагнетика [49]

$$F_{\text{МСН}}[\mathbf{M}] = \int dV \left\{ J(\partial_z \mathbf{M})^2 + 2D(M_x \partial_z M_y - M_y \partial_z M_x) + K_{\perp} M_z^2 - \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} \right\}, \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}(z, t)$  – вектор намагниченности, ось  $z$  совпадает с главной осью 6-го порядка,  $\partial_z \equiv \partial/\partial z$ ;  $J > 0$  – константа изотропного обмена;  $D > 0$  – константа Дзялошинского-Мории;  $K_{\perp} > 0$  – константа магнитной анизотропии типа легкая плоскость;  $\mathbf{H}$  – напряженность внешнего магнитного поля.

### 1.2.1 Основное состояние

Основное состояние одноосного хирального гелимагнетика в присутствии внешнего магнитного поля, действие которого на магнитную подсистему описывается так называемым взаимодействием Зеемана (последнее слагаемое в функционале (1.1)), характеризуется параметром порядка

$$\mathbf{M}_0(z) = M_0 (\sin \theta_0 \cos \varphi_0(z), \sin \theta_0 \sin \varphi_0(z), \cos \theta_0), \quad (1.2)$$

задающим равновесное направление намагниченности образца  $M_0$  с помощью полярного  $\theta_0$  и азимутального  $\varphi_0(z)$  углов сферической системы координат, явный вид которых соответствует минимуму функционала свободной энергии

$F_{\text{МСН}}[\mathbf{M}_0(z)]$ . В случае нулевого поля геликоидальный магнитный порядок характеризуется углами

$$\theta_0 = \pi/2 \text{ и } \varphi_0(z) = -q_0 z + \pi, \quad (1.3)$$

где  $q_0 = D/J$  – волновое число неоднородной магнитной конфигурации, а минус перед ним соответствует левой закрутке спирали. Включение внешнего магнитного поля вдоль оси  $z$  не оказывает влияние на равномерное вращение магнитных моментов при движении от слоя к слою, однако, выводит их из плоскости, перпендикулярной этой оси, тем самым формируя коническую фазу. Полевая зависимость полярного угла  $0 < \theta_0 < \pi/2$ , характеризующего такую магнитную структуру, определяется уравнением  $\cos \theta_0 = H_z/H_z^c$ . Когда величина поля достигает значения  $H_z^c = 2M_0(Jq_0^2 + K_\perp)$ , гелимагнетик переходит в состояние вынужденного ферромагнетизма, которое описывается  $\theta_0 = 0$ . При дальнейшем увеличении магнитного поля значение  $\theta_0$  не меняется, так как все магнитные моменты уже ориентированы вдоль поля. Таким образом,  $H_z^c$  представляет собой критическое поле перехода из несоизмеримой конической фазы в соизмеримое состояние вынужденного ферромагнетизма.

В присутствии внешнего магнитного поля, приложенного перпендикулярно геликоидальной оси так, что  $\mathbf{H} = (-H_x, 0, 0)$ , равномерное вращение магнитных моментов при движении вдоль оси  $z$  оказывается энергетически невыгодным, но направление вращения при этом сохраняется. Достичь минимума энергии за счет модуляции полярного угла не удастся из-за сильной магнитной анизотропии типа легкая плоскость, поэтому происходит расширение областей гелимагнетика, сонаправленных с внешним магнитным полем, и сужение – противоположенных, то есть формируются чередующиеся ферромагнитные домены и кинки (области быстрого вращения вектора намагниченности), соответственно (см. рисунок 1.2). Такую периодическую нелинейную структуру, получившую прямое экспериментальное подтверждение [11] лишь спустя почти полвека с момента теоретического предсказания [107] с развитием метода Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии, называют хиральной магнитной солитонной решеткой.

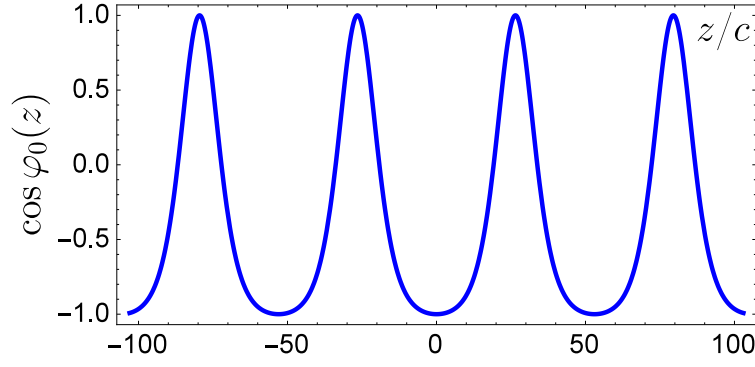


Рисунок 1.2 – Магнитная солитонная решетка при  $H_x/H_x^c = 0.9$ .

Пространственная неоднородность этой несоизмеримой магнитной конфигурации определяется стационарным уравнением синус-Гордона

$$d^2\varphi_0(z)/dz^2 + (H_x/2JM_0) \sin \varphi_0(z) = 0, \quad (1.4)$$

чье решение имеет следующий вид

$$\varphi_0(z) = 2 \operatorname{am}[-\pi q_0 z/4E(\kappa) + K(\kappa), \kappa], \quad (1.5)$$

где  $\operatorname{am}[u, \kappa]$  – амплитуда Якоби,  $K(\kappa)$  – полный эллиптический интеграл первого рода,  $E(\kappa)$  – полный эллиптический интеграл второго рода,  $0 < \kappa^2 < 1$  – эллиптический модуль. Полевая зависимость  $\kappa^2$  задается уравнением  $\kappa^2/E^2(\kappa) = H_x/H_x^c$ , где  $H_x^c = JM_0q_0^2\pi^2/8$ . Следует отметить, что фаза солитонной решетки существует при  $0 < H_x < H_x^c$ , а в точке  $H_x^c$  неоднородное решение (1.5) непрерывным образом переходит в однородное  $\varphi_0(z) = \pi$  (что сопровождается расходимостью периода солитонной решетки  $L = 8E(\kappa)K(\kappa)/\pi q_0$ ), поэтому  $H_x^c$  представляет собой критическое поле перехода из несоизмеримой фазы в соизмеримую [101].

Таким образом, в одноосном хиральном гелимагнетике могут существовать различные магнитные фазы, непрерывно связанные друг с другом, что позволяет говорить о возможности управления магнитным порядком с помощью внешнего магнитного поля. Такое поведение рассматриваемых систем имеет практический интерес в приложениях спинтроники [14,82,108,109].

### 1.2.2 Оценка магнитных параметров

Отметим, что параметры магнитной подсистемы можно оценить, используя экспериментальные значения  $L_0$ ,  $M_0$ ,  $H_x^c$  и  $H_z^c$  [100,101,104]. Значение периода магнитной спирали в нулевом поле  $L_0 \approx 4.8 \cdot 10^{-6}$  см позволяет получить  $q_0 = 2\pi/L_0 \approx 0.13 \cdot 10^7$  см $^{-1}$ . Намагниченность образца  $M_0 \approx 171.839$  эрг/(Гс·см $^3$ ) и критическое поле солитонной решетки  $H_x^c \approx 2300$  Э приводят к значению  $JM_0^2 = 8M_0H_x^c/(\pi q_0)^2 \approx 1.87 \cdot 10^{-7}$  эрг/см. Следует отметить, что оценка константы обмена  $J$  с помощью критической температуры дает завышенное значение, так как не удается исключить вклад сильного внутривоскостного обменного взаимодействия. Критическое поле конической фазы  $H_z^c \approx 20$  кЭ позволяет оценить  $K_{\perp} = (H_z^c/2 - 8H_x^c/\pi^2)/M_0 \approx 47.35$ . Константу Дзялошинского-Мории явно вычислять не нужно, поскольку с помощью соотношения  $q_0 = D/J$  ее удастся исключить из соответствующих выражений.

### 1.2.3 Уравнения движения

Временную зависимость вектора намагниченности можно определить с помощью уравнения Ландау-Лифшица [1,2]

$$\partial_t \mathbf{M} = -\gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}^{eff}], \quad (1.6)$$

где  $\partial_t \equiv \partial/\partial t$ ,  $\mathbf{H}^{eff} \equiv -\delta F_{\text{MCH}}[\mathbf{M}]/\delta \mathbf{M}$  – эффективное магнитное (молекулярное) поле,  $\gamma > 0$  – некоторая феноменологическая постоянная. Поскольку орбитальный момент иона  $\text{Cr}^{3+}$  мал по сравнению со спиновым [110], значение  $\gamma$  можно оценить с помощью гиромангнитного отношения при  $g = 2$ , а именно  $\gamma \approx 1.76 \cdot 10^7 (\text{Э} \cdot \text{с})^{-1}$ .

## 1.3 Упругая подсистема $\text{CrNb}_3\text{S}_6$

Ультразвуковые измерения считаются ценным методом исследования магнитных свойств твердых тел [62], в частности, хиральных гелимагнетиков [91,92], поскольку характеристики высокочастотных упругих волн оказываются весьма чувствительными к локальным особенностям монокристаллов, например магнитным моментам. В рамках модели сплошной среды распространение таких

волн описывается вектором смещения  $\mathbf{s} \equiv \mathbf{s}(\mathbf{r}, t)$ , чьи компоненты удовлетворяют следующим уравнениям движения [111]

$$\rho \partial_t^2 s_i = \partial_j \sigma_{ij}, \quad (1.7)$$

где  $i$  и  $j$  принимают значения  $x$ ,  $y$  и  $z$ , по повторяющемуся индексу ведется суммирование, а направление осей  $x$  и  $y$  выбирается согласно кристаллографическим установкам;  $\rho \approx 5.029 \text{ г/см}^3$  – плотность монокристалла  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  [100];  $\sigma_{ij} \equiv (1 + \delta_{ij})/2 (\delta F_E[\{u_{ij}\}]/\delta u_{ij})$  – симметричный тензор напряжений,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $F_E[\{u_{ij}\}]$  – функционал свободной энергии слабо деформированного кристалла, который в случае гексагональной симметрии имеет следующий вид [34]

$$F_E[\{u_{ij}\}] = \int dV \left\{ c_{11}(u_{xx}^2 + u_{yy}^2)/2 + c_{33}u_{zz}^2/2 + (c_{11} - c_{12})u_{xy}^2 + \right. \\ \left. + c_{12}u_{xx}u_{yy} + 2c_{44}(u_{xz}^2 + u_{yz}^2) + c_{13}(u_{xx} + u_{yy})u_{zz} \right\}, \quad (1.8)$$

где  $u_{ij} \equiv (\partial_j s_i + \partial_i s_j)/2$  – тензор малых деформаций; значения упругих постоянных для интеркалированного соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  отсутствуют в литературе, поэтому их приходится оценивать на основе данных для исходного соединения  $2H\text{-NbS}_2$  [112], что в результате дает  $c_{11} \approx 14.5 \cdot 10^{11} \text{ эрг/см}^3$ ,  $c_{12} \approx 5 \cdot 10^{11} \text{ эрг/см}^3$ ,  $c_{33} \approx 10^{11} \text{ эрг/см}^3$ ,  $c_{44} \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ эрг/см}^3$ ,  $c_{13} \approx 10^{10} \text{ эрг/см}^3$ .

Следует отметить, что такой подход к описанию упругой подсистемы одноосного хирального гелимагнетика гексагональной симметрии не учитывает отсутствие центра симметрии у монокристалла, поскольку при переходе к модели сплошной среды теряется информация о внутренней структуре элементарной ячейки, в частности, о ее ориентации в пространстве. Последовательный учет структурной хиральности возможен в рамках микрополярной теории упругости [18], которая допускает существование у частиц сплошной среды вращательных степеней свободы помимо поступательных, что соответствует заданию ориентации элементарной ячейки. Взаимодействие вращательных и поступательных степеней свободы существенно модифицирует коротковолновую часть фононного спектра (что подробно обсуждается во второй главе настоящей диссертации), но не затрагивает длинноволновую часть, поэтому при обсуждении магнитоакустического резонанса в одноосном хиральном гелимагнетике эффекты структурной хиральности можно не принимать во внимание. Таким образом,

в текущей главе рассматривается косвенное влияние структурной хиральности на характеристики ультразвука через взаимодействие с хиральной магнитной подсистемой.

#### 1.4 Магнитоупругое взаимодействие в $\text{CrNb}_3\text{S}_6$

Функционал свободной энергии магнитоупругого взаимодействия, обусловленного модуляцией сильной одноионной магнитной анизотропии в присутствии поля деформаций, в случае кристалла гексагональной симметрии имеет следующий вид [113-115]

$$\begin{aligned} F_{\text{ME}}[\mathbf{M}, \{u_{ij}\}] = \int dV \{ & (b_{11} - b_{12})(u_{xx}M_x^2 + 2u_{xy}M_xM_y + u_{yy}M_y^2) + \\ & + (b_{31} - b_{12})(u_{xx} + u_{yy})M_z^2 + (b_{33} - b_{13})u_{zz}M_z^2 + \\ & + b_{13}u_{zz}M_0^2 + b_{12}(u_{xx} + u_{yy})M_0^2 + 2b_{44}(u_{xz}M_xM_z + u_{yz}M_yM_z) \}, \quad (1.9) \end{aligned}$$

где  $b$  – магнитоупругие постоянные, значения которых  $bM_0^2 \sim 1-10 \cdot 10^7$  эрг/см<sup>3</sup> используются в численных оценках при необходимости [113]. Следует отметить, что магнитоупругие поправки, вызванные модуляцией слабых межслойных обменных взаимодействий, в текущем рассмотрении не учитываются, хотя могут приводить к появлению полевой зависимости у коэффициента ослабления ультразвука, что демонстрируется для другой системы в пятой главе настоящей диссертации.

#### 1.5 Линейная теория магнитоакустического резонанса

Для изучения влияния хиральной магнитной подсистемы на характеристики ультразвука рассмотрим совместное решение уравнений движения намагниченности (1.6) и компонент вектора смещения (1.7), в которых вариационная производная теперь берется от функционала свободной энергии всей системы.

### 1.5.1 Магнитострикция в одноосном хиральном гелимагнетике гексагональной симметрии

Корректное описание распространения связанных спиновых и ультразвуковых волн малой амплитуды требует учета равновесных деформаций  $u_{ij}^{(0)}$ , вызванных неоднородной намагниченностью, в процессе линеаризации уравнений движения [2]. Предполагая малость магнитоупругой связи по сравнению с магнитными взаимодействиями, оказывается возможным приближенное решение магнитострикционной задачи, а именно минимизация упругого и магнитоупругого функционалов свободной энергии относительно деформаций при значении магнитного параметра порядка, соответствующем минимуму энергии магнитной подсистемы. Такой подход позволяет определить однородные и неоднородные деформации, индуцированные магнитным фоном в основном состоянии, однако, полностью игнорирует влияние упругой подсистемы на магнитное упорядочение. Магнитоупругий эффект можно получить в результате минимизации магнитного и магнитоупругого функционалов свободной энергии относительно намагниченности, считая при этом деформации внешними параметрами, что при определенных условиях приводит к модели двойного синус-Гордона [49], особенности которой с точки зрения экспериментального наблюдения неоднородных магнитных конфигураций подробно обсуждаются в третьей главе настоящей диссертации.

Заметим, что квазиодномерность магнитной подсистемы накладывает ограничение на явный вид равновесных деформаций, а именно  $u_{ij}^{(0)} \equiv u_{ij}^{(0)}(z)$ . Также вид неоднородных деформаций ограничивается условиями совместности Сен-Венана, которые гарантируют, что определенное тензорное поле является деформацией некоторого векторного поля [115]. В одномерном случае они принимают вид следующих уравнений

$$\partial_z^2 u_{xx}^{(0)}(z) = \partial_z^2 u_{xy}^{(0)}(z) = \partial_z^2 u_{yy}^{(0)}(z) = 0, \quad (1.10)$$

чье решение приводит к однородным деформациям  $u_{xx}^{(0)}$ ,  $u_{xy}^{(0)}$  и  $u_{yy}^{(0)}$  в силу неограниченности системы и конечности деформаций.

Явный вид оставшихся компонент тензора деформаций определяется с помощью минимизации соответствующего функционала свободной энергии относительно искомых деформаций

$$u_{zz}^{(0)} = -\frac{c_{13}}{c_{33}}(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) - \frac{(b_{33} - b_{13})}{c_{33}}M_0^2 \cos^2\theta_0 - \frac{b_{13}}{c_{33}}M_0^2, \quad (1.11)$$

$$u_{xz}^{(0)}(z) = -\frac{b_{44}}{4c_{44}}M_0^2 \sin 2\theta_0 \cos \varphi_0(z), \quad (1.12)$$

$$u_{yz}^{(0)}(z) = -\frac{b_{44}}{4c_{44}}M_0^2 \sin 2\theta_0 \sin \varphi_0(z). \quad (1.13)$$

Подставляя полученные выше выражения для равновесных деформаций  $u_{ij}^{(0)}(z)$  обратно в функционал, можно вычислить свободную энергию, которая зависит только от  $u_{xx}^{(0)}$ ,  $u_{xy}^{(0)}$  и  $u_{yy}^{(0)}$ . Минимизация этого выражения как функции многих переменных приводит к

$$u_{xy}^{(0)} = -\frac{b_{11} - b_{12}}{c_{11} - c_{12}}\frac{M_0^2}{2} \sin^2\theta_0 \frac{1}{L} \int_0^L dz \sin 2\varphi_0(z), \quad (1.14)$$

$$u_{xx}^{(0)} = U_0 - \frac{b_{11} - b_{12}}{c_{11} - c_{12}}\frac{M_0^2}{2} \sin^2\theta_0 \frac{1}{L} \int_0^L dz \cos 2\varphi_0(z), \quad (1.15)$$

$$u_{yy}^{(0)} = U_0 + \frac{b_{11} - b_{12}}{c_{11} - c_{12}}\frac{M_0^2}{2} \sin^2\theta_0 \frac{1}{L} \int_0^L dz \cos 2\varphi_0(z), \quad (1.16)$$

$$U_0 \equiv \frac{M_0^2}{\Delta} \left[ c_{13}b_{13} - c_{33}b_{12} - \frac{c_{33}}{2}(b_{11} - b_{12}) \sin^2\theta_0 + \left( c_{13}(b_{33} - b_{13}) - c_{33}(b_{31} - b_{12}) \right) \cos^2\theta_0 \right],$$

где  $\Delta \equiv c_{33}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^2$ . Отметим, что в фазе магнитной солитонной решетки интегралы в выражениях (1.14-1.16) отличны от нуля из-за нелинейности  $\varphi_0(z)$ , из чего следует  $u_{xy}^{(0)} \neq 0$  и  $u_{xx}^{(0)} \neq u_{yy}^{(0)}$ . В конической фазе, наоборот,  $u_{xy}^{(0)} = 0$  и  $u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = U_0$ , что согласуется с результатами, полученными ранее для гексагональных систем с симметричной обменной магнитной спиралью [116] и куби-

ческих кристаллов с взаимодействием Дзялошинского-Мории [32]. Также следует отметить, что неоднородность намагниченности в основном состоянии приводит к неоднородности равновесных напряжений в плоскости  $xy$  [31], среднее значение  $\langle \rangle \equiv \int_0^L dz/L$  которых равно нулю [115].

Таким образом, в одноосных хиральных гелимагнетиках гексагональной симметрии неоднородными могут быть только винтовые деформации  $u_{xz}^{(0)}(z)$  и  $u_{yz}^{(0)}(z)$ , причем их координатная зависимость совпадает с пространственной неоднородностью магнитного порядка. Из-за такой связи между подсистемами возникает идея, что магнитной хиральностью можно управлять с помощью деформаций кручения. Это предположение находит экспериментальное подтверждение в металле Но, обладающем кристаллической ГПУ структурой [117], однако, в кубических хиральных гелимагнетиках, таких как  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$  [118] и  $\text{Mn}_{1-x}\text{Fe}_x\text{Si}$  [119], аналогичные эксперименты оказываются неудачными. Поэтому можно говорить об особой роли деформаций кручения  $u_{xz}^{(0)}(z)$  и  $u_{yz}^{(0)}(z)$  в гелимагнетиках гексагональной симметрии.

### 1.5.2 Линеаризация уравнений движения

В рамках линейной теории магнитоакустического резонанса для одноосного хирального гелимагнетика гексагональной симметрии мгновенное поле деформаций можно представить в следующем виде

$$u_{ij}(z, t) \equiv u_{ij}^{(0)}(z) + (\partial_j \delta s_i + \partial_i \delta s_j)/2, \quad (1.17)$$

где  $\delta \mathbf{s} \equiv \delta \mathbf{s}(z, t)$  описывает распространение ультразвуковых волн малой амплитуды вдоль геликоидальной оси. Прецессию намагниченности вокруг своего равновесного направления при распространении спиновых волн малой амплитуды удобно описывать следующим образом

$$M_z(z, t) = M_0 \cos \theta(z, t), \quad (1.18)$$

$$M_{\pm}(z, t) \equiv M_x(z, t) \pm i M_y(z, t) = M_0 \sin \theta(z, t) e^{\pm i \varphi(z, t)}, \quad (1.19)$$

где  $M_{\pm}(z, t)$  – циркулярные компоненты вектора намагниченности.

Предполагая малость отклонений полярного  $\delta\theta(z, t) \equiv \theta(z, t) - \theta_0$  и азимутального  $\delta\varphi(z, t) \equiv \varphi(z, t) - \varphi_0(z)$  углов от значений, характеризующих основное состояние, можно выделить динамическую часть вектора намагниченности

$$M_z(z, t) - M_{0z}(z) = -M_0 \sin \theta_0 \delta\theta(z, t), \quad (1.20)$$

$$M_{\pm}(z, t) - M_{0\pm}(z) = M_0 (\cos \theta_0 \delta\theta(z, t) \pm i \sin \theta_0 \delta\varphi(z, t)) e^{\pm i\varphi_0(z)}. \quad (1.21)$$

Следует отметить, что в состоянии вынужденного ферромагнетизма выражение (1.21) нельзя использовать, поскольку  $\varphi_0(z)$  не определено в этой фазе, а  $\delta\varphi(z, t)$  может принимать любые значения. В этом случае линеаризацию уравнений движения можно выполнить с помощью подстановки

$$M_{\pm}(z, t) = M_0 e^{\pm i\varphi_0(z)} \delta m_{\pm}(z, t), \quad (1.22)$$

где  $\delta m_{\pm}(z, t)$  – малые возмущения циркулярных компонент вектора намагниченности, а  $\varphi_0(z)$ , имеющее вид (1.3), учитывает проявление взаимодействия Дзялошинского-Мории в динамике.

## 1.6 Магнитоакустический резонанс в конической фазе одноосного хирального гелимагнетика гексагональной симметрии

Рассмотрим распространение связанных ультразвуковых и спиновых волн вдоль главной оси хирального гелимагнетика гексагональной симметрии в присутствии внешнего магнитного поля, приложенного вдоль этой оси. В этом случае линеаризованные уравнения движения упругой подсистемы для продольной и циркулярно поляризованных поперечных мод, соответственно, имеют вид

$$\partial_t^2 \delta s_z = v_l^2 \partial_z^2 \delta s_z - \beta_3 \sin 2\theta_0 \partial_z \delta\theta, \quad (1.23)$$

$$\begin{aligned} \partial_t^2 \delta s_{\pm} &= v_t^2 \partial_z^2 \delta s_{\pm} + \beta_1 \cos 2\theta_0 \partial_z (e^{\pm i\varphi_0(z)} \delta\theta) \pm \\ &\pm (i\beta_1/2) \sin 2\theta_0 \partial_z (e^{\pm i\varphi_0(z)} \delta\varphi), \end{aligned} \quad (1.24)$$

где  $v_l \equiv \sqrt{c_{33}/\rho}$  – скорость продольной моды,  $v_t \equiv \sqrt{c_{44}/\rho}$  – скорость поперечных мод,  $\delta s_{\pm} \equiv \delta s_x \pm i\delta s_y$ ,  $\beta_3 \equiv M_0^2 (b_{33} - b_{13})/\rho$ ,  $\beta_1 \equiv M_0^2 b_{44}/\rho$ .

Также запишем линеаризованные уравнения движения для магнитной подсистемы

$$\begin{aligned} \partial_t \delta\theta &= 2\gamma J M_0 \sin \theta_0 \partial_z^2 \delta\varphi - (\beta_1 \beta_2 / 2v_t^2) \cos \theta_0 \sin 2\theta_0 \delta\varphi + \\ &+ (i\beta_2 / 2) \cos \theta_0 (e^{-i\varphi_0(z)} \partial_z \delta s_+ - e^{i\varphi_0(z)} \partial_z \delta s_-), \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} \sin \theta_0 \partial_t \delta\varphi &= -2\gamma J M_0 \partial_z^2 \delta\theta + (\gamma H_z \cos \theta_0 - 2\gamma \tilde{K}_\perp M_0 \cos 2\theta_0 - \\ &- 2\gamma J M_0 q_0^2 \cos 2\theta_0 + (\beta_1 \beta_2 / v_t^2) \sin^2 2\theta_0) \delta\theta - \beta_4 \sin 2\theta_0 \partial_z \delta s_z + \\ &+ (\beta_2 / 2) \cos 2\theta_0 (e^{-i\varphi_0(z)} \partial_z \delta s_+ + e^{i\varphi_0(z)} \partial_z \delta s_-), \end{aligned} \quad (1.26)$$

в которых для удобства приняты обозначения:  $\beta_2 \equiv \gamma M_0 b_{44}$ ,  $\beta_4 \equiv \gamma M_0 (b_{33} - b_{13})$ ,  $\tilde{K}_\perp \equiv K_\perp + (b_{33} - b_{13}) u_{zz}^{(0)} - (b_{11} - 2b_{31} + b_{12}) U_0$ , причем последнее выражение описывает появление полевой зависимости у константы анизотропии в результате учета однородных равновесных деформаций. Отметим, что вращение циркулярных компонент  $\delta s_\pm(z, t)$  вокруг геликоидальной оси на угол  $\varphi_0(z)$  при каждом фиксированном  $z$ , а именно  $\delta \tilde{s}_\pm \equiv \delta s_\pm e^{\mp i\varphi_0(z)}$ , преобразует уравнения движения (1.23-1.26) к системе дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Пусть  $\varepsilon_{1k} \equiv 2\gamma J M_0 k^2 + (\beta_1 \beta_2 / v_t^2) \cos^2 \theta_0$ , а

$$\begin{aligned} \varepsilon_{2k} &\equiv 2\gamma J M_0 k^2 + 2\gamma M_0 (J q_0^2 + K_\perp) \sin^2 \theta_0 - \\ &- 2\gamma M_0 (\tilde{K}_\perp - K_\perp) \cos 2\theta_0 + (\beta_1 \beta_2 / v_t^2) \sin^2 2\theta_0, \end{aligned}$$

тогда спектр магнитоупругих волн можно получить с помощью подстановки  $e^{i(kz - \omega t)}$ , что в результате приводит к следующему дисперсионному уравнению

$$\begin{aligned} &[\omega^2 - v_t^2 (k - q_0)^2] [\omega^2 - v_t^2 (k + q_0)^2] [(\omega^2 - v_t^2 k^2)(\omega^2 - \varepsilon_{1k} \varepsilon_{2k}) - \beta_3 \beta_4 k^2 \varepsilon_{1k} \sin^2 2\theta_0] - \\ &- \beta_1 \beta_2 (\omega^2 - v_t^2 k^2) \left\{ 4k q_0 \omega^3 \cos \theta_0 \cos 2\theta_0 + \right. \\ &+ \left. [\varepsilon_{1k} \cos^2 2\theta_0 + \varepsilon_{2k} \cos^2 \theta_0] [\omega^2 (k^2 + q_0^2) - v_t^2 (k^2 - q_0^2)^2] \right\} - \\ &- \beta_1 \beta_2 \cos^2 \theta_0 \left\{ \beta_1 \beta_2 \cos^2 2\theta_0 (\omega^2 - v_t^2 k^2) (k^2 - q_0^2)^2 + \right. \\ &+ \left. \beta_3 \beta_4 k^2 \sin^2 2\theta_0 [\omega^2 (k^2 + q_0^2) - v_t^2 (k^2 - q_0^2)^2] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Решения уравнения (1.27) для  $\omega > 0$  при каждом фиксированном  $k$  соответствуют четырем различным модам магнитоупругих волн (см. рисунок 1.3(a)). Вдали от точек резонанса, когда пересекаются соответствующие дисперсионные кривые, можно говорить о квазиспиновой и трех квазиупругих модах в силу малости магнитоупругого взаимодействия.

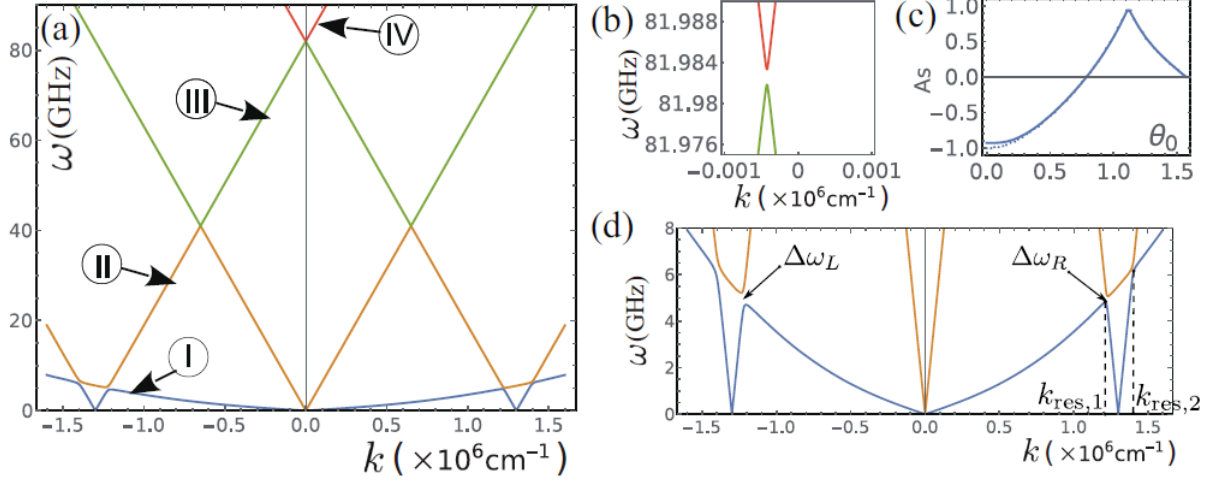


Рисунок 1.3 – Особенности спектра магнитоупругих волн в конической фазе при  $\theta_0 = \pi/5$  и  $K_{\perp} = 0$  [120]. (a) Магнитоупругие энергетические зоны (I – IV), возникающие в результате гибридизации спин-волновой моды и трех ультразвуковых мод, а именно продольной и поперечных с левой и правой циркулярной поляризацией. (b) Гибридизация левой  $\delta\tilde{s}_-$  и правой  $\delta\tilde{s}_+$  циркулярно поляризованных поперечных упругих мод, вызванная взаимодействием последних через магнитную подсистему. (c) Полевая зависимость асимметрии запрещенных зон (магнитоупругих щелей) между I и II энергетическими зонами, определенной следующим образом  $As \equiv (\Delta\omega_R - \Delta\omega_L)/(\Delta\omega_R + \Delta\omega_L)$ . (d) Низкоэнергетическая часть спектра магнитоупругих волн, демонстрирующая особенности магнитоакустического резонанса в конической фазе одноосного хирального гелимагнетика гексагональной симметрии, а именно асимметрию магнитоупругих щелей.

Каждая из квазиупругих мод представляет собой безмассовую голдстоуновскую моду, поскольку частота продольной волны  $\delta s_z$  обращается в ноль при  $k = 0$ , а частоты левой  $\delta\tilde{s}_-$  и правой  $\delta\tilde{s}_+$  циркулярно поляризованных поперечных волн – при  $k = -q_0$  и  $k = q_0$ , соответственно. Особый интерес представляет отсутствие запрещенной зоны в спектре квазиспиновой моды при  $k = 0$ . По мнению Турова [2], имеется аналогия между возникновением магнитоупругой щели при  $k = 0$  в спектре возбуждений магнитоупорядоченного кристалла и механизмом Хиггса [121]. В рассматриваемом случае симметрия упругой подсистемы спонтанно нарушена на уровне основного состояния из-за появления неоднородных равновесных деформаций  $u_{xz}^{(0)}(z)$  и  $u_{yz}^{(0)}(z)$ , в результате чего на динамическом уровне взаимодействие упругой и магнитной подсистем не со-

провождается спонтанным нарушением симметрии, что объясняет отсутствие магнитоупругой щели в спектре магнитоупругих волн при  $k = 0$ . Таким образом, все моды связанных спиновых и ультразвуковых волн, распространяющихся вдоль геликоидальной оси, оказываются голдстоуновскими, что согласуется, например, с результатами для случая обменной спирали [31].

Обсудим особенности магнитоакустического резонанса в конической фазе. В первую очередь отметим, что гибридизация поперечных мод  $\delta\tilde{s}_{\pm}$  со спиновой модой приводит к появлению запрещенных зон вблизи  $\pm q_0$  (см. рисунок 1.3(d)), когда приближение сплошной среды оказывается корректным. Асимметрия этих зон отражает невзаимность ультразвука относительно смены направления распространения поперечной упругой волны, вызванную взаимодействием фононов с невзаимными маггнонами [122,123]. Следует отметить, что математически невзаимность ультразвука обусловлена линейным по  $k$  слагаемым в уравнении (1.27) и представляет собой чисто динамический эффект, несвязанный с неоднородными равновесными деформациями. Другим проявлением невзаимности ультразвука является акустическая активность, когда фазовые скорости поперечных мод с различной циркулярной поляризацией не совпадают, что можно заметить по смещению точки пересечения соответствующих дисперсионных кривых относительно  $k = 0$  (см. рисунок 1.3(b)). Также отметим, что полевая зависимость асимметрии магнитоупругих щелей, изображенная на рисунке 1.3(c), позволяет говорить о возможности управления невзаимным распространением ультразвука вдоль геликоидальной оси и магнитоакустическим резонансом с помощью внешнего магнитного поля.

Рассмотрим предельные случаи конической фазы. Закон дисперсии магнитоупругих волн для геликоидального магнитного порядка в нулевом поле можно получить из уравнения (1.27) при  $\theta_0 = \pi/2$ . Особенности такого спектра подробно обсуждаются в работе [32]. Состояние вынужденного ферромагнетизма, когда  $\theta_0 = 0$ , характеризуется резонансным распространением только левополяризованной поперечной моды  $\delta\tilde{s}_-$  [124]. Оказывается, что величина соответствующей запрещенной зоны прямо пропорциональна магнитоупругой постоянной  $b_{44}$  [А6]. Таким образом, измерение полосы поглощения ультразвука в состоянии вынужденного ферромагнетизма позволяет экспериментально определять константу  $b_{44}$ , отвечающую за возникновение деформаций кручения в основном состоянии, важная роль которых была продемонстрирована в рамках настоящей главы.

## 1.7 Магнитоакустический резонанс в фазе солитонной решетки одноосного хирального гелимагнетика гексагональной симметрии

Распространение магнитоупругих волн вдоль хиральной оси гелимагнетика в присутствии внешнего магнитного поля, приложенного перпендикулярно этой оси, насколько нам известно, в литературе не обсуждалось. В этом случае пространственная неоднородность магнитного порядка в основном состоянии (1.2) характеризуется азимутальным углом  $\varphi_0(z)$ , чья зависимость от  $z$  определяется выражением (1.5). Отметим, что именно нелинейность  $\varphi_0(z)$  приводит к мультрезонансному поведению магнитоакустического резонанса. Подробный анализ такого поведения представлен в работе [А6], поэтому в рамках этой главы обсудим лишь основные моменты этого рассмотрения.

Линеаризованные уравнения движения, описывающие распространение связанных спиновых и ультразвуковых волн в фазе магнитной солитонной решетки, можно получить с помощью подстановки (1.17) и (1.20-1.21) в уравнения (1.6-1.7). При этом оказывается, что продольная упругая мода  $\delta s_z$ , обладающая акустическим спектром  $\omega(k) = v_l|k|$ , распространяется независимо от квазиспиновой и циркулярно поляризованных поперечных квазиупругих мод  $\delta s_{\pm}$ . Тогда запишем уравнения движения только для взаимодействующих мод

$$\partial_t^2 \delta s_{\pm} = v_l^2 \partial_z^2 \delta s_{\pm} - \beta_1 \partial_z (e^{\pm i\varphi_0(z)} \delta \theta), \quad (1.28)$$

$$\partial_t \delta \theta = -2\gamma J M_0 \hat{\mathcal{L}} \delta \varphi, \quad (1.29)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \delta \varphi = & 2\gamma J M_0 \left( \hat{\mathcal{L}} - [\partial_z \varphi_0(z) + q_0]^2 + q_0^2 \right) \delta \theta + \\ & + 2\gamma M_0 \tilde{K}_{\perp} \delta \theta - (\beta_2/2) (e^{-i\varphi_0(z)} \partial_z \delta s_+ + e^{i\varphi_0(z)} \partial_z \delta s_-). \end{aligned} \quad (1.30)$$

В уравнениях движения для магнитной подсистемы (1.29) и (1.30), пренебрегая вкладом, отвечающими модели двойного синус-Гордона [49], удастся выделить слагаемые, содержащие оператор Ламе  $\hat{\mathcal{L}} \equiv -\partial_z^2 - (H_x/2JM_0) \cos \varphi_0(z)$  [101]. Тогда естественно предположить, что решение уравнений движения упругой и магнитной подсистем можно искать в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям этого оператора, когда магнитоупругое взаимодействие достаточно мало. Однако, такой подход проблематично реализовать, поскольку

невозможно рассматривать бесконечный ряд Фурье как явно контролируемый каким-либо малым параметром.

С целью определить закон дисперсии магнитоупругих волн в фазе магнитной солитонной решетки, обратимся к случаю конической фазы, в котором периодические коэффициенты  $e^{\pm i\varphi_0(z)}$  удается исключить из системы дифференциальных уравнений (1.23-1.26) с помощью локальных вращений циркулярных компонент  $\delta\tilde{s}_{\pm} \equiv \delta s_{\pm} e^{\mp i\varphi_0(z)}$ . К сожалению, достичь аналогичного эффекта упрощения уравнений движения в рассматриваемом случае не удастся из-за нелинейности  $\varphi_0(z)$ . Тем не менее разложение периодических коэффициентов  $e^{\pm i\varphi_0(z)}$  в ряд по степеням эллиптического модуля  $\kappa^2$ , значение которого фиксируется внешним магнитным полем  $H_x$ , с последующим преобразованием Фурье соответствующих уравнений движения позволяет решить поставленную задачу

$$e^{\pm i\varphi_0(z)} = -\frac{\kappa^2}{8} - e^{\mp iq_0 z} + \frac{\kappa^2}{8} e^{\mp i2q_0 z} + O(\kappa^4), \quad (1.31)$$

$$\partial_z \varphi_0(z) = -q_0 + q_0 \frac{\kappa^2}{4} \cos q_0 z + O(\kappa^4). \quad (1.32)$$

Следует отметить преимущество такого подхода в случае малых полей  $H_x$  (по сравнению с  $H_x^c$ ), которым соответствует малый параметр  $\kappa^2$ , из-за чего необходимые разложения по степеням  $\kappa^2$  быстро сходятся. Это позволяет проводить вычисления спектра магнитоупругих волн в фазе магнитной солитонной решетки с заданной точностью. В качестве иллюстрации предложенного метода обсудим эффекты, возникающие в первом порядке теории возмущений, то есть определим закон дисперсии с точностью  $O(\kappa^4)$ . Для этого подставим разложения (1.31) и (1.32), исключая из рассмотрения слагаемые со степенями  $\kappa^4$  и выше, в уравнения движения (1.28-1.30), а затем выполним преобразование Фурье этих уравнений. Результатом является замкнутая система из двадцати алгебраических уравнений для амплитуд гармоник  $k$ ,  $k \pm q_0$ ,  $k \pm 2q_0$  [А6], численный анализ которой приводит к спектру связанных спиновых и поперечных ультразвуковых волн (см. рисунок 1.4).

В первую очередь обсудим особенности магнитоакустического резонанса в фазе магнитной солитонной решетки. Для этого обратимся к результатам конической фазы, пространственная неоднородность которой характеризуется гармониками  $e^{\pm iq_0 z}$ . Оказывается, что с каждой гармоникой связана локальная система координат, описывающая распространение вдоль геликоидальной

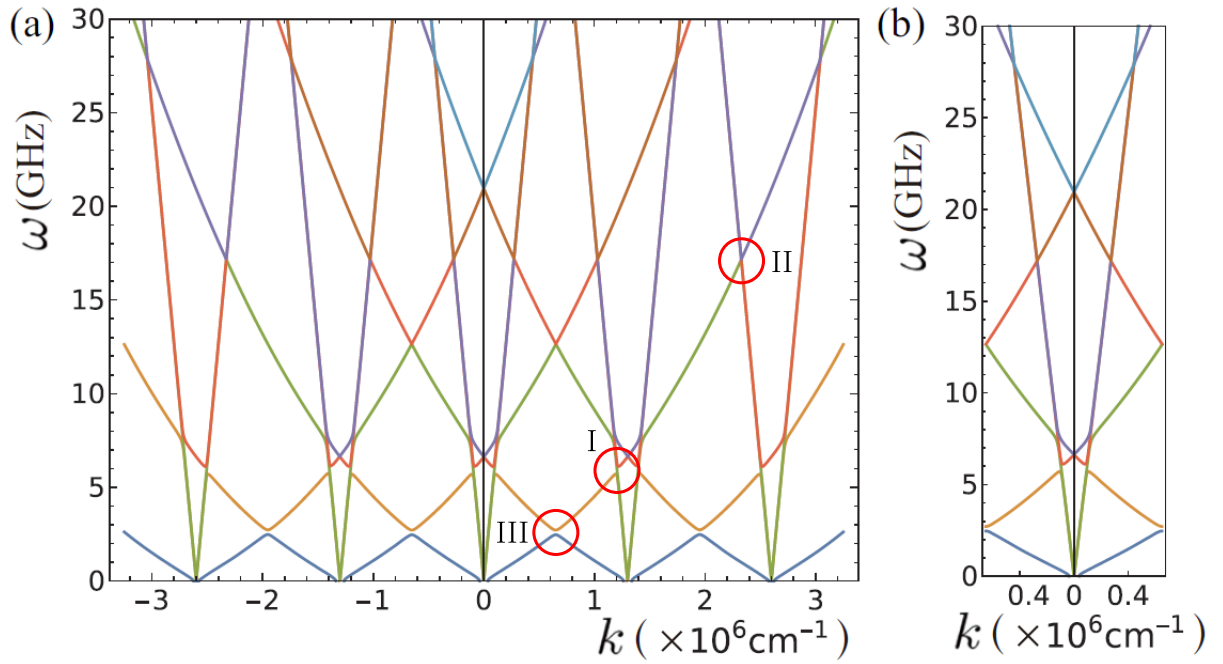


Рисунок 1.4 – Расширенная (а) и приведенная (б) зонные схемы спектра магнитоупругих волн в фазе магнитной солитонной решетки при  $K_{\perp} = 0$  [А6]. Цвета обозначают различные энергетические зоны магнитоупругих возбуждений, разделенные друг от друга щелями, возникающими в результате гибридизации соответствующих мод. (I) Область первого резонанса. (II) Область второго резонанса. (III) Чисто магнитная запрещенная зона.

оси поперечной упругой волны с определенной циркулярной поляризацией. Пересечение соответствующего акустического спектра и дисперсионной кривой спин-волновой моды вблизи  $\pm q_0$  позволяет говорить о магнитоакустическом резонансе и запрещенной зоне, возникающей в результате гибридизации этих мод. В отличие от конической фазы, солитонная решетка представляет собой нелинейную неоднородную магнитную конфигурацию и характеризуется всеми гармониками [101], в частности,  $e^{\pm i 2q_0 z}$  (1.31). С каждой из этих гармоник можно аналогичным образом связать локальную систему координат, чему соответствует появление в спектре магнитоупругих волн дополнительных акустических спектров (см. рисунок 1.4(а)). Тогда оказывается возможным пересечение симметричной относительно  $k = 0$  квазиспиновой и акустических квазиупругих ветвей спектра магнитоупругих волн вблизи  $\pm 2q_0$  (см. рисунок 1.4(II)), что означает появление второго магнитоакустического резонанса (первый резонанс возникает аналогично конической фазе вблизи  $\pm q_0$  (см. рисунок 1.4(I))). Можно показать, что первая и вторая запрещенные зоны в области резонансов связаны друг с другом соотношением  $\Delta\omega|_{k \approx \pm 2q_0} \sim \kappa^2 \Delta\omega|_{k \approx \pm q_0}$ , то есть величина второй магнитоупругой щели оказывается малой по сравнению с первой. Учет

следующих гармоник в разложениях (1.31-1.32) будет приводить к появлению следующих магнитоакустических резонансов, сопровождающихся все меньшими запрещенными зонами. Это и есть мультirezонансное поведение магнитоакустического резонанса в фазе магнитной солитонной решетки, обусловленное нелинейностью  $\varphi_0(z)$ . Такое поведение согласуется с мультirezонансным характером других явлений, связанных с солитонной решеткой, например, дифракции нейтронов [57], магнитосопротивления [82,125] и спинового резонанса [14].

Следует отдельно отметить появление в спектре магнитоупругих волн (см. рисунок 1.4(III)) чисто магнитной запрещенной зоны, обусловленной гибридизацией спин-волновых мод из соседних локальных систем координат вблизи  $\pm q_0/2$  и  $\pm 3q_0/2$ . Можно заметить, что эти точки соответствуют границам зоны Бриллюэна магнитной солитонной решетки с точностью  $O(\kappa^4)$ . Тогда снятие вырождения в этих точках и формирование акустической и оптической ветвей спектра чисто спиновых возбуждений можно интерпретировать как проявление брэгговского отражения гелимагнонов от периодического потенциала магнитной солитонной решетки [101]. Важно подчеркнуть, что этот представленный в литературе эффект воспроизводится в рамках рассмотренного подхода.

## 1.8 Основные результаты

Решена задача о распространении магнитоупругих волн вдоль хиральной оси гелимагнетика гексагональной симметрии в присутствии внешнего магнитного поля. Рассмотрены две ориентации этого поля, когда оно приложено вдоль геликоидальной оси и перпендикулярно к ней, на примере диалькогенида  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Закон дисперсии таких волн обнаруживает особенности в зависимости от основного состояния хиральной магнитной подсистемы, соответственно:

1) Показана невзаимность спектра магнитоупругих волн в конической фазе относительно смены знака волнового числа, которая обуславливает появление акустической активности и существенной асимметрии магнитоупругих щелей и представляет собой динамический эффект. Дано объяснение отсутствия запрещенной зоны в спектре квазиспиновой моды при  $k = 0$ , и указана роль неоднородных равновесных деформаций в этом. Отмечена возможность экспериментального определения магнитоупругой постоянной  $b_{44}$  на основе измерений полосы поглощения ультразвука в состоянии вынужденного ферромагнетизма.

2) Впервые вычислен спектр магнитоупругих волн в фазе магнитной солитонной решетки с помощью разложения периодических коэффициентов уравнений движения в ряд по степеням эллиптического модуля. Обнаружено мультрезонансное поведение дисперсии магнитоупругих волн в этой фазе, которое хорошо согласуется с интуитивными представлениями о том, что магнитоакустический резонанс должен возникать всякий раз, когда волновой вектор распространяющейся вдоль хиральной оси поперечной упругой волны кратен вектору обратной решетки магнитной периодической сверхструктуры.

В качестве обобщающего результата можно отметить, что распространение магнитоупругих волн вдоль хиральной оси гелимагнетиков демонстрирует возможность контролируемого управления резонансными свойствами таких материалов и характеристиками ультразвука внешним магнитным полем, что открывает дополнительные возможности для применения этих систем в технических приложениях.

Ключевые результаты этой главы опубликованы в работе [А6].

## ГЛАВА 2

### Описание эффектов структурной хиральности в рамках микрополярной теории упругости

В этой главе рассматривается прямое влияние структурной хиральности на фононный спектр нецентросимметричного кристалла. Хиральность, определяемая как асимметрия объекта при его зеркальном отражении, играет важную роль в биологии, химии и физике [118]. В частности, понимание связи структурной хиральности с равновесными и динамическими свойствами материалов способствует расширению функциональности хиральных систем [33]. Возникновение взаимодействия Дзялошинского-Мории в кубических хиральных гелимагнетиках можно рассматривать как равновесное проявление структурной хиральности [119]. Каноническим примером динамического процесса, контролируемого структурной хиральностью, является оптическая активность, когда распространение через хиральный материал циркулярно поляризованного света зависит от типа поляризации электромагнитной волны [126]. Механический аналог оптической активности, так называемая акустическая активность, существование которой было впервые предсказано в работе [127], а затем экспериментально подтверждено для хирального  $\alpha$ -кварца [128], в последнее время привлекает к себе все большее внимание из-за создания искусственных хиральных микрополярных метаматериалов [129,130].

Заметим, что феноменологическое описание акустической активности с помощью вкладов пространственной дисперсии первого порядка в упругие постоянные носит нелокальный характер [127,128]. По этой причине такой подход нельзя обосновать в рамках традиционной теории упругости, учитывающей только поступательные смещения частиц сплошной среды [34]. Оказывается, что микрополярная теория упругости [18,19] позволяет получать хиральные эффекты в случае кристаллов без центра инверсии [131]. Однако, в литературе распространение микрополярных упругих волн в кристаллах рассматривает-

ся редко. В связи с этим следует отметить пионерские исследования спектра микрополярных возбуждений centrosymmetric соединения  $\text{KNO}_3$ , демонстрирующие отсутствие эффектов невзаимности при смене направления распространения упругой волны [35,36].

В данной главе обсуждается задача о распространении микрополярных упругих волн в неcentrosymmetric кристалле вдоль хиральной оси на примере соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Закон дисперсии таких волн обнаруживает поляризационно-зависимое расщепление фононных зон чисто упругой подсистемы без привлечения взаимодействий с другими подсистемами. При этом гибридизация вращательных и поступательных степеней свободы может приводить к появлению ротонно-подобного минимума поперечной акустической фононной ветви, напоминающего спектр элементарных возбуждений в сверхтекучем  $^4\text{He}$ .

## 2.1 Микрополярная теория упругости

В рамках микрополярной теории упругости [18] поле поступательных смещений  $u_k \equiv u_k(\mathbf{r}, t)$  дополняется полем микровращений  $\varphi_m \equiv \varphi_m(\mathbf{r}, t)$ , которые вместе описывают положение микроэлемента сплошной среды (см. рисунок 2.1). Микродеформации, возникающие при этом, определяются двумя линейными микрополярными тензорами  $\varepsilon_{kl} = \partial_l u_k - \epsilon_{klm} \varphi_m$  и  $\gamma_{kl} = \partial_l \varphi_k$ , где  $\epsilon_{klm}$  – символ Леви-Чивиты, а по повторяющемуся индексу ведется суммирование.

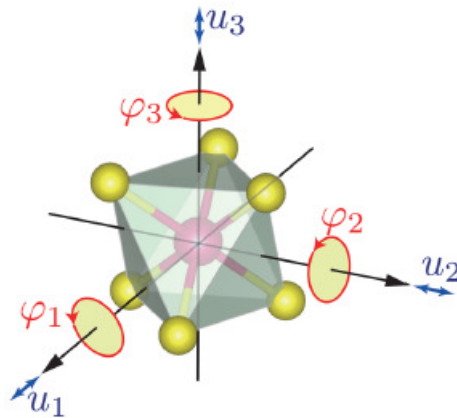


Рисунок 2.1 – Схематичное изображение вращательных  $\varphi_m$  и поступательных  $u_k$  степеней свободы жесткой структурной единицы  $\text{CrS}_6$  (123 соответствуют  $xyz$ ), которая представляет собой микроэлемент сплошной среды.

Плотность энергии, соответствующая таким деформациям, задается квадратичной формой  $U = A_{klmn} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} / 2 + B_{klmn} \gamma_{kl} \gamma_{mn} / 2 + C_{klmn} \varepsilon_{kl} \gamma_{mn}$ , в которой

третье слагаемое меняет свой знак под действием оператора инверсии, в то время как первые два – не меняют. Следует отметить, что именно эта хиральная связь между тензорами  $\varepsilon_{kl}$  и  $\gamma_{mn}$ , возможная только в нецентросимметричных кристаллах, вызывает поляризационно-зависимое расщепление фононных зон.

Обсудим возможность описания упругой подсистемы слоистого соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  в терминах микрополярной теории упругости. Отметим, что основные особенности кристаллической структуры анализируются в первой главе настоящей диссертации. В рамках текущего рассмотрения допустим, что октаэдры  $\text{CrS}_6$  слабо связаны друг с другом, а интеркаляция усиливает связь между слоями [132], при этом расстояния между соответствующими ионами  $d(\text{Cr-S}) = 0.2393$  нм [133] и  $d(\text{Nb-S}) = 0.247 - 0.250$  нм [134]. Тогда октаэдр  $\text{CrS}_6$  (см. рисунок 2.1) может быть смоделирован как жесткая структурная единица в предположении, что моды относительных внутренних смещений ионов Cr и S не возбуждаются в процессе распространения микрополярных упругих волн.

## 2.2 Уравнения движения микрополярной сплошной среды

Продемонстрируем, как хиральная связь приводит к появлению качественно новых особенностей дисперсии фононов, рассматривая распространение плоских волн вдоль хиральной оси  $z$ .

Для описания поперечных мод оказывается удобным ввести циркулярные компоненты смещения  $u_{\pm} \equiv u_x \pm iu_y$  и вращения  $\varphi_{\pm} \equiv \varphi_x \pm i\varphi_y$ , где  $+$  и  $-$  соответствуют левой или правой циркулярной поляризации. В результате уравнения движения [A3] для поперечных мод расщепляются

$$\rho \partial_t^2 u_{\pm} = A_{55} \partial_z^2 u_{\pm} + C_{74} \partial_z^2 \varphi_{\pm} \mp i(A_{47} - A_{55}) \partial_z \varphi_{\pm}, \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \rho j_{\pm} \partial_t^2 \varphi_{\pm} = & C_{74} \partial_z^2 u_{\pm} \mp i(A_{47} - A_{55}) \partial_z u_{\pm} + B_{44} \partial_z^2 \varphi_{\pm} \mp \\ & \mp 2i(C_{44} - C_{74}) \partial_z \varphi_{\pm} - (A_{44} - 2A_{47} + A_{55}) \varphi_{\pm}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где  $\rho = 5.029$  г/см<sup>3</sup> – плотность микрополярной сплошной среды [100],  $j_{\pm} \equiv j_{11} = 0.5 \cdot 10^{-19}$  м<sup>2</sup> – компонента тензора микроинерции [18], а компоненты тензоров четвертого ранга, записанные в компактной форме для гексагональной симметрии  $P6_322$  [115], рассматриваются в качестве феноменологических постоянных.

Гибридизация циркулярно поляризованных мод  $u_{\pm}$  и  $\varphi_{\pm}$  приводит к появлению акустической и оптической ветвей спектра поперечных волн, распространяющихся в микрополярной сплошной среде.

Важно отметить возникновение в уравнениях движения (2.1) и (2.2), помимо линейного градиентного слагаемого  $\mp 2i(C_{44} - C_{74})\partial_z\varphi_{\pm}$ , напоминающего магнитное взаимодействие Дзялошинского-Мории [101], слагаемых, содержащих вторую производную, а именно  $C_{74}\partial_z^2\varphi_{\pm}$  и  $C_{74}\partial_z^2u_{\pm}$ , каждое из которых нарушает  $\mathcal{P}$ -симметрию, что существенно отличается от случая одноосного хирального гелимагнетика. По этой причине каждая из циркулярно поляризованных мод  $u_{\pm}$  или  $\varphi_{\pm}$  будет невзаимной в реальном пространстве, но они образуют пары  $(u_+, \varphi_+)$  и  $(u_-, \varphi_-)$ , инвариантные относительно операции обращения времени. Таким образом, фононы в микрополярном нецентросимметричном кристалле проявляют истинную хиральность [33] в отличие от фононного [120,135] или электрического [136] магнитохиральных эффектов, в которых  $\mathcal{P}$ -симметрия и  $\mathcal{T}$ -симметрия нарушаются одновременно. В этом смысле поперечные моды микрополярных упругих волн с одинаковой циркулярной поляризацией, распространяющихся вдоль хиральной оси, действительно можно называть хиральными фононами. Невзаимность таких возбуждений характеризуется поляризационно-зависимым расщеплением фононных зон, аналогичным расщеплению электронных зон, вызванному спин-орбитальным взаимодействием [137,138]. Отметим, что в отличие от первой главы настоящей диссертации, где невзаимность ультразвука индуцируется магнитной подсистемой, микрополярная теория упругости позволяет получить эффекты хиральности, оставаясь в рамках упругой подсистемы.

Уравнения, описывающие распространение продольных микрополярных упругих волн, имеют следующий вид

$$\rho \partial_t^2 u_z = A_{33} \partial_z^2 u_z + C_{33} \partial_z^2 \varphi_z, \quad (2.3)$$

$$\rho j_3 \partial_t^2 \varphi_z = C_{33} \partial_z^2 u_z + B_{33} \partial_z^2 \varphi_z - 2(A_{66} - A_{69}) \varphi_z, \quad (2.4)$$

где  $j_3 \equiv j_{33} = 10^{-19} \text{ м}^2$ , а отсутствие линейных градиентных слагаемых приводит к простой гибридизации продольных мод  $u_z$  и  $\varphi_z$ .

### 2.3 Поляризационно-зависимое расщепление фононных зон

Закон дисперсии микрополярных упругих волн можно получить с помощью подстановки  $u_\alpha(z, t) = u_{0\alpha}e^{i(kz-\omega t)}$  и  $\varphi_\alpha(z, t) = \varphi_{0\alpha}e^{i(kz-\omega t)}$  в уравнения движения (2.1-2.4), где  $\alpha$  принимает значения  $+$  или  $-$  в случае левой или правой циркулярной поляризации и значение  $3$  для продольных мод. Результаты расчетов представлены на рисунке 2.2. Заметим, что часть фононного спектра, испытывающая существенные изменения в результате гибридизации, соответствует длинам волн большим характерного размера микроэлемента  $\text{CrS}_6$ , когда приближение микрополярной сплошной среды можно считать корректным.

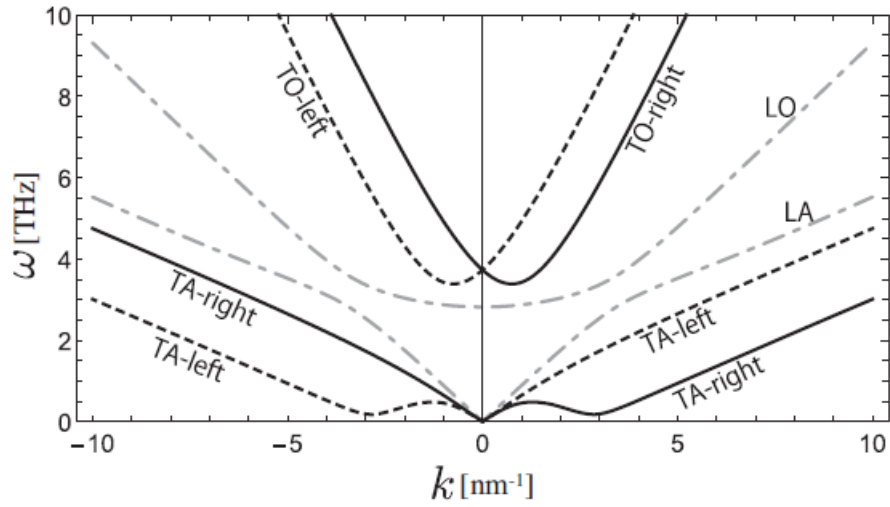


Рисунок 2.2 – Дисперсионные кривые хиральных фононов в микрополярном нецентросимметричном кристалле: акустическая (LA) и оптическая (LO) ветви продольных мод (штрихпунктирная линия), акустическая (TA-left) и оптическая (TO-left) ветви поперечных левополяризованных мод (пунктирная линия), акустическая (TA-right) и оптическая (TO-right) ветви поперечных правополяризованных мод (сплошная линия). При построении продольных ветвей использовались значения  $A_{33} = 0.4 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ,  $A_{66} = 4.9 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ,  $A_{69} = 4.7 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ,  $B_{33} = 1.5 \cdot 10^{-10} \text{ Н}$ ,  $C_{33} = 0.3 \text{ Н/м}$ . При построении поперечных ветвей использовались значения  $A_{44} = 0.21 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ,  $A_{55} = 0.215 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ,  $A_{47} = 0.195 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ,  $B_{44} = 10^{-10} \text{ Н}$ ,  $C_{44} = 0.44 \text{ Н/м}$ ,  $C_{74} = 0.36 \text{ Н/м}$ .

Дисперсионные соотношения, соответствующие шести ветвям фононного спектра, имеют общий вид

$$\left[ \omega_\alpha^{(O/A)} \right]^2 = \frac{1}{2\rho j_\alpha} \left[ b_\alpha + j_\alpha a_\alpha \pm \sqrt{(b_\alpha - j_\alpha a_\alpha)^2 + 4j_\alpha \Delta_\alpha^2} \right], \quad (2.5)$$

где верхний и нижний знаки в правой части выражения (2.5) соответствуют оптическим (O) и акустическим (A) ветвям фононного спектра. Зависимость

параметров  $a_\alpha$ ,  $b_\alpha$  и  $\Delta_\alpha$  от волнового числа определяется следующим образом:  $a_\pm = A_{55}k^2$ ,  $b_\pm = B_{44}k^2 \mp 2(C_{44} - C_{74})k + (A_{44} - 2A_{47} + A_{55})$ ,  $\Delta_\pm = C_{74}k^2 \mp (A_{47} - A_{55})k$ ,  $a_3 = A_{33}k^2$ ,  $b_3 = B_{33}k^2 + 2(A_{66} - A_{69})$ ,  $\Delta_3 = C_{33}k^2$ . В длинноволновом пределе частоты акустических ветвей спектра пропорциональны волновому числу, в то время как частоты оптических ветвей спектра стремятся к конечным значениям.

Невзаимность хиральных фононов (см. рисунок 2.2) должна сопровождаться акустической активностью [139], когда плоскость поляризации линейнополяризованной поперечной акустической волны испытывает вращение при движении вдоль хиральной оси. Непосредственные вычисления фазовых скоростей циркулярно поляризованных поперечных акустических мод на основе закона дисперсии (2.5) обнаруживают этот эффект [A3], причем в окрестности ротонно-подобного минимума он оказывается наиболее заметным, в то время как традиционный подход [127,128] предсказывает существование разности фазовых скоростей соответствующих мод при любом значении волнового числа.

Также следует отметить, что коротковолновая часть фононного спектра, которая существенно модифицируется в результате учета эффектов структурной хиральности в рамках микрополяриной теории упругости, не участвует в магнитоакустическом резонансе из первой главы настоящей диссертации.

## 2.4 Ротонно-подобный минимум в спектре хиральных фононов

Оказывается, что при определенном выборе параметров в выражении (2.5) акустическая ветвь спектра циркулярно поляризованных поперечных мод (TA-right) или (TA-left) может иметь минимум, напоминающий спектр элементарных возбуждений в сверхтекучем  $^4\text{He}$  [140,141]. Заметим, что появление минимума при длинах волн порядка линейного размера элементарной ячейки (см. рисунок 2.3) отражает гибридизацию вращательных и поступательных степеней свободы микроэлемента  $\text{CrS}_6$ .

Чтобы выяснить физику, которая соответствует появлению ротонно-подобного минимума, необходимо проследить, каким образом поступательные и вращательные моды входят в гибридизованные возбуждения. Для этого определим вес этих мод в гибридизованном состоянии с помощью безразмерных коэффициентов  $c_{u,\alpha} = u_{0\alpha}/\sqrt{j_\alpha}$  и  $c_{\varphi,\alpha} = \varphi_{0\alpha}$  [A3], чья зависимость от волнового числа для LA- и TA-right- ветвей спектра представлена на рисунке 2.4. Заметим, что

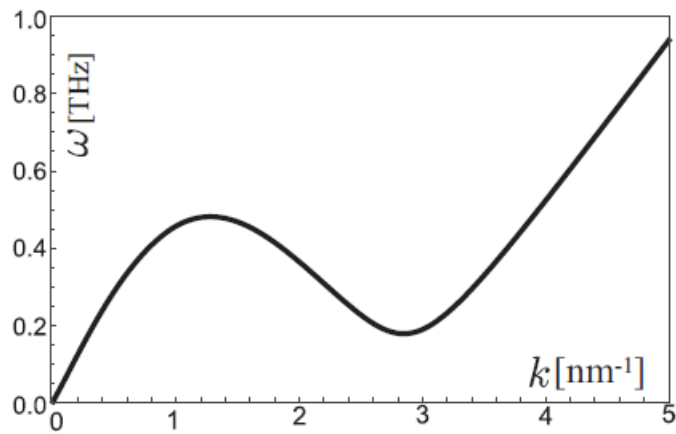


Рисунок 2.3 – Акустическая ветвь спектра правополяризованных поперечных мод (TA-right), специально выбранная из всех на рисунке 2.2 для анализа ротонно-подобного минимума.

гибридизация  $u_-$  и  $\varphi_-$  вызывает резонансное усиление вращательных степеней свободы  $\varphi_-$  в области ротонно-подобного минимума. Получается, что в результате гибридизации поперечная акустическая волна остается преимущественно поступательной, однако при распространении сопровождается локальными вращениями. Напротив, в случае распространения продольных волн поступательная и вращательная моды меняются местами вблизи пересечения соответствующих дисперсионных кривых (см. рисунок 2.2), которые в результате гибридизации образуют LA- и LO- ветви фонованого спектра.

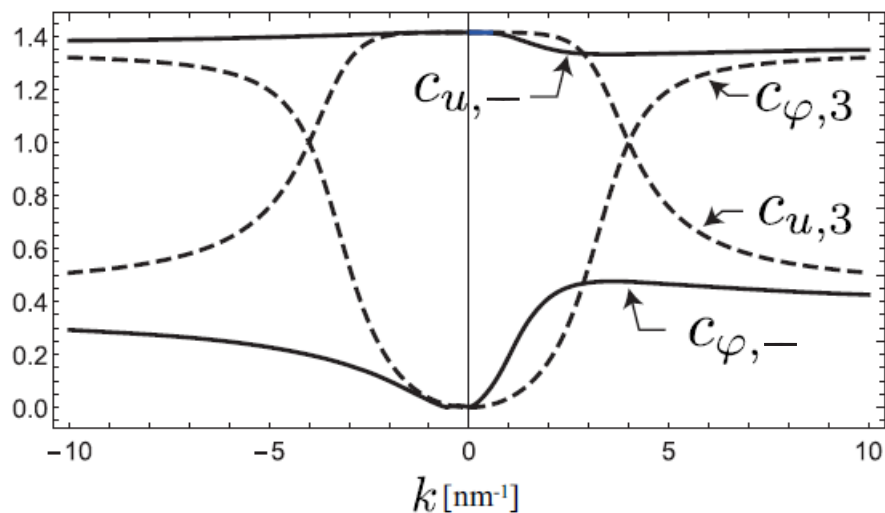


Рисунок 2.4 – Зависимость веса поступательной и вращательной мод от волнового числа для LA- (пунктирная линия) и TA-right- (сплошная линия) гибридизованных ветвей спектра микрополярных упругих волн.

Обсудим интересную параллель между TA-хиральными фононами и ротонными возбуждениями в сверхтекучем  $^4\text{He}$ . Первоначально ротонны интерпретировались как признак некой локальной завихренности. По мнению Фейнмана

[141], максимум структурного фактора  $S_{\mathbf{q}}$ , указывающий на ближний кристаллический порядок, обеспечивает ротонный минимум в спектре элементарных возбуждений через соотношение  $\omega_{\mathbf{q}} = q^2/2m S_{\mathbf{q}}$ . Впоследствии Нозьер [142,143] предложил альтернативный сценарий, в котором ротон следует рассматривать как зарождающуюся мягкую моду, связанную с кристаллической неустойчивостью. Согласно этой точке зрения, боголюбовские квазичастицы гибридизуются с мягкой модой флуктуаций плотности, что приводит к возникновению ротонного минимума. Оказывается, что спектр таких квазичастиц в результате гибридизации принимает вид, аналогичный спектру хиральных фононов (2.5), что говорит о подобии между поступательными смещениями и микровращениями с одной стороны и боголюбовскими квазичастицами и флуктуациями плотности с другой стороны [A3]. Однако, в случае сверхтекучего гелия ротонный минимум возникает в спектре продольной звуковой волны, тогда как в микрополярном нецентросимметричном кристалле этот эффект наблюдается при распространении поперечных упругих волн, а не продольных. Это различие подкрепляет аргументы Ландау и Фейнмана о том, что ротонны связаны с локальной завихренностью [140,141], поскольку микровращение действительно оправдывает название «ротон» – вращательное движение микроэлемента.

Рассмотрим еще одно сходство между ротонами в сверхтекучем  $^4\text{He}$  и ТА-хиральными фононами в микрополярном нецентросимметричном кристалле. Отметим, что конденсат бозонов стремится уменьшить значение ротонного минимума, но последний остается конечным из-за эффекта истощения конденсата [142,143]. Конечность ротонно-подобного минимума (он никогда не достигает нуля) следует из требования устойчивости кристалла относительно распространения микрополярных упругих волн [A3], причем наблюдение минимума возможно на границе области устойчивости (см. рисунок 2.5), что согласуется с представлениями Нозьера о ротонах как проявлении кристаллической неустойчивости. Таким образом, можно сформулировать следующий механизм возникновения ротонно-подобного минимума – при распространении акустической поперечной волны в результате гибридизации возбуждаются вращательные моды, которые стремятся разрушить дальний кристаллический порядок. При этом эффект наблюдается в классической системе, а значит такой тип фононной дисперсии не является уникальной особенностью квантовых систем.

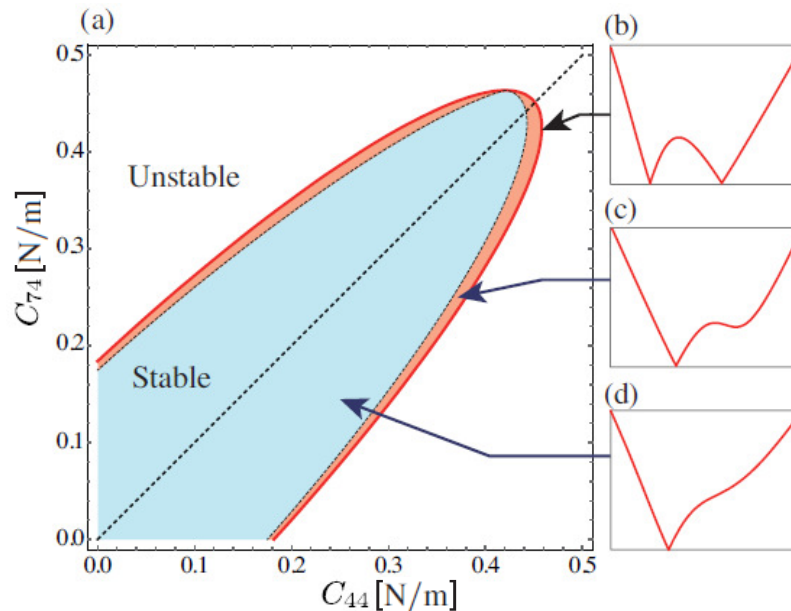


Рисунок 2.5 – (a) Области устойчивости (синяя и красная) и неустойчивости кристаллической структуры в плоскости параметров, нарушающих  $\mathcal{P}$ -симметрию. Красным отмечена область, в которой наблюдается ротонно-подобный минимум. (b)-(d) Профиль спектра правополяризованных хиральных фононов, соответствующий характерным областям. При построении использовались параметры, аналогичные рисунку 2.2, за исключением  $C_{44}$  и  $C_{74}$ . Отметим, что ротонно-подобный минимум возникает на границе области устойчивости и представляет собой мягкую моду кристаллической неустойчивости.

Заметим, что область параметров материала, в которой микрополярная теория упругости предсказывает существование ротонно-подобного минимума, слишком мала, что затрудняет его поиск в традиционных хиральных соединениях. При этом наличие вращательных степеней свободы у кристалла не гарантируется и требуется проверять в рамках решеточной модели [35]. Поэтому эффекты, предсказанные в работе [A3], в первую очередь разумно искать в других материалах. Например, особое внимание заслуживают искусственно созданные метаматериалы. Их главной особенностью является возможность управления упругими свойствами на этапе проектирования материала, что позволяет попасть в область параметров, в которой возможно наблюдение ротонно-подобного минимума. В связи с этим отметим две пионерские работы. В работе [84] выполнено моделирование метаматериала, которое подтверждает существование ротонно-подобного минимума у акустической ветви фононного спектра, а в работе [85] экспериментально обнаружен такой тип дисперсии фононов. Следует отметить, что на текущий момент ротонно-подобный минимум не был обнаружен в традиционных нецентросимметричных кристаллах, однако, сообщалось о наблюдении хиральных фононов [144,145].

## 2.5 Основные результаты

Решена задача о распространении микрополярных упругих волн в нецентросимметричном кристалле вдоль хиральной оси на примере соединения  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ . Закон дисперсии таких волн обнаруживает ряд особенностей:

1) Обнаружено поляризационно-зависимое расщепление фононных мод чисто упругой подсистемы, обусловленное хиральной связью поступательных и вращательных степеней свободы микроэлемента сплошной среды. При этом такие фононы проявляют истинную хиральность в отличие от магнитохиральных эффектов.

2) Продемонстрирована возможность появления ротонно-подобного минимума акустической ветви спектра хиральных фононов, вблизи которого ожидается наблюдение существенной акустической активности. Рассмотрено соответствие между поступательными смещениями и микровращениями в микрополярной сплошной среде и боголюбовскими квазичастицами и флуктуациями плотности в сверхтекучем  $^4\text{He}$ .

3) Показано, что конечность ротонно-подобного минимума следует из требования устойчивости кристаллической структуры относительно распространения микрополярных упругих волн. Сформулирован механизм возникновения ротонно-подобного минимума как проявление кристаллической неустойчивости, что согласуется с современными представлениями о ротонах.

В качестве обобщающего результата можно отметить, что возникновение ротонно-подобного минимума не является исключительно квантово-механическим эффектом, а может иметь и классическую природу. Тогда становится возможным наблюдение ротонного типа фононной дисперсии при комнатных температурах, что, в свою очередь, было экспериментально продемонстрировано на примере искусственно созданных метаматериалов.

Ключевые результаты этой главы опубликованы в работе [A3].

## ГЛАВА 3

**Идентификация решений модели двойного синус-Гордона с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии**

В этой главе рассматривается деформация хиральной магнитной солитонной решетки под действием однородно растягивающего механического напряжения. Следует отметить, что идея управления магнитным основным состоянием внешними упругими деформациями лежит в основе стрейнтроники [37,146]. Ожидается, что такой механизм позволит создавать устройства со сверхнизким потреблением энергии, приближающимся к пределу, обусловленному фундаментальными принципами [38]. Одной из значимых идей этих исследований является переключение намагниченности на основе магнитоупругого эффекта путем формирования дополнительной магнитной анизотропии, вызванной механическими напряжениями [39]. Такой подход был реализован в совершенно разных системах, в частности, можно отметить перемагничивание однодоменной наночастицы с помощью динамического упругого напряжения [40], переключение намагниченности под действием сверхбыстрых акустических импульсов [41] и управление ориентацией магнитных доменов через пьезоэлектрическую подложку [42-44].

В случае хиральных гелимагнетиков идеи стрейнтроники чаще всего используются применительно к скирмионной фазе. Например, в работе [46] была продемонстрирована возможность энергосберегающего управления скирмионной решеткой в кубическом хиральном гелимагнетике  $\text{MnSi}$  с помощью механических напряжений. Исследование магнитной подсистемы  $\text{FeGe}$  с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии обнаружило, что малые деформации кристаллической решетки приводят к значительному анизотропному изменению формы как отдельного скирмиона, так и скирмионной

решетки [45]. Такие магнитоупругие свойства скирмионной фазы обеспечивают новый подход к созданию устройств спинтроники [47,48].

В данной главе обсуждается возможность описания совместного действия внешнего магнитного поля и одноосного растягивающего напряжения, приложенных перпендикулярно к геликоидальной оси, на одноосный хиральный гелимагнетик в рамках модели двойного синус-Гордона. Оказывается, что ось индуцированной деформациями магнитной анизотропии может быть ориентирована либо вдоль внешнего магнитного поля, либо перпендикулярно к нему в зависимости от значений соответствующих одноионных магнитоупругих постоянных. Хиральная магнитная солитонная решетка искажается в присутствии дополнительной магнитной анизотропии, что соответствует трем разным решениям стационарного уравнения двойного синус-Гордона. Профили контраста Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии, вычисленные для этих решений на основе эффекта Ааронова-Бома, обнаруживают ряд особенностей, которые можно использовать для идентификации неоднородных магнитных конфигураций в реальных соединениях. Это предположение подтверждается непосредственным сравнением теоретических профилей с экспериментальными данными, полученными для прототипа модели – одноосного хирального гелимагнетика  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$ .

### 3.1 Модель двойного синус-Гордона

Проявление магнитоупругой связи в одноосном хиральном гелимагнетике было рассмотрено в первой главе настоящей диссертации на примере распространения связанных спиновых и акустических волн вдоль геликоидальной оси. При этом обратное влияние упругой подсистемы на основное состояние магнитной подсистемы не учитывалось. Такое приближение корректно для малых равновесных деформаций, индуцированных неоднородным магнитным фоном в результате слабой магнитоупругой связи. Однако, для деформаций, вызванных внешними механическими напряжениями, пренебрегать искажениями исходного магнитного упорядочения нельзя, поскольку магнитоупругий вклад в свободную энергию одноосного хирального гелимагнетика может оказаться одного порядка с зеемановским. В этом случае для определения искаженных неоднородных магнитных конфигураций необходимо одновременно минимизировать функционал свободной энергии для магнитной подсистемы (1.1) и магнитоупру-

того взаимодействия (1.9), считая компоненты тензора деформаций внешними параметрами [147].

Обсудим геометрию задачи (см. рисунок 3.1). Будем считать, что ось  $z$  совпадает с геликоидальной осью, внешнее магнитное поле приложено против оси  $x$ , а растягивающее механическое напряжение действует вдоль оси  $y$ . Тогда можно предположить, что в рамках текущего рассмотрения отличны от нуля только деформации  $u_{xx}$ ,  $u_{yy}$  и  $u_{zz}$ . Следует отметить, что магнитоупругие вклады, содержащие  $M_z^2$ , представляют собой лишь малые поправки к значению константы  $K_{\perp}$  сильной магнитной анизотропии типа легкая плоскость. Исключая их, можно получить магнитоупругий вклад, управляемый внешними деформациями  $u_{xx}$  и  $u_{yy}$ , в функционал свободной энергии одноосного хирального гелимагнетика

$$(b_{11} - b_{12})(u_{xx} - u_{yy})(M_0^2/2) \cos 2\varphi. \quad (3.1)$$

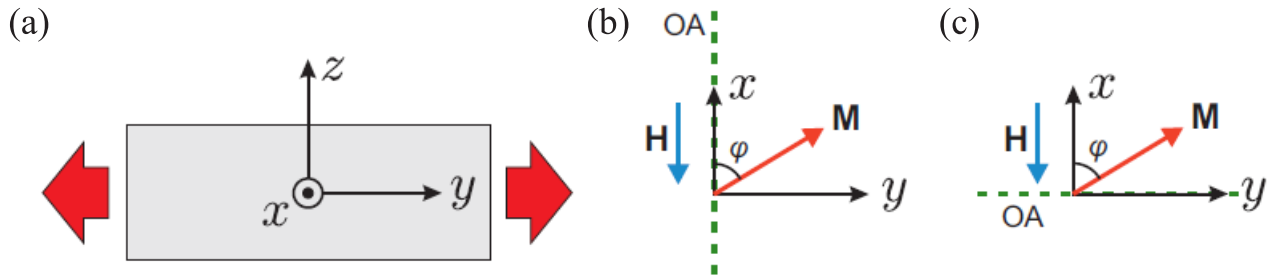


Рисунок 3.1 – Схема приложения внешнего магнитного поля (синяя стрелка) и одноосного растягивающего напряжения (красные стрелки). Отметим, что деформации  $u_{xx}$  и  $u_{yy}$  ( $u_{xx} - u_{yy} < 0$ ) формируют ось магнитоупругой анизотропии (зеленый пунктир): (b) вдоль внешнего магнитного поля в случае  $b_{11} - b_{12} > 0$ , (c) вдоль внешнего механического напряжения в случае  $b_{11} - b_{12} < 0$ .

Таким образом, задача по определению искажений хиральной магнитной солитонной решетки под действием одноосного растягивающего напряжения, приложенного перпендикулярно к геликоидальной оси, эквивалентна поиску основного состояния одноосного хирального гелимагнетика в присутствии внешнего магнитного поля и магнитокристаллической анизотропии второго порядка в плоскости, перпендикулярной к оси  $z$  [49], допускающего описание с помощью функционала свободной энергии

$$\mathcal{F}_{\text{dSG}}[\varphi] = \int dz \left\{ (\partial_z \varphi)^2 + 2q_0 \partial_z \varphi + \frac{H_x}{JM_0} \cos \varphi + \frac{(b_{11} - b_{12})(u_{xx} - u_{yy})}{2J} \cos 2\varphi \right\}. \quad (3.2)$$

Минимизация функционала (3.2) приводит к стационарному уравнению двойного синус-Гордона

$$d^2\varphi/dz^2 + (b_1/2) \sin \varphi + b_2 \sin 2\varphi = 0, \quad (3.3)$$

где параметр внешнего магнитного поля  $b_1 = H_x/JM_0 > 0$ , а параметр внешних механических деформаций  $b_2 = (b_{11} - b_{12})(u_{xx} - u_{yy})/2J$  может принимать как положительные значения, так и отрицательные. Далее будет показано, что в реальном соединении  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при указанных внешних условиях реализуется случай  $b_2 < 0$ , однако, на этапе обсуждения возможных решений уравнения (3.3) необходимо рассматривать и случай  $b_2 > 0$ . Следует отметить, что модель двойного синус-Гордона также использовалась для описания несоизмеримых структур в сегнетоэлектриках [52,53].

Тип равновесной конфигурации модели двойного синус-Гордона в зависимости от фиксированного значения параметров  $b_2$  и  $b_1$  удобно представить с помощью фазовой диаграммы на плоскости «деформации – поле» (см. рисунок 3.2). Отметим, что границы областей, соответствующих разным решениям уравнения (3.3), задаются аналитическими выражениями, содержащимися в работе [A4], что уточняет форму фазовой диаграммы, полученной для рассматриваемой модели в предыдущих исследованиях [50,57].

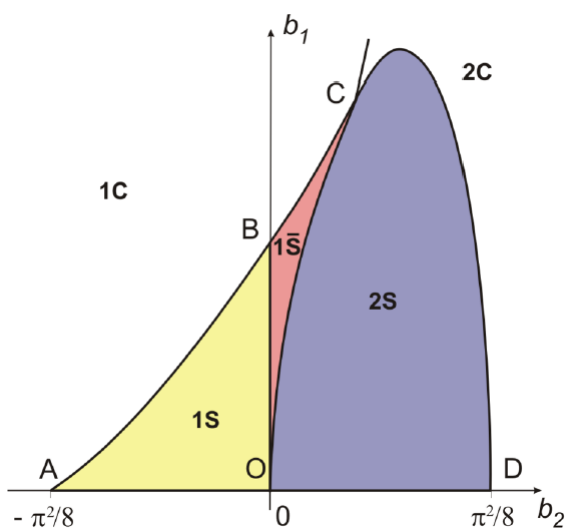


Рисунок 3.2 – Фазовая диаграмма модели двойного синус-Гордона в плоскости, образованной параметрами  $b_2$  и  $b_1$ , которые измеряются в единицах  $q_0^2$ . Точки А, В, С и D имеют координаты  $q_0^2(-\pi^2/8, 0)$ ,  $q_0^2(0, \pi^2/8)$ ,  $q_0^2(0.5, 2)$  и  $q_0^2(\pi^2/8, 0)$ , соответственно. Следует отметить, что в этих точках реализуются фазовые переходы из несоизмеримой конфигурации в соизмеримую при увеличении соответствующих параметров, а значит их можно использовать для экспериментального определения константы обмена  $J$  и магнитоупругих постоянных  $b_{11} - b_{12}$ .

Таким образом, уравнение (3.3) имеет два разных пространственно однородных решения, а именно  $\cos \varphi = -1$  (1C) и  $\cos \varphi = -b_1/(4b_2)$  (2C). Отметим, что эти соизмеримые фазы разделены на фазовой диаграмме линией  $b_1 = 4b_2$ . Линия АВ, в свою очередь, отделяет однородное решение (1C) от соответствующего ему пространственно неоднородного решения (1S), которое характеризуется чередованием ферромагнитных доменов и кинков одного типа (см. рисунок 3.3(a)). Аналитически такая несоизмеримая магнитная конфигурация определяется выражением [51]

$$\cos \varphi = \frac{2x_1 \operatorname{sn}^2(\tilde{z}, \kappa) + 1 - x_1}{2 \operatorname{sn}^2(\tilde{z}, \kappa) - 1 + x_1}, \quad (3.4)$$

где  $\operatorname{sn}(\tilde{z}, \kappa)$  – эллиптический синус Якоби,  $\tilde{z}$  – безразмерная координата, а эллиптический модуль параметризуется следующим образом

$$\kappa^2 = \frac{2(x_2 - x_1)}{(x_2 + 1)(1 - x_1)}, \quad (3.5)$$

причем  $x_2 = -x_1 - b_1/(2b_2) > 1$ , а  $x_1 < -1$  соответствует минимуму энергии одноосного хирального гелимагнетика в присутствии магнитоупругого взаимодействия, которая приходится на единицу длины [A4]. Отметим, что неоднородное решение (1S), которое реализуется в области ОВС фазовой диаграммы, описывается аналогичным выражением (3.4), но с другой параметризацией, а именно  $x_2 < x_1 < -1$  (см. рисунок 3.3(b)). По этой причине линия ОВ не соответствует какому-либо фазовому переходу.

В области ОСД фазовой диаграммы (см. рисунок 3.2) реализуется пространственно неоднородное решение (2S). Эта несоизмеримая магнитная фаза характеризуется чередованием кинков двух типов (см. рисунок 3.3(c)), разделяющих ферромагнитные домены, ориентация намагниченности в которых совпадает с однородным решением (2C). Такое магнитное упорядочение описывается следующим выражением [50]

$$\cos \varphi = \frac{l - \operatorname{cn}(\tilde{z}, \kappa)}{1 - l \operatorname{cn}(\tilde{z}, \kappa)}, \quad (3.6)$$

где  $\operatorname{cn}(\tilde{z}, \kappa)$  – эллиптический косинус Якоби, а эллиптический модуль параметризуется так  $\kappa^2 = l(l + 4b_2/b_1)/(l^2 - 1)$ , что  $l$  имеет смысл постоянной интегрирования уравнения (3.3), значение которой определяется условием миниму-

ма соответствующей плотности энергии одноосного хирального гелимагнетика [A4]. Следует отметить, что неоднородные решения  $(2S)$  и  $(1\bar{S})$  совпадают на линии ОС, а термодинамический потенциал не обнаруживает при этом каких-либо особенностей [148]. Поэтому пересечение этой линии не является фазовым переходом [50]. С другой стороны, границы между несоизмеримыми и соизмеримыми фазами, а именно линии АВ, ВС и CD, соответствуют непрерывным фазовым переходам второго рода нуклеационного типа [149].

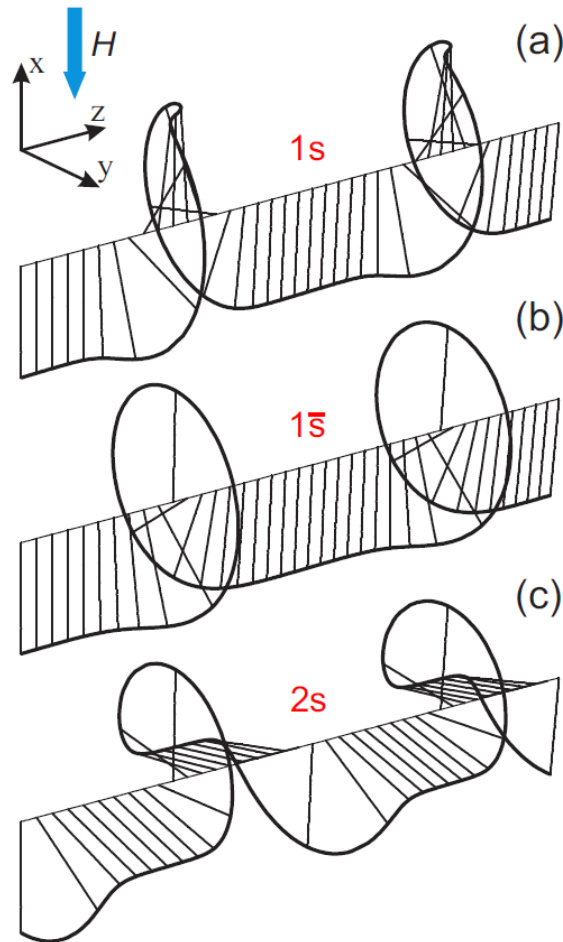


Рисунок 3.3 – Пространственное распределение намагниченности в несоизмеримых фазах модели двойного синус-Гордона. Отметим роль дополнительной магнитной анизотропии, индуцированной внешними механическими напряжениями, в формировании этих фаз: (а) ось магнитоупругой анизотропии, ориентированная вдоль внешнего магнитного поля, деформирует исходный кинк, формируя в нем ферромагнитно упорядоченную область, в результате чего размер кинка увеличивается; (б) в этом случае ось анизотропии формируется перпендикулярно магнитному полю, делая направление по оси  $x$  энергетически невыгодным, что приводит к уменьшению размера кинка; (в) конкуренция между внешним магнитным полем и индуцированной магнитной анизотропией приводит к появлению двух энергетически эквивалентных направлений намагниченности, а необходимость непрерывного вращения последней при движении вдоль оси  $z$  формирует два типа кинков, а именно ориентированных по полю и против него.

Рисунок 3.3 наглядно демонстрирует возможность управления магнитным порядком в одноосных хиральных гелимагнетиках с помощью совместного действия внешнего магнитного поля и внешних механических напряжений. Однако, для создания устройств спинтроники на основе такого механизма необходимо уметь идентифицировать несоизмеримые фазы модели двойного синус-Гордона в реальных соединениях. Например, пространственно неоднородные решения  $(1S)$  и  $(1\bar{S})$  можно косвенно различать по зависимости критического магнитного поля фазового перехода в соизмеримую фазу от внешних механических напряжений (см. рисунок 3.2). Следует отметить, что в предыдущих исследованиях обсуждалась принципиальная возможность наблюдения несоизмеримых фаз модели двойного синус-Гордона с помощью нейтронографии [57], однако, в последнее время свою эффективность при изучении неоднородного магнитного порядка в тонких пленках  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  подтвердила просвечивающая лоренцевская электронная микроскопия [54-56]. Покажем, что указанный экспериментальный метод можно использовать для идентификации несоизмеримых фаз модели двойного синус-Гордона.

### 3.2 Определение контраста Френеля для решений стационарного уравнения двойного синус-Гордона

Электронная голография обеспечивает доступ к магнитному сдвигу фазы волновой функции электрона, возникающему при прохождении электронного пучка через образец с неоднородным магнитным упорядочением в основном состоянии [150,151]. Существует несколько способов получить изображение магнитной структуры с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии. Например, дифференциальный фазовый контраст восстанавливает первую производную сдвига фазы [152,153], в то время как контраст Френеля определяется второй производной [154]. Основанный на расфокусировке изображения экспериментальный метод получения контраста Френеля обычно используется для визуализации доменных стенок, а значит подходит для изучения искажений хиральной магнитной солитонной решетки в присутствии внешних механических напряжений [147].

В случае неоднородности намагниченности только вдоль оси  $z$  и при малых значениях расфокусировки  $\Delta f$  интенсивность сигнала Френеля связана со сдвигом фазы соотношением  $I(\mathbf{r}) \approx 1 - (\lambda \Delta f / 2\pi) \partial_z^2 \phi(z)$ , где  $\lambda$  – длина вол-

ны электронного пучка [155]. Будем считать, что электронный пучок проходит через образец, имеющий форму тонкой пленки толщиной  $2d$ , расположенной в плоскости  $yz$ , вдоль оси  $x$  (см. рисунок 3.4). Тогда в присутствии несоизмеримой фазы модели двойного синус-Гордона описать появление магнитного сдвига фазы волновой функции электрона можно на основе эффекта Ааронова-Бома [156]

$$\phi(z) = -\frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} A_x(\mathbf{r}) dx, \quad (3.7)$$

где  $\mathbf{A}$  – магнитный векторный потенциал внутри образца,  $e$  – элементарный электрический заряд,  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка.

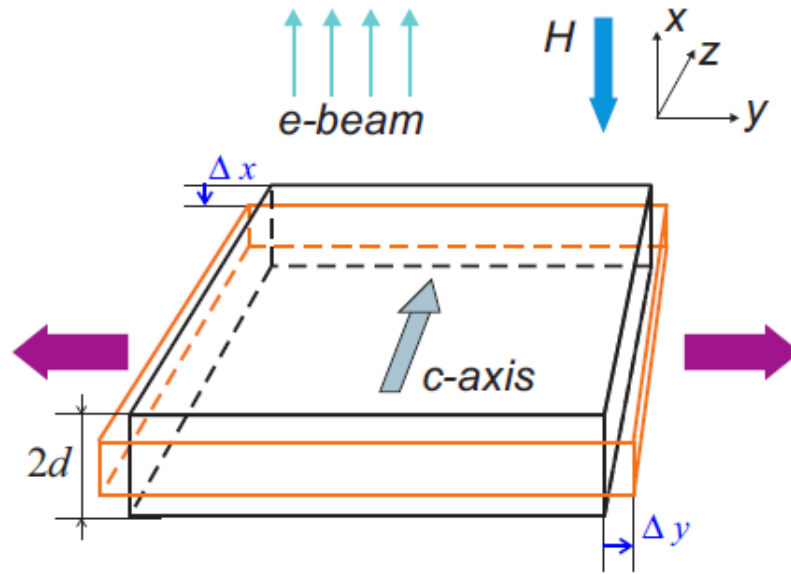


Рисунок 3.4 – Схема эксперимента по изучению совместного действия внешнего магнитного поля (синяя стрелка) и одноосного механического напряжения (фиолетовые стрелки) на одноосный хиральный гелимагнетик с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии.

Для периодических магнитных структур оказывается удобным вычисление магнитного фазового сдвига (3.7) с помощью преобразования Фурье [86,157,158]

$$\phi(z) = -\frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_y}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} A_x(0, k_y, k_z) e^{ik_z z}, \quad (3.8)$$

где  $A_x(\mathbf{k}) = -(i\mu_0 k_z / \mathbf{k}^2) M_y(\mathbf{k})$ ;  $\mu_0$  – магнитная постоянная, а для  $M_y(\mathbf{k}) \equiv$

$\equiv M_0 \int d\mathbf{r} \sin \varphi(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  с учетом геометрии, указанной на рисунке 3.4, можно получить явное выражение

$$M_y(\mathbf{k}) = 4\pi M_0 \delta(k_y) \frac{\sin(k_x d)}{k_x} \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \sin \varphi(z), \quad (3.9)$$

где для удобства предполагается бесконечность образца в плоскости  $yz$ ,  $\delta(\dots)$  – дельта-функция. Таким образом, исходная задача по определению магнитного фазового сдвига (3.7) сводится к поиску преобразований Фурье пространственно неоднородных решений стационарного уравнения двойного синус-Гордона. Соответствующие расчеты были впервые выполнены в работе [A4]. Здесь отметим полученные выражения.

В случае несоизмеримой фазы (1S) магнитный фазовый сдвиг имеет следующий вид

$$\phi(z) = -\frac{2e\mu_0 M_0 d}{\hbar \sqrt{-2b_2}} \left[ \text{am}(\tilde{z}+b, \kappa) - \text{am}(\tilde{z}-b, \kappa) - \pi b/K(\kappa) \right], \quad (3.10)$$

где  $\text{am}(\dots, \kappa)$  – соответствующая эллиптическая функция Якоби,  $K(\kappa)$  – полный эллиптический интеграл первого рода,  $\kappa$  определяется выражением (3.5), а  $b$  задается уравнением  $\text{sn}^2(b, \kappa) = (x_2 + 1)/(x_2 - x_1)$ .

Для пространственно неоднородного решения (1 $\bar{S}$ ) магнитный сдвиг фазы волновой функции электрона определяется выражением

$$\begin{aligned} \phi(z) = \frac{2e\mu_0 M_0 d}{\hbar \sqrt{2b_2}} \left\{ i \text{am}[\tilde{z}-K+i(K'-b)] - \right. \\ \left. - i \text{am}[\tilde{z}-K-i(K'-b)] + \frac{\pi}{K}(K'-b) \right\}, \quad (3.11) \end{aligned}$$

где зависимость от  $\kappa$  была опущена,  $K' \equiv K(\sqrt{1-\kappa^2})$ , а  $b$  задается уравнением  $\text{sn}^2(b, \sqrt{1-\kappa^2}) = (x_2 + 1)/(x_2 - 1)$ .

При прохождении электронного пучка через образец, в котором реализуется несоизмеримое решение (2S), возникающий при этом магнитный фазовый сдвиг можно вычислить по формуле

$$\phi(z) = \frac{2e\mu_0 M_0 d}{\hbar \sqrt{2b_2}} \left\{ -\frac{1}{4} \ln \left( \frac{1 - \kappa \text{cd}[\tilde{z}+i(K'-b)]}{1 + \kappa \text{cd}[\tilde{z}+i(K'-b)]} \right) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{4} \ln \left( \frac{1 - \kappa \operatorname{cd}[\tilde{z} - i(K' - b)]}{1 + \kappa \operatorname{cd}[\tilde{z} - i(K' - b)]} \right) + \frac{\pi}{2K} (K' - b) - \\
& - \frac{i}{2} \operatorname{am}[\tilde{z} - i(K' - b)] + \frac{i}{2} \operatorname{am}[\tilde{z} + i(K' - b)] \Big\}, \quad (3.12)
\end{aligned}$$

где  $\operatorname{cd}(\dots, \kappa)$  – соответствующая эллиптическая функция Якоби, связь между  $b$  и  $l$  определяется уравнением  $\operatorname{sn}^2(b, \sqrt{1 - \kappa^2}) = 1 - l^2$ .

Поскольку магнитный фазовый сдвиг удастся вычислить для каждой несоизмеримой фазы модели двойного синус-Гордона, контраст Френеля можно смоделировать в любой точке фазовой диаграммы, изображенной на рисунке 3.2. Тогда, рассматривая эволюцию профиля сигнала Френеля с увеличением внешнего магнитного поля  $b_1$  при фиксированных внешних деформациях  $b_2$ , можно выделить особенности контраста Френеля, необходимые для идентификации неоднородного магнитного порядка в реальных соединениях с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии (см. рисунок 3.5).

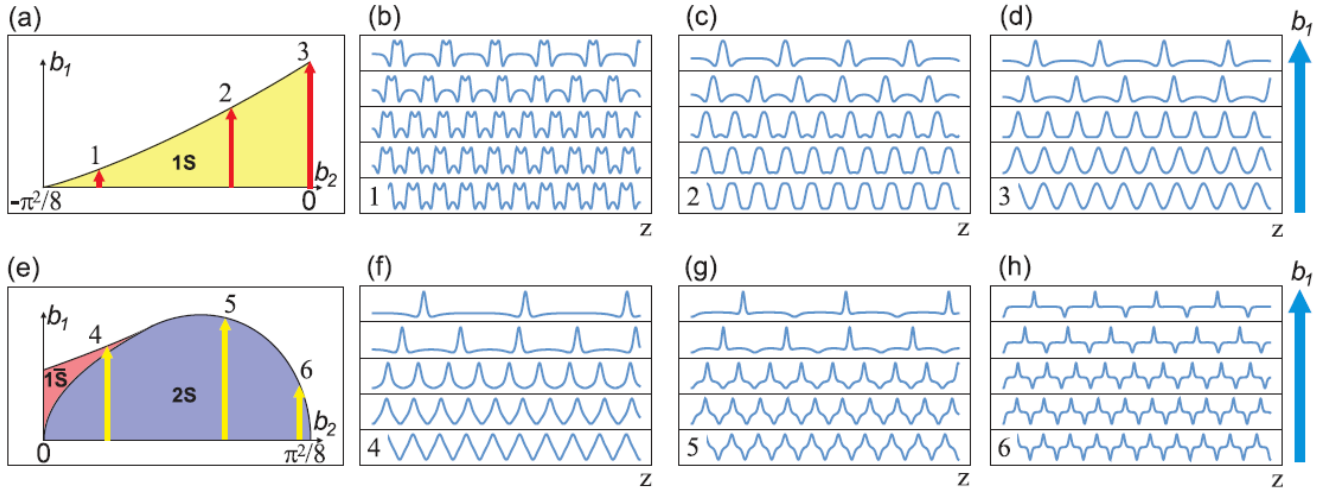


Рисунок 3.5 – Контраст Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии, характеризующий несоизмеримые фазы модели двойного синус-Гордона. (a) Эволюция профиля сигнала Френеля от (1S) фазы при увеличении внешнего магнитного поля  $b_1$  в случае конкретного значения внешних деформаций: (b)  $b_2 = -0.8\pi^2/8$ , (c)  $b_2 = -0.3\pi^2/8$ , (d)  $b_2 = 0$ . (e) Эволюция профиля сигнала Френеля от (2S) или ( $\bar{1}S$ ) фаз при увеличении внешнего магнитного поля  $b_1$  в случае конкретного значения внешних деформаций: (f)  $b_2 = 0.24\pi^2/8$ , (g)  $b_2 = 0.67\pi^2/8$ , (h)  $b_2 = 0.96\pi^2/8$ . Отметим, что параметр  $b_2$  измеряется в единицах  $q_0^2$ , а значения параметра  $b_1$  всегда выбираются равными 0.05, 0.30, 0.65, 0.99 и 0.9999 от критического значения, соответствующего фазовому переходу из несоизмеримой фазы в соизмеримую при указанных значениях параметра  $b_2$ .

Приступим к анализу полученных результатов, стартуя с контраста Френеля, смоделированного для недеформированного образца (см. рисунок 3.5(d)).

В этом случае неоднородный магнитный порядок допускает описание на основе модели синус-Гордона (1.4), чье поведение было хорошо изучено с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии [11,54,56]. Включение малого по сравнению с критическим магнитного поля слабо деформирует простую спираль, что соответствует почти синусоидальной форме сигнала Френеля. Увеличение внешнего магнитного поля  $b_1$  формирует у профиля сигнала Френеля острые пики и широкие плато, отражающие присутствие в образце кинков, ориентированных против поля, и ферромагнитно упорядоченных областей между ними, соответственно.

Малые внешние деформации  $b_2$  могут формировать ось магнитоупругой анизотропии вдоль внешнего магнитного поля (см. рисунок 3.1(b)), что приводит к увеличению размеров как кинков, так и ферромагнитных доменов (см. рисунок 3.3(a)). Такое искажение хиральной магнитной солитонной решетки можно обнаружить с помощью контраста Френеля по уширению основных пиков, связанных с кинками, и появлению малых пиков от ферромагнитных доменов (см. рисунок 3.5(c)).

Близкие к критическим внешние механические деформации кардинально модифицируют профиль сигнала Френеля, вызывая расщепление основных пиков и появление дополнительных пиков между основными, тем самым формируя симметричную структуру пиков «вверх-вверх-вниз-вниз», которая соответствует чередующимся ферромагнитным доменам с противоположной ориентацией намагниченности (см. рисунок 3.5(b)). Увеличение внешнего магнитного поля  $b_1$ , с одной стороны, уменьшает размер ориентированных против поля доменов, а с другой – приводит к росту ферромагнитно упорядоченных областей с ориентацией намагниченности по полю, в результате чего указанная симметричная структура контраста Френеля разрушается, что сопровождается трансформацией дополнительного пика в плато.

Отличительной особенностью эволюции  $(1\bar{S})$  фазы с ростом внешнего магнитного поля  $b_1$  является то, что ей предшествует  $(2S)$  фаза при меньших полях (см. рисунок 3.5(f)). Контраст Френеля при этом непрерывно трансформируется из сигнала треугольной формы от  $(2S)$  фазы в профиль  $(1\bar{S})$  фазы, характеризующийся основными пиками и плато между ними. Следует отметить, что по сравнению с профилем сигнала Френеля для  $(1S)$  фазы основные пики в случае  $(1\bar{S})$  фазы оказываются более узкими, а дополнительные пики между основными не появляются. Такое поведение контраста Френеля объясняется ориентаци-

ей оси индуцированной механическими напряжениями магнитной анизотропии перпендикулярно к внешнему магнитному полю (см. рисунок 3.1(c)).

При больших деформациях  $b_2$  изменение контраста Френеля с ростом внешнего магнитного поля  $b_1$  обусловлено только эволюцией (2S) фазы (см. рисунок 3.5 (g) и (h)). В случае малых полей (2S) фаза характеризуется симметричным несинусоидальным профилем сигнала Френеля, поскольку индуцированная внешними деформациями магнитная анизотропия преобладает над взаимодействием Зеемана. Однако, при увеличении магнитного поля формируются основные пики, соответствующие ориентированным против поля кинкам, и дополнительные противоположные пики, связанные с кинками, ориентированными по полю (см. рисунок 3.3(c)). Также следует отметить появление плато между основным и дополнительным пиками, что отражает образование ферромагнитных доменов, направление намагниченности в которых совпадает с однородным решением (2C) типа.

Таким образом, контраст Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии обнаруживает характерные особенности каждой несоизмеримой фазы модели двойного синус-Гордона, что позволяет идентифицировать неоднородный магнитный порядок в реальных одноосных хиральных гелимагнетиках при совместном действии внешнего магнитного поля и растягивающих механических напряжений. Отметим, что полученные результаты оказали влияние на дальнейшее развитие этого высокочувствительного к неоднородностям магнитного упорядочения экспериментального метода [159].

### 3.3 Наблюдение (1S) фазы в хиральном гелимагнетике $\text{CrNb}_3\text{S}_6$

Обсудим результаты исследования магнитного порядка в тонкой пленке  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при совместном действии внешнего магнитного поля и растягивающих механических напряжений с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии. Отметим, что схема эксперимента представлена на рисунке 3.4, а детали его реализации можно найти в работе [A4]. Приступим к анализу.

На рисунке 3.6(a) демонстрируется контраст Френеля области образца, содержащей границу между доменами противоположной хиральности (красная пунктирная линия), при значении внешнего магнитного поля равном 1728 Э. Кинкам соответствуют узкие темные или светлые линии, которые для нагляд-

ности выделяются черным или белым цветом, в зависимости от хиральности изучаемого домена [54]. Заметим, что линии контраста в исследуемой области оказываются параллельными друг другу, а значит модельное предположение о неоднородности магнитного порядка только вдоль оси  $z$  подтверждается. Также важно отметить появление дополнительных, более узких линий между основными, связанными с кинками, что не наблюдается в случае недеформированного образца [11]. При этом указать конкретное значение деформаций, в присутствии которых проводятся измерения, из условий эксперимента не удастся в силу его не идеальности и неоднородности образца, однако, сравнение смоделированного контраста Френеля с экспериментальными данными позволяет оценить величину деформаций в исследуемой области тонкой пленки.

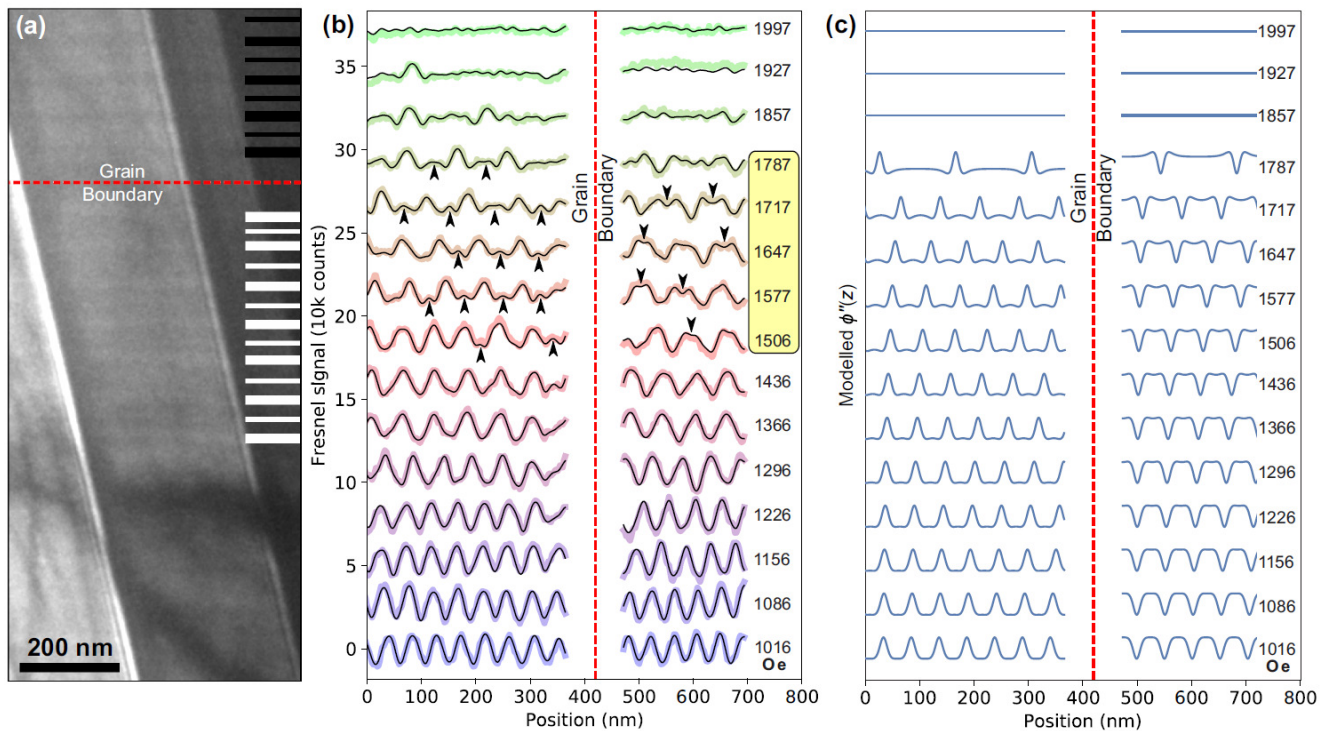


Рисунок 3.6 – Сравнение экспериментальных (b) и смоделированных (c) данных просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии. Красная пунктирная линия разделяет домены с противоположной хиральностью. (a) Изображение Френеля исследуемой области образца при  $H_x = 1728$  Э, где слабый магнитный контраст подчеркивается белым или черным цветом в зависимости от хиральности домена. (b) Эволюция профиля сигнала Френеля при увеличении внешнего магнитного поля в присутствии механических напряжений. Черными стрелками отмечены дополнительные пики, возникающие в диапазоне полей от 1.5 кЭ до 1.8 кЭ. Следует отметить, что переход в соизмеримую фазу наступает раньше, чем в случае недеформированного образца [100], что косвенно указывает на реализацию (1S) фазы. (c) С помощью выражения (3.10) для магнитного фазового сдвига от (1S) фазы удается воспроизвести эволюцию сигнала Френеля (b) при  $b_2 = -0.01\pi^2 q_0^2/8$ . Критическое значение поля при этом выбирается равным 1787.1 Э, что соответствует  $b_1 = 0.976\pi^2 q_0^2/8$  при указанном выше  $b_2$ .

Результаты экспериментального исследования магнитной структуры в тонкой пленке  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при увеличении внешнего магнитного поля в присутствии механических напряжений с помощью просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии представлены на рисунке 3.6(b). Цветные линии представляют собой усредненный сигнал Френеля, а черные – тот же сигнал после удаления шумов. Следует отметить, что сигнал Френеля испытывает инверсию при смене хиральности магнитного порядка исследуемой области. Обсудим эволюцию профиля сигнала Френеля с ростом магнитного поля. В случае малых полей профиль обладает почти синусоидальной формой. Увеличение поля приводит к появлению дополнительных пиков, отмеченных черными стрелками, в примерном диапазоне  $1500 \text{ Э} < H_x < 1800 \text{ Э}$ . При достижении полем значения  $1857 \text{ Э}$  сигнал Френеля начинает терять свою периодичность, что позволяет говорить о наступлении перехода в соизмеримую фазу. Следует отметить, что аналогичному процессу в случае недеформированного одноосного хирального гелимагнетика  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  соответствует критическое поле порядка  $2.3 \text{ кЭ}$  [100].

Перечисленные выше особенности экспериментального контраста Френеля позволяют идентифицировать несоизмеримую (1S) фазу модели двойного синус-Гордона в исследуемой области тонкой пленки  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при указанных внешних условиях. Подбирая значения параметров модели  $b_2$  и  $H_x^c$ , удается достичь соответствия между смоделированным контрастом Френеля и экспериментальным (см. рисунок 3.6(c)). С помощью этих значений можно оценить деформации в исследуемой области образца

$$u_{xx} - u_{yy} = \frac{2M_0 H_x}{(b_{11} - b_{12})M_0^2} \frac{b_2}{b_1}, \quad (3.13)$$

где  $b_2/b_1 \approx -0.01$ ,  $(b_{11} - b_{12})M_0^2 \sim 10^7 \text{ эрг/см}^3$  [120] и  $2M_0 H_x \approx 6.142 \cdot 10^5 \text{ эрг/см}^3$  дают  $u_{xx} - u_{yy} \sim -6 \cdot 10^{-4}$ , что совпадает по порядку величины с деформациями, наблюдаемыми в похожих экспериментах [45]. Таким образом, изучая искажения магнитной структуры, можно определять локальные деформации образца.

Итак, контраст Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии представляет собой высокочувствительный экспериментальный метод визуализации неоднородных магнитных структур, что подтверждается результатами, рассмотренными в данной главе настоящей диссертации, а также исследованиями влияния растягивающих деформаций на магнитные доменные

стенки в тонких пленках Ni [160] и структурного беспорядка на магнитные свойства одноосного хирального гелимагнетика  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  [161]. Идея управления хиральной магнитной солитонной решеткой путем формирования магнитоупругой анизотропии находит развитие в работе [162], где изучается влияние динамических деформаций на процесс образования кинков. Следует отметить, что в последнее время подобные исследования стали актуальными в связи с наблюдением хиральной магнитной солитонной решетки в соединении  $\text{Co}_8\text{Zn}_{10}\text{Mn}_2$  кубической симметрии при «комнатной» температуре [163], что открывает возможность создания высокотемпературных устройств спинтроники.

### 3.4 Основные результаты

Показано, что совместное действие внешнего магнитного поля и растягивающих механических напряжений, приложенных перпендикулярно к геликоидальной оси, на основное состояние одноосного хирального гелимагнетика допускает корректное описание в рамках модели двойного синус-Гордона. Для каждой несоизмеримой фазы этой модели впервые вычислен сдвиг фазы волновой функции электрона, возникающий при прохождении электронного пучка через область образца с неоднородным магнитным упорядочением в силу эффекта Ааронова-Бома.

С помощью этих аналитических расчетов:

1) Обнаружено, что контраст Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии, смоделированный для неоднородных решений стационарного уравнения двойного синус-Гордона, обладает характерными особенностями, которые позволяют идентифицировать неоднородный магнитный порядок в реальных соединениях при указанных внешних условиях.

2) Доказано, что в тонкой пленке  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при совместном действии внешнего магнитного поля и растягивающих механических напряжений, приложенных перпендикулярно к геликоидальной оси, реализуется несоизмеримая (1S) фаза модели двойного синус-Гордона.

3) Продемонстрирована возможность количественной оценки локальных деформаций образца путем достижения соответствия между экспериментальным контрастом Френеля и контрастом, полученным в результате модельного расчета.

В качестве обобщающего результата отметим, что возможность контролируемого управления основным состоянием одноосного хирального гелимагнетика в присутствии внешнего магнитного поля с помощью механических напряжений представляет практический интерес для приложений в области спинтроники и зарождающейся области стрейнтроники.

Ключевые результаты этой главы опубликованы в работе [A4].

## ГЛАВА 4

### Метастабильные магнитные состояния в $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ и температурная эволюция магнитного гистерезиса

В этой главе рассматривается теория магнитного гистерезиса, который был экспериментально обнаружен в соединении  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  [22], принадлежащем большому семейству интеркалатов дихалькогенидов переходных металлов, обладающих необычными физическими свойствами [164]. Например, соединения с общей формулой  $\text{Fe}_x\text{TiS}_2$ , где  $x$  – концентрация ионов железа, интеркалированных в ван-дер-ваальсовы щели между слоями  $\text{TiS}_2$  [165], в основном состоянии показывают совершенно разные типы магнитного упорядочения (спин-стекольное, антиферромагнитное или ферромагнитное) в зависимости от  $x$  [20]. В частности, соединение  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  демонстрирует дальний антиферромагнитный порядок в нулевом магнитном поле [21,166], однако, в процессе перемагничивания при низких температурах наблюдаются широкие петли гистерезиса, типичные для изинговского ферромагнетика [22]. Объяснить такое необычное поведение, привлекая только модель Изинга, представляется крайне проблематичной задачей, поскольку использование только обменных взаимодействий и одноионной магнитной анизотропии не может обеспечить необратимость в процессах перемагничивания [58]. Следует отметить, что необратимый метамагнитный переход, индуцированный внешним магнитным полем, из антиферромагнитного состояния в ферромагнитное может сопровождаться заметной магнитострикцией, что, например, было обнаружено при низких температурах в интерметаллическом соединении  $\text{Nd}_7\text{Rh}_3$  [59,60]. Тогда естественно предположить, что существование метастабильного ферромагнитного состояния в соединении  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  при низких температурах в нулевом магнитном поле обусловлено магнитоупругими взаимодействиями [23].

В данной главе обсуждается феноменологическая модель антиферромагнетика  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ , учитывающая допускаемые симметрией поправки от двухи-

онного магнитоупругого взаимодействия к модели Изинга в молекулярных полях. Численное решение соответствующих уравнений среднего поля позволяет построить широкие петли магнитного гистерезиса, типичные для изинговского ферромагнетика при низких температурах. Таким образом, показывается, что двухионное магнитоупругое взаимодействие действительно способно стабилизировать ферромагнитное упорядочение в антиферромагнитном соединении  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  при низких температурах в отсутствие внешнего магнитного поля, в то время как нагрев рассматриваемой системы разрушает такое состояние и приводит к появлению кривых намагничивания, характерных для антиферромагнетика при высоких температурах. Отметим, что метастабильность ферромагнитного состояния обсуждается отдельно и подтверждается сравнением энергий, непосредственно вычисленных для соответствующих магнитных фаз.

## 4.1 Модельный антиферромагнетик

Соединение  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  допускает феноменологическое описание на основе рассмотрения магнитной и упругой подсистем двухподрешеточного антиферромагнетика, а также их взаимодействия [A5].

### 4.1.1 Магнитная подсистема

Для описания магнитной подсистемы достаточно рассмотреть свехрешетку, образованную ионами железа  $\text{Fe}^{2+}$  в результате интеркаляции (см. рисунок 4.1) [167]. Дальний антиферромагнитный порядок, экспериментально обнаруженный в  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ , оказывается слишком сложным для детального описания в рамках текущего подхода, поэтому примем следующие упрощения. Будем считать, что в антиферромагнитном основном состоянии в каждой перпендикулярной к оси  $z$  плоскости магнитные моменты  $\text{Fe}^{2+}$  упорядочиваются ферромагнитно, а такие слои ионов железа, в свою очередь, упорядочены антиферромагнитно, при этом магнитные моменты могут быть ориентированы либо вдоль, либо против оси  $z$ .

Принятый выше за основное состояние магнитный порядок допускает описание в рамках модели Изинга [168,169]. Для этого объединим два иона Fe в магнитную элементарную ячейку так, как показано на рисунке 4.1, и учтем их обменную связь только между ближайшими соседями [170]. При этом предпо-

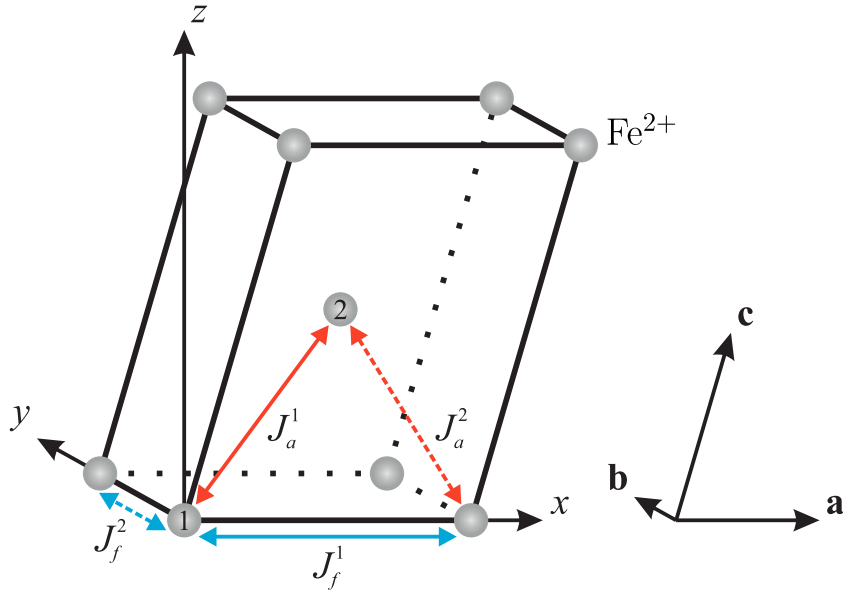


Рисунок 4.1 – Геометрия модельной решетки и схема обменных взаимодействий, где  $\mathbf{abc}$  – кристаллографическая система координат;  $xyz$  – кристаллофизическая декартова система координат;  $J_f^1, J_f^2, J_a^1, J_a^2$  – константы обмена; ионы железа 1 и 2 образуют магнитную ячейку.

лагается, что магнитные ионы  $\text{Fe}^{2+}$  испытывают ферромагнитное обменное взаимодействие, характеризующееся константами  $J_f^1 > 0$  и  $J_f^2 > 0$ , внутри каждой плоскости  $\mathbf{ab}$ , а между ними – антиферромагнитное обменное взаимодействие с константами  $J_a^1 > 0$  и  $J_a^2 > 0$ . Следует отметить, что на текущем этапе рассуждений приходится различать константы обмена, а именно  $J_f^1 \neq J_f^2$  и  $J_a^1 \neq J_a^2$ , поскольку модельная решетка, как и исходное соединение  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ , обладает моноклинной кристаллической структурой [22,167]. В таком случае гамильтониан магнитной подсистемы двухподрешеточного антиферромагнетика имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_m \equiv \sum_i \left( J_a^1 S_{i,1}^z \left( S_{i,2}^z + S_{i-b,2}^z + S_{i-a-c,2}^z + S_{i-a-b-c,2}^z \right) + \right. \\ \left. + J_a^2 S_{i,2}^z \left( S_{i+a,1}^z + S_{i+c,1}^z + S_{i+a+b,1}^z + S_{i+b+c,1}^z \right) - \right. \\ \left. - \sum_{\alpha=1}^2 \left( J_f^1 S_{i,\alpha}^z S_{i+a,\alpha}^z + J_f^2 S_{i,\alpha}^z S_{i+b,\alpha}^z + H S_{i,\alpha}^z \right) \right), \quad (4.1) \end{aligned}$$

где суммирование ведется по всем магнитным ячейкам сверхрешетки;  $S_{i,\alpha}^z$  –  $z$ -компонента спинового оператора в модели Изинга, причем  $i$  указывает на элементарную ячейку, к которой принадлежит магнитный ион, а  $\alpha = 1, 2$  различает ионы внутри магнитной ячейки, и вместе которые формируют решетку с базисом. Последнее слагаемое в выражении (4.1) описывает действие внешнего

магнитного поля  $H$  на магнитный ион, то есть представляет собой взаимодействие Зеемана. Будем считать, что магнитному полю, приложенному вдоль оси  $z$ , соответствует  $H > 0$ , а против  $-H < 0$ , при этом  $H$  измеряется в энергетических единицах.

### 4.1.2 Упругая подсистема

Отметим, что в упругой подсистеме двухподрешеточного антиферромагнетика могут появляться искажения кристаллической структуры, вызванные магнитоупругими взаимодействиями. Следуя работе [61], будем считать, что такие искажения имеют классическую природу. Тогда, используя приближение сплошной среды [34], можно записать свободную энергию слабо деформированного кристалла, обладающего моноклинной симметрией [115]

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_e \equiv & \frac{1}{2}(c_{11}u_{xx}^2 + c_{22}u_{yy}^2 + c_{33}u_{zz}^2) + c_{12}u_{xx}u_{yy} + c_{13}u_{xx}u_{zz} + c_{23}u_{yy}u_{zz} + \\ & + \frac{1}{2}(c_{44}u_{yz}^2 + c_{55}u_{xz}^2 + c_{66}u_{xy}^2) + (c_{15}u_{xx} + c_{25}u_{yy} + c_{35}u_{zz})u_{xz} + c_{46}u_{yz}u_{xy}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где  $c_{ij}$  – модули упругости, часть из которых для удобства была переопределена;  $u_{kl}$  – компоненты тензора деформаций, а  $k$  и  $l$  принимают значения  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

### 4.1.3 Связь магнитной и упругой подсистем

Магнитоупругие взаимодействия можно разделить на два типа, а именно одноионные и двухионные. В первом случае упругие деформации вызывают изменение одноионной магнитной анизотропии, приводящее лишь к сдвигу энергии основного состояния. Поэтому естественно предположить, что присутствие в кристалле однородных деформаций вызывает изменение константы обменного взаимодействия двух ионов. Такой механизм соответствует двухионному магнитоупругому взаимодействию, гамильтониан которого в рамках модели Изинга для моноклинной кристаллической структуры имеет следующий вид [61]

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{me}(\mathbf{f}, \mathbf{g}) \equiv & -(D_{13}(\mathbf{f}, \mathbf{g})u_{xx} + D_{23}(\mathbf{f}, \mathbf{g})u_{yy} + D_{33}(\mathbf{f}, \mathbf{g})u_{zz} + D_{53}(\mathbf{f}, \mathbf{g})u_{xz}) S_{\mathbf{f}}^z S_{\mathbf{g}}^z \\ \equiv & -\mathcal{D}(\mathbf{f}, \mathbf{g}; \hat{\mathbf{u}}) S_{\mathbf{f}}^z S_{\mathbf{g}}^z, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где  $\mathbf{f}$  и  $\mathbf{g}$  определяются положением взаимодействующих магнитных ионов в модельной решетке;  $D_{ij}(\mathbf{f}, \mathbf{g})$  – феноменологическая константа двухионного магнитоупругого взаимодействия;  $\hat{u}$  обозначает совокупность деформаций  $(u_{xx}, u_{yy}, u_{zz}, u_{xz})$ , которые принимают участие в двухионном магнитоупругом взаимодействии. Поскольку деформации  $\hat{u}$  не понижают симметрию модельной решетки, гамильтониан магнитной подсистемы (4.1) с учетом магнитоупругих взаимодействий примет следующий вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_m + \mathcal{H}_{me} = & \sum_i \left( (J_a^1 - \mathcal{D}_a^1(\hat{u})) S_{i,1}^z (S_{i,2}^z + S_{i-b,2}^z + S_{i-a-c,2}^z + S_{i-a-b-c,2}^z) + \right. \\ & + (J_a^2 - \mathcal{D}_a^2(\hat{u})) S_{i,2}^z (S_{i+a,1}^z + S_{i+c,1}^z + S_{i+a+b,1}^z + S_{i+b+c,1}^z) - \\ & \left. - \sum_{\alpha=1}^2 \left( (J_f^1 + \mathcal{D}_f^1(\hat{u})) S_{i,\alpha}^z S_{i+a,\alpha}^z + (J_f^2 + \mathcal{D}_f^2(\hat{u})) S_{i,\alpha}^z S_{i+b,\alpha}^z + H S_{i,\alpha}^z \right) \right). \end{aligned} \quad (4.4)$$

#### 4.1.4 Приближение среднего поля

Чтобы определить магнитные состояния, которые могут существовать в рассмотренной выше свёрхрешетке, необходимо одновременно минимизировать свободную энергию упругой (4.2) и магнитной (4.4) подсистем. Для этого применим приближение среднего поля к выражению (4.4) и в результате получим

$$\mathcal{H}_m^{\text{MFA}} + \mathcal{H}_{me}^{\text{MFA}} = E_0 - \sum_i \sum_{\alpha=1}^2 H_{\alpha}^{\text{eff}} S_{i,\alpha}^z, \quad (4.5)$$

где  $E_0$  – энергия основного состояния, которая имеет следующий вид

$$N(J_f^{\perp} + \mathcal{D}^{\perp}(\hat{u})) (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2) - 4N(J_a^{\parallel} - \mathcal{D}^{\parallel}(\hat{u})) \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle, \quad (4.6)$$

а  $H_1^{\text{eff}}$  и  $H_2^{\text{eff}}$  – молекулярные поля, действующие на первую и вторую подрешетки модельного антиферромагнетика, соответственно

$$H_1^{\text{eff}} \equiv H + 2(J_f^{\perp} + \mathcal{D}^{\perp}(\hat{u})) \langle S_1^z \rangle - 4(J_a^{\parallel} - \mathcal{D}^{\parallel}(\hat{u})) \langle S_2^z \rangle, \quad (4.7)$$

$$H_2^{\text{eff}} \equiv H + 2(J_f^{\perp} + \mathcal{D}^{\perp}(\hat{u})) \langle S_2^z \rangle - 4(J_a^{\parallel} - \mathcal{D}^{\parallel}(\hat{u})) \langle S_1^z \rangle. \quad (4.8)$$

Отметим, что в ходе преобразований некоторые величины были объединены, по-

сколькx они дают похожий вклад в молекулярные поля и по отдельности неизвестны:  $J_f^\perp \equiv J_f^1 + J_f^2$ ,  $J_a^\parallel \equiv J_a^1 + J_a^2$ ,  $\mathcal{D}^\perp(\hat{u}) \equiv \mathcal{D}_f^1(\hat{u}) + \mathcal{D}_f^2(\hat{u})$ ,  $\mathcal{D}^\parallel(\hat{u}) \equiv \mathcal{D}_a^1(\hat{u}) + \mathcal{D}_a^2(\hat{u})$ . Также были введены следующие величины, а именно  $N$  – число магнитных ячеек сверхрешетки;  $\langle S_1^z \rangle$  и  $\langle S_2^z \rangle$  – средние значения  $z$ -компоненты спинового оператора, соответствующие каждой из подрешеток модельного антиферромагнетика. Теперь из (4.5) можно получить выражение для свободной энергии упругой и магнитной подсистем

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_e + E_0 - TN \ln \left[ 4 \operatorname{ch}(H_1^{\text{eff}}/T) \operatorname{ch}(H_2^{\text{eff}}/T) \right], \quad (4.9)$$

где  $T$  – температура в энергетических единицах. Минимизируя  $\mathcal{F}$  как функцию многих переменных, получим систему алгебраических уравнений, которая определяет параметры порядка магнитной  $\langle S_1^z \rangle$  и  $\langle S_2^z \rangle$  и упругой  $u_{xx}^{(0)}$ ,  $u_{yy}^{(0)}$ ,  $u_{zz}^{(0)}$ ,  $u_{yz}^{(0)}$ ,  $u_{xz}^{(0)}$  и  $u_{xy}^{(0)}$  подсистем

$$\langle S_1^z \rangle = \operatorname{th}(H_1^{\text{eff}}/T), \quad (4.10)$$

$$\langle S_2^z \rangle = \operatorname{th}(H_2^{\text{eff}}/T), \quad (4.11)$$

$$c_{11}u_{xx}^{(0)} + c_{12}u_{yy}^{(0)} + c_{13}u_{zz}^{(0)} + c_{15}u_{xz}^{(0)} = ND_{13}^\perp (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2) + 4ND_{13}^\parallel \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle, \quad (4.12)$$

$$c_{12}u_{xx}^{(0)} + c_{22}u_{yy}^{(0)} + c_{23}u_{zz}^{(0)} + c_{25}u_{xz}^{(0)} = ND_{23}^\perp (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2) + 4ND_{23}^\parallel \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle, \quad (4.13)$$

$$c_{13}u_{xx}^{(0)} + c_{23}u_{yy}^{(0)} + c_{33}u_{zz}^{(0)} + c_{35}u_{xz}^{(0)} = ND_{33}^\perp (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2) + 4ND_{33}^\parallel \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle, \quad (4.14)$$

$$c_{15}u_{xx}^{(0)} + c_{25}u_{yy}^{(0)} + c_{35}u_{zz}^{(0)} + c_{55}u_{xz}^{(0)} = ND_{53}^\perp (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2) + 4ND_{53}^\parallel \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle, \quad (4.15)$$

где величины  $D_{ij}^\perp$  и  $D_{ij}^\parallel$  вводятся аналогично  $\mathcal{D}^\perp(\hat{u})$  и  $\mathcal{D}^\parallel(\hat{u})$ , а  $u_{yz}^{(0)} = 0$  и  $u_{xy}^{(0)} = 0$ , таким образом, симметрия модельной решетки действительно не понижается в результате учета магнитоупругих взаимодействий.

#### 4.1.5 Уравнения среднего поля для магнитной подсистемы

Систему линейных алгебраических уравнений (4.12-4.15) можно разрешить относительно равновесных деформаций, а затем, с помощью полученных выражений, исключить их из молекулярных полей (4.7) и (4.8). В результате оказывается, что магнитное состояние двухподрешеточного антиферромагнетика, обладающего моноклинной кристаллической структурой, описывается системой

уравнений (4.10) и (4.11), которые содержат следующие молекулярные поля

$$\begin{aligned}
H_1^{\text{eff}} = & H + 2J_f^\perp \langle S_1^z \rangle - 4J_a^\parallel \langle S_2^z \rangle + \\
& + 2N \langle S_1^z \rangle^3 (D_i^\perp C_{ij} D_j^\perp) / |C| + 4N \langle S_2^z \rangle^3 (D_i^\perp C_{ij} D_j^\parallel) / |C| + \\
& + 2N \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle^2 \left( (D_i^\perp C_{ij} D_j^\perp) + 8(D_i^\parallel C_{ij} D_j^\parallel) \right) / |C| + \\
& + 4N \langle S_2^z \rangle \langle S_1^z \rangle^2 \left( (D_i^\perp C_{ij} D_j^\parallel) + 2(D_i^\parallel C_{ij} D_j^\perp) \right) / |C|, \quad (4.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2^{\text{eff}} = & H + 2J_f^\perp \langle S_2^z \rangle - 4J_a^\parallel \langle S_1^z \rangle + \\
& + 2N \langle S_2^z \rangle^3 (D_i^\perp C_{ij} D_j^\perp) / |C| + 4N \langle S_1^z \rangle^3 (D_i^\perp C_{ij} D_j^\parallel) / |C| + \\
& + 2N \langle S_2^z \rangle \langle S_1^z \rangle^2 \left( (D_i^\perp C_{ij} D_j^\perp) + 8(D_i^\parallel C_{ij} D_j^\parallel) \right) / |C| + \\
& + 4N \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle^2 \left( (D_i^\perp C_{ij} D_j^\parallel) + 2(D_i^\parallel C_{ij} D_j^\perp) \right) / |C|, \quad (4.17)
\end{aligned}$$

где  $D_i^\sigma$  – компонента «вектора»  $\mathbf{D}^\sigma \equiv (D_{13}^\sigma, D_{23}^\sigma, D_{33}^\sigma, D_{53}^\sigma)$ ,  $\sigma$  принимает значения  $\perp$  или  $\parallel$ ;  $C_{ij}$  – алгебраическое дополнение соответствующего элемента матрицы  $C$  системы уравнений (4.12-4.15), а  $|C|$  – ее определитель; по повторяющимся индексам ведется суммирование от 1 до 4. Заметим, что выражения (4.16) и (4.17) содержат  $N$ , которое может принимать неограниченно большие значения, что не является проблемой, поскольку модули упругости  $c_{ij}$  в силу определения (4.2) пропорциональны  $N$ . Несмотря на то, что модули упругости и константы двухионного магнитоупругого взаимодействия в настоящем подходе предполагаются неизвестными, для точного учета магнитоупругого вклада в молекулярные поля (4.16) и (4.17) необходимо задать всего три константы

$$\mathcal{B}^{\sigma_1 \sigma_2} \equiv 2N (D_i^{\sigma_1} C_{ij} D_j^{\sigma_2}) / |C|, \quad (\sigma_1, \sigma_2 = \perp, \parallel) \quad (4.18)$$

поскольку  $\mathcal{B}^{\perp\perp} = \mathcal{B}^{\perp\parallel}$  в силу  $C_{ij} = C_{ji}$ . Будем считать, что двухионное магнитоупругое взаимодействие оказывает одинаковое влияние на магнитную подсистему модельного антиферромагнетика в каждой плоскости  $\mathbf{ab}$  и между ними, то есть  $\mathbf{D}^\perp = \mathbf{D}^\parallel$ , что позволяет ввести в рассмотрение обобщенную константу двухионного магнитоупругого взаимодействия

$$\mathcal{B} \equiv \mathcal{B}^{\perp\perp} = \mathcal{B}^{\parallel\parallel} = \mathcal{B}^{\perp\parallel} = \mathcal{B}^{\parallel\perp}, \quad (4.19)$$

которая «усредняет» вклады от различных деформаций в двухионное магнитоупругое взаимодействие. В результате вид молекулярных полей (4.16) и (4.17) сильно упрощается, но при этом теряется возможность определения равновесных деформаций по отдельности. Таким образом, в данном подходе деформации играют роль «посредника», через которого магнитная подсистема самосогласованно действует сама на себя, и это действие описывается константой  $\mathcal{B}$ .

Итак, основным результатом всех приближений являются уравнения, описывающие состояние магнитной подсистемы  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$

$$\langle S_\alpha^z \rangle = \text{th}(H_\alpha^{\text{eff}}/T), \quad (\alpha = 1, 2) \quad (4.20)$$

с помощью молекулярных полей, зависящих только от параметров порядка магнитной подсистемы, поскольку зависимость от деформаций удаётся исключить

$$\begin{aligned} H_1^{\text{eff}} = & H + 4J_f \langle S_1^z \rangle - 8J_a \langle S_2^z \rangle + \mathcal{B} \langle S_1^z \rangle^3 + \\ & + 2\mathcal{B} \langle S_2^z \rangle^3 + 9\mathcal{B} \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle^2 + 6\mathcal{B} \langle S_2^z \rangle \langle S_1^z \rangle^2, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} H_2^{\text{eff}} = & H + 4J_f \langle S_2^z \rangle - 8J_a \langle S_1^z \rangle + \mathcal{B} \langle S_2^z \rangle^3 + \\ & + 2\mathcal{B} \langle S_1^z \rangle^3 + 9\mathcal{B} \langle S_2^z \rangle \langle S_1^z \rangle^2 + 6\mathcal{B} \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle^2, \end{aligned} \quad (4.22)$$

где константы обмена  $J_f^\perp$  и  $J_a^\parallel$  были переопределены, а именно так  $J_f^\perp \equiv 2J_f$  и  $J_a^\parallel \equiv 2J_a$ , чтобы коэффициенты перед ними в выражениях (4.21) и (4.22) соответствовали числу ближайших соседей с таким же типом обменного взаимодействия.

## 4.2 Температурная эволюция магнитного гистерезиса

Теперь покажем, что уравнения (4.20) на качественном уровне позволяют объяснить температурное поведение формы магнитного гистерезиса, экспериментально обнаруженное в  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  [22] и  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$  при  $y < 0.5$  [23], с точки зрения учета двухионного магнитоупругого взаимодействия. Для этого необходимо зафиксировать параметры модели  $J_f$ ,  $J_a$  и  $\mathcal{B}$ , а затем, меняя внешние параметры  $H$  и  $T$ , численно решать уравнения (4.20). Отметим, что все параметры задачи измеряются в энергетических единицах, а значит удобно выделить

некоторый энергетический масштаб. В качестве такого масштаба, в единицах которого в дальнейшем будут измеряться величины  $J_a$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $T$  и  $H$ , выберем величину  $J_f$ . Заметим, что для решения уравнений (4.20) точное значение  $J_f$  не требуется, поэтому оставим его неопределенным.

### 4.2.1 Подбор параметров модели

Чтобы подобрать значения параметров  $J_a$  и  $\mathcal{B}$ , которые отвечают физике задачи, рассмотрим случай  $H = 0$ . Первым делом убедимся в существовании ферромагнитного решения, которому соответствует уравнение, полученное из системы (4.20) с помощью подстановки  $\langle S_1^z \rangle = S_f$  и  $\langle S_2^z \rangle = S_f$

$$S_f = \text{th} \left[ (4J_f S_f - 8J_a S_f + 18\mathcal{B} S_f^3) / T \right]. \quad (4.23)$$

Будем предполагать, что баланс обменных взаимодействий таков. В отсутствие магнитоупругих взаимодействий преимуществом обладает антиферромагнитный обмен, однако, их учет смещает баланс в пользу ферромагнитного порядка, поскольку двухионное магнитоупругое взаимодействие усиливает/ослабляет (ферро/антиферро)магнитный обмен, соответственно (4.7-4.8). Этим условиям можно удовлетворить, если взять следующие значения параметров  $J_a$  и  $\mathcal{B}$ , а именно  $J_a = 0.51J_f$  и  $\mathcal{B} = 0.5J_f$  [A5]. Появление ферромагнитных решений в результате учета магнитоупругого вклада демонстрируется на рисунке 4.2(а).

Далее проверим существование антиферромагнитного решения в отсутствие внешнего магнитного поля при выбранных  $J_a$  и  $\mathcal{B}$ . Для этого с помощью подстановки  $\langle S_1^z \rangle = S_a$  и  $\langle S_2^z \rangle = -S_a$  из системы (4.20) получим уравнение

$$S_a = \text{th} \left[ (4J_f S_a + 8J_a S_a + 2\mathcal{B} S_a^3) / T \right], \quad (4.24)$$

графическое решение которого представлено на рисунке 4.2(б). Заметим, что с увеличением температуры модельный антиферромагнетик испытывает фазовый переход 2-го рода, характеризующийся температурой Нееля

$$T_N = 4J_f + 8J_a = 8.08J_f, \quad (4.25)$$

выражение для которой было получено из условия касания графиков левой и правой частей уравнения (4.24). Обратим внимание на то, что значение кри-

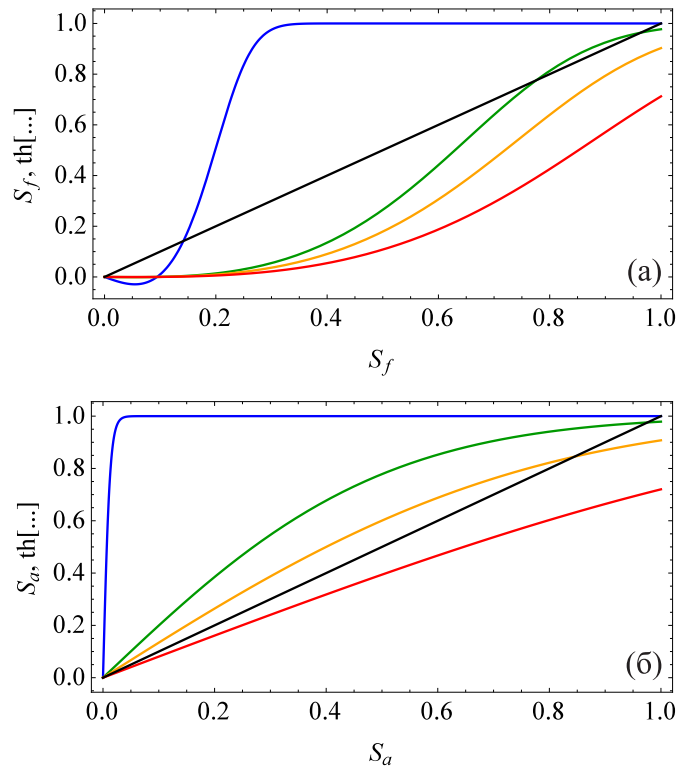


Рисунок 4.2 – Графическое решение уравнений, описывающих в нулевом магнитном поле: (а) ферромагнитный порядок (4.23); (б) антиферромагнитный порядок (4.24). Черная линия соответствует левой части уравнений (4.23) и (4.24), а цветные – правой части при различных температурах  $T$ :  $0.1J_f$  (синяя);  $4J_f$  (зеленая);  $6J_f$  (оранжевая);  $10J_f$  (красная).

тической температуры не определяется величиной  $\mathcal{B}$ , поэтому можно говорить о несущественном влиянии двухионного магнитоупругого взаимодействия на антиферромагнитное решение в рамках текущего подхода.

Температура  $T_f$ , при достижении которой пропадают ферромагнитные решения в отсутствие внешнего магнитного поля (см. рисунок 4.2(а)), напротив, определяется преимущественно величиной  $\mathcal{B}$ , поскольку именно магнитоупругие взаимодействия стабилизируют ферромагнитный порядок в антиферромагнитном соединении. Значение  $T_f$  можно найти аналогично из условия касания, что при выбранных ранее  $J_a$  и  $\mathcal{B}$  приводит к  $T_f \approx 4.41J_f$ . Отношение  $T_N/T_f \approx 1.8$  дает неплохое согласие с экспериментом [22,23], а значит параметры модели были подобраны корректно.

#### 4.2.2 Построение петель гистерезиса

Отметим, что система уравнений (4.20) в силу своей нелинейности может иметь несколько решений при фиксированных  $H$  и  $T$ , например, в отсутствие внешнего магнитного поля при  $T < T_f$  система (4.20) как минимум имеет па-

рамагнитное, антиферромагнитное и два ферромагнитных решения (см. рисунок 4.2). Наличие у рассматриваемой системы нескольких решений усложняет процесс построения петель гистерезиса, поскольку возникает необходимость отбора решений. Рассмотрим этот момент подробнее для характерных температурных интервалов. При  $T > T_N$  система (4.20) имеет единственное решение при любом значении  $H$ , что соответствует парамагнитной фазе. Понижение температуры ( $T_f < T < T_N$ ) стабилизирует антиферромагнитный порядок в отсутствие внешнего магнитного поля. Включение поля индуцирует метамагнитный фазовый переход, который переводит модельный антиферромагнетик в ферромагнитное состояние, а выключение возвращает его в исходное состояние, поскольку ферромагнитное упорядочение не реализуется при  $T > T_f$  и  $H = 0$ . Таким образом, метамагнитный фазовый переход оказывается обратимым, что согласуется с экспериментом [22,23]. Отметим, что вдали от точки Нееля такой переход сопровождается гистерезисом, который пропадает по мере приближения к критической температуре  $T_N$ . Поскольку результаты, полученные в рамках приближения среднего поля вблизи фазового перехода 2-го рода, нельзя считать достоверными, кривые намагничивания для температур близких к критической исключаются из рассмотрения.

При дальнейшем понижении температуры ( $T < T_f$ ) магнитоупругие взаимодействия стабилизируют ферромагнитный порядок в отсутствие внешнего магнитного поля, что делает метамагнитный фазовый переход необратимым. Отметим, что перемагничивание оставляет модельный антиферромагнетик в ферромагнитном состоянии [22,23], поэтому рассматриваемый случай можно называть ферромагнитным режимом. Однако, вспомним, что такое состояние разрушается из-за нагрева (см. рисунок 4.2(a)), а значит построение петли гистерезиса можно начинать с антиферромагнитного состояния при  $H = 0$ . Таким образом, состояния, в которые невозможно попасть, следуя описанной выше схеме, не участвуют в построении петель гистерезиса, например, ферромагнитное решение при  $H = 0$  с меньшим значением  $S_f$  (см. рисунок 4.2(a)).

Обсудим результаты численного расчета петель магнитного гистерезиса для конкретных температур (см. рисунок 4.3). При низкой температуре (см. рисунок 4.3(a)) получается широкая петля гистерезиса, которая оказывается типичной для изинговского ферромагнетика, поскольку в этом режиме внутриплоскостное ферромагнитное обменное и двухионное магнитоупругое взаимодействия работают вместе против межплоскостной антиферромагнитной связи,

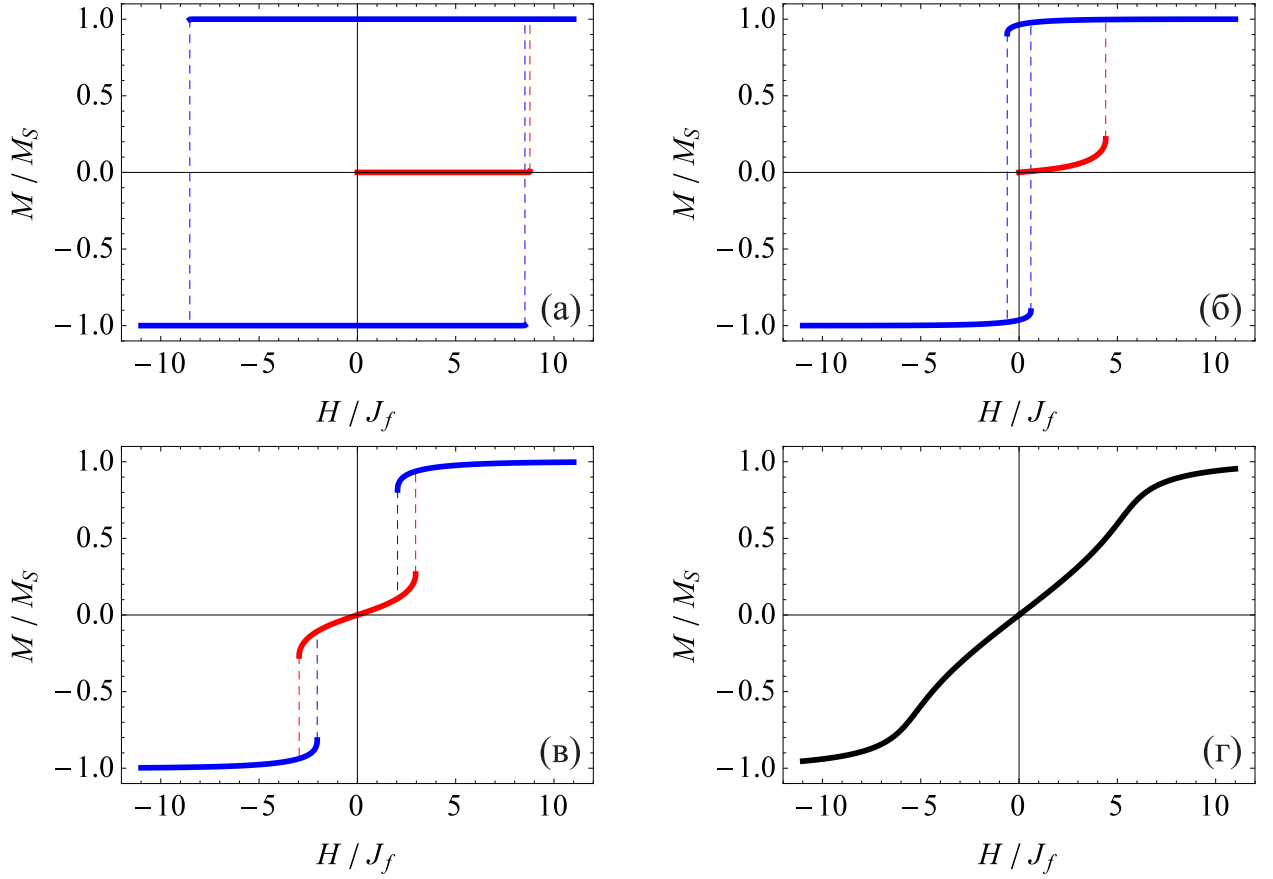


Рисунок 4.3 – Поведение модельного антиферромагнетика во внешнем магнитном поле при различных температурах: (а) высококоэрцитивное состояние в ферромагнитном режиме при  $T=0.1J_f$ ; (б) низкокоэрцитивное состояние в ферромагнитном режиме при  $T=4J_f$ ; (в) антиферромагнитный режим при  $T=6J_f$ ; (г) парамагнитная фаза при  $T=10J_f$ . Отметим, что красная линия на рисунках (а) и (б) соответствует начальному процессу намагничивания;  $M$  – намагниченность при фиксированном значении магнитного поля,  $M_S$  – намагниченность насыщения, а их отношение можно определить следующим образом  $M/M_S \equiv (\langle S_1^z \rangle + \langle S_2^z \rangle)/2$ .

тем самым стабилизируя ферромагнитный порядок в отсутствие внешнего магнитного поля. Увеличение температуры приводит к сжатию петли гистерезиса (см. рисунок 4.3(б)), что, в свою очередь, означает уменьшение коэрцитивной силы, выражение для которой при заданной температуре  $T$  можно получить из анализа уравнений (4.20)

$$H_C = 4J_f \tilde{S}_f - 8J_a \tilde{S}_f + 18\mathcal{B}\tilde{S}_f^3 - T \operatorname{arth}(\tilde{S}_f), \quad (4.26)$$

где  $\tilde{S}_f$  ( $0 < \tilde{S}_f < 1$ ) определяется следующим уравнением

$$T = (1 - \tilde{S}_f^2)(4J_f - 8J_a + 54\mathcal{B}\tilde{S}_f^2). \quad (4.27)$$

С помощью полученных выше выражений (4.26-4.27) можно построить графи-

ки температурной зависимости коэрцитивной силы для различных  $\mathcal{B}$ , чтобы показать влияние величины обобщенной магнитоупругой константы на  $H_C$  и  $T_f$  (см. рисунок 4.4). Заметим, что чем больше  $\mathcal{B}$ , тем больше  $H_C$  и  $T_f$  из-за усиления молекулярного поля, которое поддерживает ферромагнитное упорядочение. Однако, магнитоупругий вклад в это молекулярное поле, будучи кубическим по спиновому параметру порядка  $S_f$  (4.23), стремительно уменьшается при дальнейшем повышении температуры, что приводит к формированию антиферромагнитного порядка в отсутствие внешнего магнитного поля. Этот процесс сопровождается сменой вида петли гистерезиса, с одной петли в ферромагнитном режиме (см. рисунок 4.3(б)) на две петли в антиферромагнитном режиме (см. рисунок 4.3(в)). Затем сжатие повторяется для каждой из новых петель гистерезиса и завершается появлением  $S$ -образной кривой намагничивания в парамагнитной фазе (см. рисунок 4.3(г)).

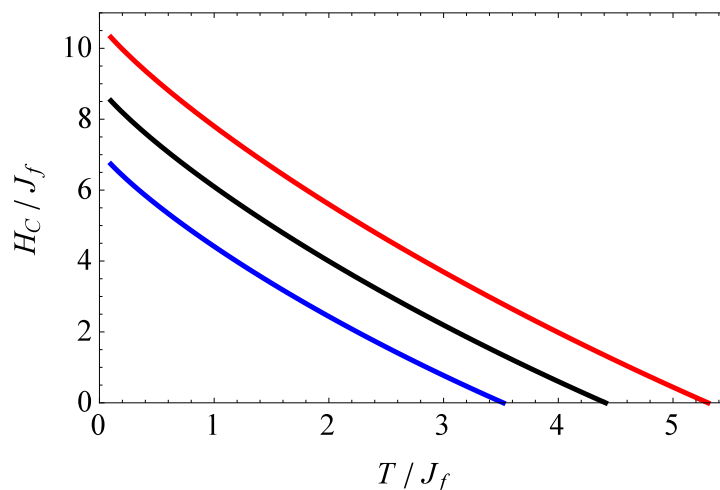


Рисунок 4.4 – Температурная зависимость коэрцитивной силы в ферромагнитном режиме при  $\mathcal{B} = 0.5J_f$  (черная линия),  $\mathcal{B} = 0.6J_f$  (красная линия),  $\mathcal{B} = 0.4J_f$  (синяя линия). Заметим, что температура, при которой коэрцитивная сила обращается в ноль, и есть  $T_f$ .

Отметим, что вид температурной зависимости коэрцитивной силы, график которой представлен на рисунке 4.4, совпадает с тем, что наблюдается в соединении  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  [22]. Однако, детальное сравнение петель магнитного гистерезиса, полученных в рамках текущего подхода (см. рисунок 4.3) и экспериментально для прототипа модели  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  [22] или соединения с изовалентным замещением в подсистеме халькогена  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{1.9}\text{Se}_{0.1}$  (см. рисунок 4.5), обнаруживает несоответствие формы петель, которое обусловлено достаточно грубыми модельными приближениями. Тем не менее теория предсказывает правильное температурное поведение магнитного гистерезиса, а именно переход из фер-

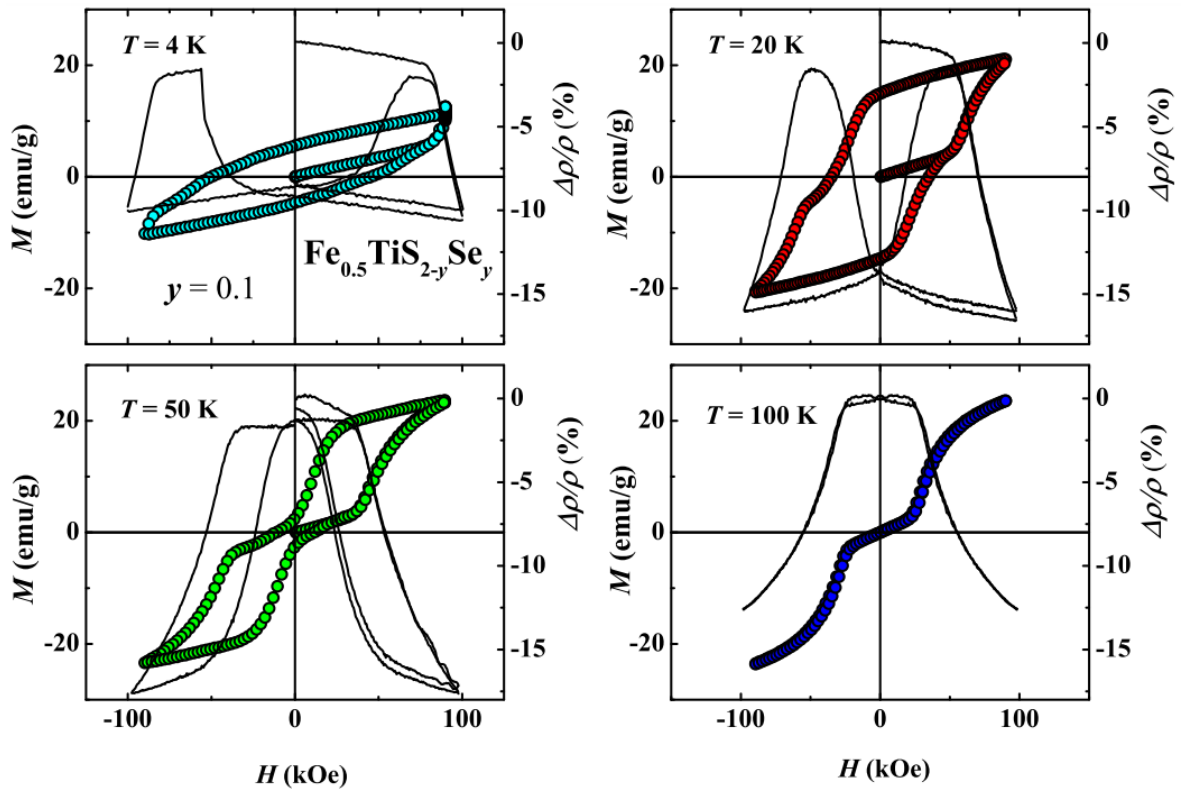


Рисунок 4.5 – Полевые зависимости намагниченности  $M(H)$  (круг) и магнитосопротивления  $\Delta\rho(H)/\rho$  (линия), измеренные на образце  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{1.9}\text{Se}_{0.1}$  при различных температурах [23].

ромагнитного режима в антиферромагнитный при повышении температуры, который сопровождается сменой одной петли на две, и объясняет его разрушением метастабильного ферромагнитного упорядочения в отсутствие внешнего магнитного поля, которое стабилизируется при низких температурах двуионным магнитоупругим взаимодействием. Существование такого ферромагнитного состояния подтверждается наличием остаточного магнитосопротивления (см. рисунок 4.5) и нейтронографией [22], осталось только проверить его метастабильность.

### 4.2.3 Метастабильность ферромагнитного состояния

Чтобы выяснить, является ли метастабильным ферромагнитное упорядочение в отсутствие внешнего магнитного поля, необходимо сравнить полные энергии (4.9), которые соответствуют решениям  $S_f$  (4.23) и  $S_a$  (4.24), как функции температуры  $T$ . Отметим, что получение температурной зависимости энергии магнитной подсистемы модельного антиферромагнетика с учетом магнитоупругих взаимодействий не представляет сложности, однако, упругая подсистема

требует отдельного рассмотрения. Заметим, что ненулевые деформации, возникающие из-за двухионного магнитоупругого взаимодействия, удобно описать с помощью «вектора»  $\tilde{\mathbf{u}}^{(0)} \equiv (u_{xx}^{(0)}, u_{yy}^{(0)}, u_{zz}^{(0)}, u_{xz}^{(0)})$ , компоненты которого определяются системой уравнений (4.12-4.15)

$$\tilde{u}_i^{(0)} = C_{ij} \left( D_j^\perp N (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2) + D_j^\parallel 4N \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle \right) / |C|. \quad (4.28)$$

Тогда упругую энергию  $\mathcal{F}_e^{(0)}$  (4.2), которая соответствует таким деформациям, можно записать в компактном виде

$$\mathcal{F}_e^{(0)} = \tilde{c}_{ij} \tilde{u}_i^{(0)} \tilde{u}_j^{(0)} / 2, \quad (4.29)$$

где  $\tilde{c}_{ij}$  – элемент матрицы  $C$  системы уравнений (4.12-4.15). Подставляя (4.28) в (4.29), удается выразить  $\mathcal{F}_e^{(0)}$  через константы  $\mathcal{B}^{\sigma_1\sigma_2}$  (4.18) и параметры порядка магнитной подсистемы  $\langle S_1^z \rangle$  и  $\langle S_2^z \rangle$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_e^{(0)} / N = & 2\mathcal{B}^{\perp\parallel} \langle S_1^z \rangle \langle S_2^z \rangle (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2) + \\ & + \mathcal{B}^{\perp\perp} (\langle S_1^z \rangle^2 + \langle S_2^z \rangle^2)^2 / 4 + 4\mathcal{B}^{\parallel\parallel} \langle S_1^z \rangle^2 \langle S_2^z \rangle^2, \end{aligned} \quad (4.30)$$

при этом оказывается, что для точного учета симметрии в рамках поставленной задачи конкретные значения модулей упругости  $c_{ij}$  и констант двухионного магнитоупругого взаимодействия  $D_{ij}(\mathbf{f}, \mathbf{g})$  действительно не требуются.

Теперь, принимая во внимание основное приближение текущего подхода (4.19), можно вычислить полную энергию, которая приходится на магнитную ячейку модельного антиферромагнетика в случае ферромагнитного  $\mathcal{F}_f^{(0)}$  или антиферромагнитного  $\mathcal{F}_a^{(0)}$  порядков, соответственно

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_f^{(0)} \equiv & 9\mathcal{B}S_f^4 + S_f^2(4J_f - 8J_a + 18\mathcal{B}S_f^2) - \\ & - 2T \ln \left[ 2 \operatorname{ch} \left( S_f(4J_f - 8J_a + 18\mathcal{B}S_f^2) / T \right) \right], \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_a^{(0)} \equiv & \mathcal{B}S_a^4 + S_a^2(4J_f + 8J_a + 2\mathcal{B}S_a^2) - \\ & - 2T \ln \left[ 2 \operatorname{ch} \left( S_a(4J_f + 8J_a + 2\mathcal{B}S_a^2) / T \right) \right], \end{aligned} \quad (4.32)$$

а парамагнитному решению будет соответствовать энергия  $\mathcal{F}_p^{(0)} \equiv -2T \ln[2]$ .

Чтобы определить температурную зависимость величин  $\mathcal{F}_f^{(0)}$  и  $\mathcal{F}_a^{(0)}$ , необходимо знать температурное поведение  $S_f$  и  $S_a$ , которое можно получить (см. рисунок 4.6), численно решая уравнения (4.23) и (4.24) при выбранных ранее  $J_a$  и  $\mathcal{B}$ .

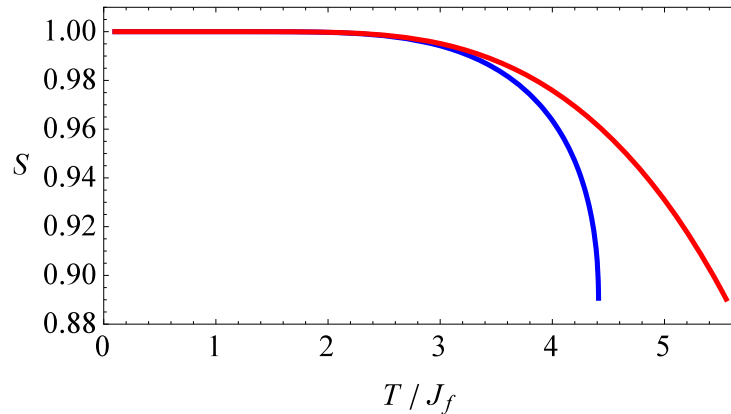


Рисунок 4.6 – Температурная зависимость  $S_f$  (синий) и  $S_a$  (красный).

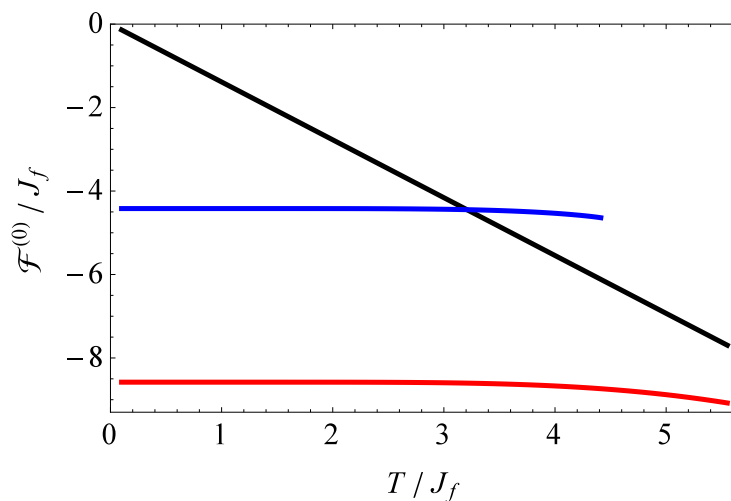


Рисунок 4.7 – Температурная зависимость полной энергии модельного антиферромагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля, которая приходится на магнитную ячейку в случае антиферромагнитного упорядочения  $\mathcal{F}_a^{(0)}$  (красный), ферромагнитного порядка  $\mathcal{F}_f^{(0)}$  (синий) и парамагнитного решения  $\mathcal{F}_p^{(0)}$  (черный).

Результатом всех вычислений являются искомые зависимости, графики которых изображены на рисунке 4.7. Заметим, что при  $T < T_N$  антиферромагнитное состояние энергетически более выгодно чем ферромагнитное и парамагнитное, именно поэтому оно и оказывается основным, а ферромагнитный порядок – метастабильным, что и наблюдается экспериментально [22,23]. Тогда при охлаждении после разрушения температурой метастабильного ферромагнитного упорядочения система действительно остается в антиферромагнитном

состоянии, а значит построение петель магнитного гистерезиса при  $T < T_N$  всегда можно начинать с антиферромагнитного порядка в нулевом поле.

Следует отметить, что поведение модельного антиферромагнетика во внешнем магнитном поле при  $T_f < T < T_N$  (см. рисунок 4.3(в)) согласуется с экспериментальными данными, полученными для различных антиферромагнитных систем. В частности, обратимый метамагнитный переход из антиферромагнитного состояния в ферромагнитное, сопровождающийся заметным гистерезисом, был обнаружен в интерметаллическом соединении  $\text{CeFe}_2$  [171], в манганитах  $(\text{LaNd})\text{CaMnO}$  [172] и в системе с коллективизированными электронами  $\text{LaFe}_{12}\text{B}_6$  [173]. Появление метастабильных ферромагнитных или ферримагнитных состояний при приложении внешнего магнитного поля (что соответствует поведению модельного антиферромагнетика при  $T < T_f$ ) также наблюдалось в других сильноанизотропных антиферромагнетиках, например, в редкоземельных интерметаллических соединениях  $\text{Tb}_3\text{Ni}$  [174] и  $\text{Dy}_3\text{Co}$  [175,176] и в соединениях, содержащих изинговские  $3d$ -ионы [177,178].

### 4.3 Основные результаты

Дано объяснение температурного поведения формы магнитного гистерезиса, обнаруженного в антиферромагнетике  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ , на основе механизма двухионного магнитоупругого взаимодействия, а именно:

1) Показано, что появление ферромагнитных петель гистерезиса при низких температурах обусловлено существованием метастабильного ферромагнитного состояния в нулевом магнитном поле, которое стабилизируется двухионным магнитоупругим взаимодействием в антиферромагнитном соединении.

2) Обнаружено, что магнитоупругий вклад в молекулярное поле, будучи кубическим по магнитному параметру порядка, стремительно уменьшается при увеличении температуры по сравнению с линейным обменным вкладом. В результате метастабильное ферромагнитное упорядочение разрушается, что сопровождается возникновением двухпетлевой формы магнитного гистерезиса.

3) Показано, что для эффективного описания двухионных магнитоупругих взаимодействий, допускаемых симметрией соединения, в рамках сформулированной модели достаточно задать всего три обобщенные магнитоупругие константы.

В качестве обобщающего результата можно отметить, что представленная теория предлагает механизм трансформации однопетлевого магнитного гистерезиса в двухпетлевой при нагревании системы, основанный на разном температурном поведении обменных и магнитоупругих молекулярных полей. Эти рассуждения могут быть применимы и к другим антиферромагнитным системам, в которых двухионное магнитоупругое взаимодействие может оказывать решающее влияние на баланс сравнимых по величине обменных взаимодействий противоположных знаков и, таким образом, определять тип (ферромагнитный или антиферромагнитный) стабильного магнитного порядка.

Ключевые результаты этой главы опубликованы в работе [A5].

## ГЛАВА 5

**Особенности поведения характеристик распространения  
ультразвука в  $\text{LuCo}_3$  вблизи кроссовера  
«низкий спин – высокий спин»**

Интерметаллическое ферромагнитное соединение  $\text{LuCo}_3$ , в котором Lu не имеет наблюдаемого магнитного момента в силу заполненной электронной  $f$ -оболочки, обнаруживает скачок полевой зависимости намагниченности в сверхсильных внешних магнитных полях порядка  $0.5 \cdot 10^6$  Э при температурах ниже критической  $T_C = 376$  К как в направлении оси легкого намагничивания [001], так и в направлении оси трудного намагничивания [100], что указывает на обменную природу такого зонного метамагнитного перехода [10]. Соответствующие зонные расчеты подтверждают, что наблюдаемый с ростом внешнего магнитного поля скачок намагниченности обусловлен переходом Co из низкоспинового состояния в высокоспиновое [26]. Однако, микроскопическая природа кроссовера «низкий спин – высокий спин» в  $\text{LuCo}_3$  до сих пор остается предметом научных дискуссий, но помимо этой проблемы важным вопросом является проявление такого метамагнитного перехода в различных физических процессах. В частности, такие характеристики ультразвука, как скорость распространения и коэффициент ослабления, будучи высокочувствительными к магнитоупругим взаимодействиям [62,63], могут иметь особенности полевого поведения вблизи указанного кроссовера. Следует отметить, что ультразвуковые методы успешно применяются для исследований различных магнитных фазовых переходов и обнаруживают в их окрестности аномалии акустических свойств соответствующих соединений [65-70].

В этой главе рассматривается задача о распространении ультразвуковых акустических волн вдоль направления [100] монокристалла  $\text{LuCo}_3$  вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин» в случае намагничивания образца вдоль оси [001] на основе теории линейного отклика [87], использующей формализм

мацубаровских функций Грина [179]. Показывается, что магнон-фононное взаимодействие в форме так называемого механизма Уоллера [62], согласно которому акустическая волна модулирует расстояние между двумя магнитными ионами, обеспечивает канал рассеяния фононов на магнонах. Этот канал активируется при достижении некоторого критического значения намагниченности в процессе кроссовера, что приводит к резонансному поглощению фононов при распространении ультразвука за счет переходов между магнотными состояниями. В результате потерь фононной энергии коэффициент ослабления ультразвука в  $\text{LuCo}_3$  испытывает резкий рост в области метамгнитного перехода, что может быть проверено экспериментально.

### 5.1 Модельное описание кристаллической структуры $\text{LuCo}_3$

Тригональную кристаллическую структуру монокристалла  $\text{LuCo}_3$  можно эффективно описать с помощью гексагональной решетки Браве (см. рисунок 5.1), образованной векторами трансляции  $\mathbf{a}_1 = (a, 0, 0)$ ,  $\mathbf{a}_2 = (-a/2, \sqrt{3}a/2, 0)$  и  $\mathbf{a}_3 = (0, 0, c)$ , где  $a = 0.4956 \cdot 10^{-7}$  см и  $c = 2.4126 \cdot 10^{-7}$  см – параметры решетки [10]. В рамках текущего рассмотрения эти параметры предполагаются постоянными. Однако, все полученные в дальнейшем формулы легко обобщаются на случай переменных параметров модели, если известны соответствующие экспериментальные зависимости [180].

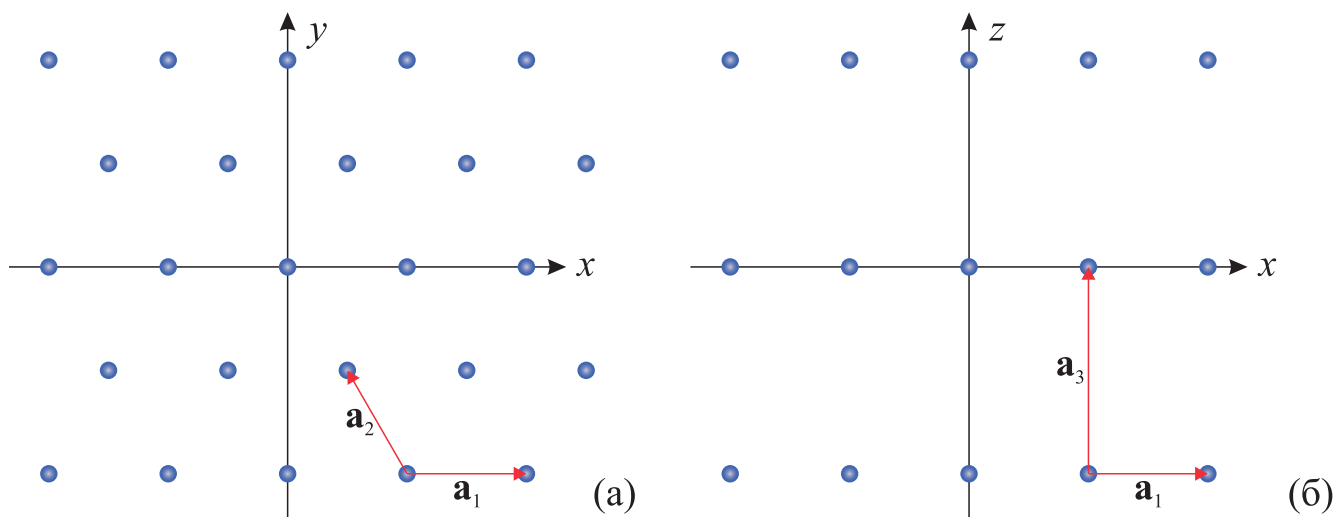


Рисунок 5.1 – Модельная решетка, образованная векторами трансляции  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  и  $\mathbf{a}_3$ .

Ультразвуковые измерения напрямую связаны с возбуждением акустических фононных мод в твердых телах [62,63], для которых элементарная ячейка

смещается почти как единое целое в длинноволновом пределе. В силу ферромагнитного упорядочения магнитных моментов отдельных ионов Co в  $\text{LuCoO}_3$  можно предположить, что такие фононные моды будут взаимодействовать с полным магнитным моментом элементарной ячейки  $\text{LuCoO}_3$ , поскольку длинноволновые акустические волны оказываются нечувствительными к внутренней структуре элементарной ячейки. По этим причинам монокристалл  $\text{LuCoO}_3$  можно представить как совокупность точечных атомов, равновесное положение которых совпадает с узлами гексагональной решетки Браве (синие точки на рисунке 5.1 обозначают модельные атомы), причем каждый из атомов имеет массу  $m_0$  и магнитный момент  $\mu$  элементарной ячейки  $\text{LuCoO}_3$ . Отметим, что в результате перехода от исходного соединения к его модельной решетке симметрия задачи становится гексагональной.

Поскольку на элементарную ячейку  $\text{LuCoO}_3$  приходится 9 формульных единиц, масса модельного атома будет равна  $m_0 = 5.257 \cdot 10^{-21}$  г, а величину  $\mu$  можно определить следующим образом, а именно  $\mu = 9M\mu_B$ , где  $M = M(H, T)$  – экспериментальные данные, взятые из работы [10],  $\mu_B > 0$  – магнетон Бора,  $H$  – внешнее магнитное поле,  $T$  – температура. Предполагая, что магнитный момент  $\mu$  обусловлен наличием спина  $s$ , можно найти значения последнего по формуле  $s = 9M/g_s$ , где  $g_s = 2$  – спиновый  $g$ -фактор. Как мы увидим далее, эффективный спин элементарной ячейки  $\text{LuCoO}_3$  является единственным задаваемым из эксперимента параметром модели, который меняется в процессе кроссовера помимо внешнего магнитного поля (см. рисунок 5.2).

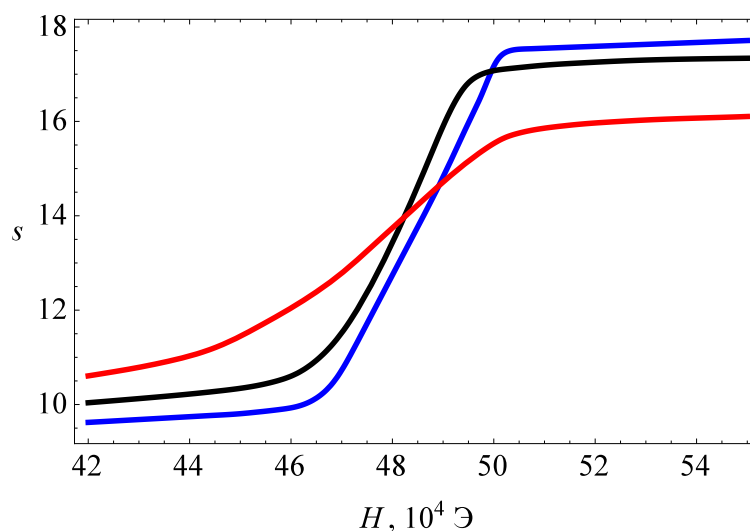


Рисунок 5.2 – Полевая зависимость спина элементарной ячейки  $\text{LuCoO}_3$   $s(H)$  в области кроссовера при разных температурах  $T$ , а именно 40 К (синий), 80 К (черный) и 120 К (красный).

## 5.2 Упругая подсистема $\text{LuCo}_3$

Динамику модельной решетки можно описать, используя формализм операторов рождения  $b_{\mathbf{k}j}^\dagger$  и уничтожения  $b_{\mathbf{k}j}$  фонона с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и поляризацией  $j$ , которые удовлетворяют коммутационным соотношениям бозе-операторов [181-183]. В рамках такого подхода смещение  $i$ -го атома  $\mathbf{u}_i$  из положения равновесия, которое определяется вектором  $\mathbf{R}_i \equiv n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3$ , где  $n_1, n_2$  и  $n_3$  – целые числа, можно представить в следующем виде

$$\mathbf{u}_i = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_0N}} \sum_{\mathbf{k}j} \mathbf{e}(\mathbf{k}j) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_i} A_{\mathbf{k}j} / \sqrt{\omega_j(\mathbf{k})}, \quad (5.1)$$

где  $\hbar$  – приведенная постоянная Планка,  $N$  – число атомов в модельной решетке,  $A_{\mathbf{k}j} \equiv b_{\mathbf{k}j} + b_{-\mathbf{k}j}^\dagger$ ,  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j)$  и  $\omega_j(\mathbf{k})$  – векторы поляризации и закон дисперсии фононов с поляризацией  $j$ , соответственно. При этом гамильтониан, описывающий в гармоническом приближении колебания атомов в решетке, будет таким

$$\mathcal{H}_p = \sum_{\mathbf{k}j} \hbar\omega_j(\mathbf{k}) \left( b_{\mathbf{k}j}^\dagger b_{\mathbf{k}j} + 1/2 \right). \quad (5.2)$$

Решая задачу о поиске собственных значений и собственных векторов динамической матрицы  $D_{\alpha\alpha'}(\mathbf{k})$ , где  $\alpha, \alpha' = x, y, z$

$$\omega_j^2(\mathbf{k}) e_\alpha(\mathbf{k}j) = \sum_{\alpha'} D_{\alpha\alpha'}(\mathbf{k}) e_{\alpha'}(\mathbf{k}j), \quad (5.3)$$

можно явно получить выражения для  $\omega_j(\mathbf{k})$  и  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j)$ . Поскольку для решеток с одним атомом на элементарную ячейку динамическая матрица  $D_{\alpha\alpha'}(\mathbf{k})$  оказывается симметричной вещественной матрицей размера  $3 \times 3$ , в нашем случае собственные векторы  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j)$  вещественны, а  $j$  принимает значения 1, 2, 3, по которым ведется суммирование в выражениях (5.1) и (5.2). Также отметим свойства, справедливые для кристаллов с центром инверсии  $\omega_j(\mathbf{k}) = \omega_j(-\mathbf{k})$  и  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j) = \mathbf{e}(-\mathbf{k}j)$ , и свойства ортонормированности и полноты векторов поляризации, соответственно, где  $\delta$  – символ Кронекера

$$\sum_{\alpha} e_\alpha(\mathbf{k}j) e_\alpha(\mathbf{k}j') = \delta_{jj'}, \quad (5.4)$$

$$\sum_j e_\alpha(\mathbf{k}j) e_{\alpha'}(\mathbf{k}j) = \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (5.5)$$

Отметим, что существует несколько способов выбрать неэквивалентные значения волнового вектора  $\mathbf{k}$ , по которым ведется суммирование в выражениях (5.1) и (5.2). Часто для этой цели используется первая зона Бриллюэна из-за ее универсальности [181,182], а также когда для задачи важна симметрия области неэквивалентных  $\mathbf{k}$ , или применяются специальные схемы суммирования, например схема Монхорста-Пака [184,185], которые уменьшают время численных расчетов за счет уменьшения числа волновых векторов, участвующих в суммировании. Однако, в дальнейшем нам предстоит численно интегрировать в смысле главного значения Коши по области неэквивалентных  $\mathbf{k}$ , поэтому выбор такой области в нашем случае продиктован удобством интегрирования.

В частности, периодические граничные условия, которые описывают образец в форме прямоугольного параллелепипеда (см. рисунок 5.3), что соответствует эксперименту по измерению характеристик распространения ультразвука [62,63]

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{R}_i) &= \mathbf{u}(\mathbf{R}_i + L\mathbf{a}_1), \\ \mathbf{u}(\mathbf{R}_i) &= \mathbf{u}(\mathbf{R}_i + L\mathbf{a}_1 + 2L\mathbf{a}_2), \\ \mathbf{u}(\mathbf{R}_i) &= \mathbf{u}(\mathbf{R}_i + L\mathbf{a}_3), \end{aligned} \quad (5.6)$$

где  $\mathbf{u}(\mathbf{R}_i) \equiv \mathbf{u}_i$  и  $N = 2L^3$ , приводят к следующим разрешенным значениям волнового вектора

$$\mathbf{k} = \left( \frac{m_1}{L} \frac{2\pi}{a}, \frac{m_2}{2L} \frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, \frac{m_3}{L} \frac{2\pi}{c} \right), \quad (5.7)$$

где  $m_1$  принимает значения от 1 до  $L$ ,  $m_2$  – от 1 до  $2L$ ,  $m_3$  – от 1 до  $L$ . Таким образом, область физически неэквивалентных  $\mathbf{k}$  представляет собой прямоугольный параллелепипед в обратном пространстве, который можно расположить симметрично относительно 0.

Отметим, что правила суммирования по  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{R}_i$  остаются справедливыми и в случае нестандартного выбора периодических граничных условий (5.6)

$$\sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i'})} = N\delta_{ii'}, \quad (5.8)$$

$$\sum_{\mathbf{R}_i} e^{i\mathbf{R}_i \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}')} = N \sum_{\mathbf{g}} \delta_{\mathbf{k} - \mathbf{k}', \mathbf{g}}, \quad (5.9)$$

где  $\mathbf{g}$  – вектор обратной решетки, поэтому область (5.7), более удобная для численного интегрирования, эквивалентна первой зоне Бриллюэна.

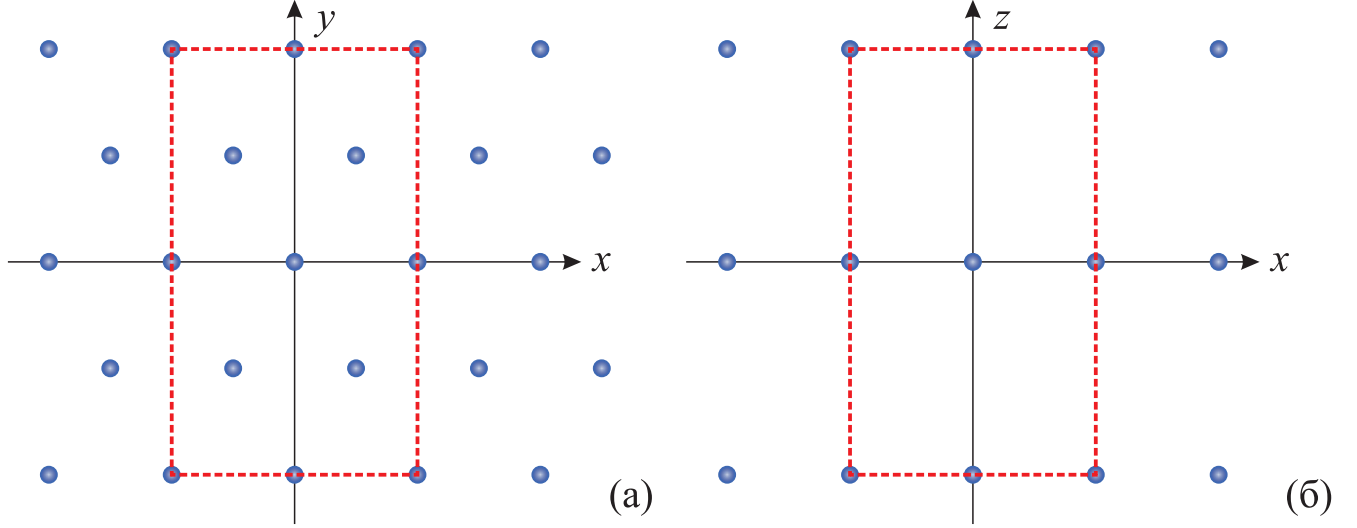


Рисунок 5.3 – Схематичное изображение периодических граничных условий: (а) распределение атомов в плоскости  $xy$ , (б) вид на распределение атомов со стороны оси  $y$ .

### 5.3 Магнитная подсистема $\text{LuCo}_3$

Поведение сильноанизотропного ферромагнетика  $\text{LuCo}_3$  во внешнем магнитном поле при температурах ниже критической можно эффективно описать на основе решеточного спинового гамильтониана [186]

$$\mathcal{H}_s = \sum_i \left( -\frac{1}{2} \sum_d J_{ii+d} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+d} - D (S_i^z)^2 + g_s \mu_B H S_i^z \right), \quad (5.10)$$

где  $\mathbf{S}_i$  – спиновый оператор, соответствующий  $i$ -ому модельному атому;  $J_{ii+d} > 0$  – константа ферромагнитного обменного взаимодействия, а суммирование по  $d$  ведется по ближайшим соседям (см. рисунок 5.4);  $D > 0$  – константа одноионной магнитной анизотропии типа легкая ось  $z$ ;  $H > 0$  – напряженность внешнего магнитного поля, приложенного вдоль оси  $z$ ;  $g_s$  – спиновый  $g$ -фактор;  $\mu_B > 0$  – магнетон Бора.

Используя представление Хольштейна-Примакова [186] для компонент спинового оператора в случае большого спина  $s$  (см. рисунок 5.2),  $S_i^+ = \sqrt{2s} a_i^\dagger$ ,  $S_i^- = \sqrt{2s} a_i$ ,  $S_i^z = -s + a_i^\dagger a_i$ , можно получить гармоническое приближение для

исходного спинового гамильтониана (5.10)

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_s = & - \sum_i \left( \frac{1}{2} s^2 \sum_d J_{ii+d} + D s^2 + g_s \mu_B H s \right) + \\ & + \frac{1}{2} s \sum_i \sum_d J_{ii+d} \left( a_i^\dagger a_i + a_{i+d}^\dagger a_{i+d} - a_i^\dagger a_{i+d} - a_{i+d}^\dagger a_i \right) + \\ & + \sum_i \left( 2sD a_i^\dagger a_i + g_s \mu_B H a_i^\dagger a_i \right), \end{aligned} \quad (5.11)$$

где  $a_i^\dagger$  и  $a_i$  – операторы рождения и уничтожения спинового возбуждения над основным состоянием, локализованного на  $i$ -ом атоме. Отметим, что такое преобразование спинового гамильтониана в общем случае справедливо только при низких температурах, когда число возбужденных квазичастиц можно считать малым. В нашем случае малость числа квазичастиц, участвующих в магнофононном взаимодействии, обеспечивается сверхсильным магнитным полем, а также существенной магнитной анизотропией, поэтому соответствующие вычисления можно проводить и при конечных температурах.

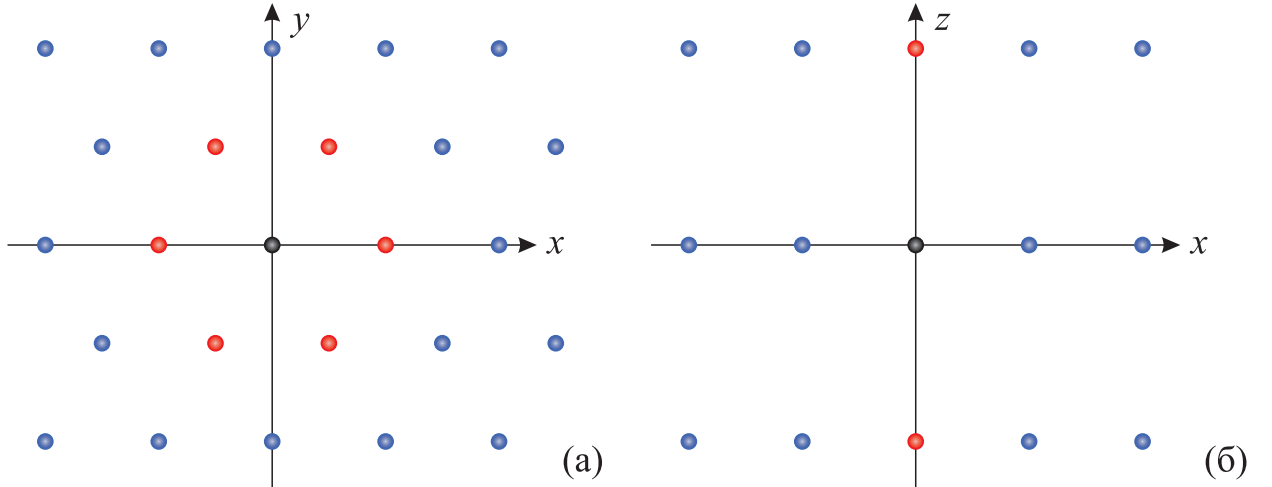


Рисунок 5.4 – Ближайшие соседи (красные точки)  $i$ -го атома (черная точка): (а) в плоскости  $xy$ , (б) в соседних плоскостях  $xy$ .

Для диагонализации спинового гамильтониана (5.11) перейдем от локализованных спиновых возбуждений к коллективизированным, а именно рассмотрим операторы рождения  $a_{\mathbf{q}}^\dagger$  и уничтожения  $a_{\mathbf{q}}$  магнона с волновым вектором  $\mathbf{q}$

$$a_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_i} a_{\mathbf{q}}, \quad a_i^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{q}} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_i} a_{\mathbf{q}}^\dagger. \quad (5.12)$$

Отметим, что значения волнового вектора  $\mathbf{q}$ , по которым ведется суммирование

(5.12), правила суммирования и коммутационные соотношения для операторов рождения и уничтожения в случае магнонов аналогичны фоновым (5.8,5.9), поскольку все соглашения о периодических граничных условиях справедливы и для спиновой решетки.

В результате всех преобразований спиновый гамильтониан (5.11) можно представить в виде суммы  $\mathcal{H}_s = \mathcal{E}_0 + \mathcal{H}_m$ , где  $\mathcal{E}_0 \equiv -N(J(0)s^2/2 + Ds^2 + 2\mu_B Hs)$  – энергия основного состояния, а  $\mathcal{H}_m$  – магнонный гамильтониан

$$\mathcal{H}_m \equiv \sum_{\mathbf{q}} \hbar\omega_m(\mathbf{q}) a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}}, \quad (5.13)$$

где закон дисперсии магнонов  $\omega_m(\mathbf{q})$  определяется следующим выражением

$$\hbar\omega_m(\mathbf{q}) \equiv s(J(0) - J(\mathbf{q})) + 2sD + 2\mu_B H. \quad (5.14)$$

Будем считать константу обмена  $J_{ii+d}$  функцией расстояния между модельными атомами, то есть  $J_{ii+d} = J(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i+d}|) = J(|\mathbf{d}|)$ , где  $\mathbf{d} \equiv \mathbf{R}_{i+d} - \mathbf{R}_i$  – вектор, задающий положение ближайших соседей  $i$ -го атома при условии, что начало координат совпадает с положением этого атома. Тогда Фурье-образ константы обмена можно определить так

$$\begin{aligned} J(\mathbf{q}) &\equiv \sum_{\mathbf{d}} J(|\mathbf{d}|) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{d}} = \\ &= 2J_a \left( \cos(aq_x) + 2 \cos(\sqrt{3}aq_y/2) \cos(aq_x/2) \right) + 2J_c \cos(cq_z), \end{aligned} \quad (5.15)$$

где  $J_a \equiv J(a)$  – константа обменного взаимодействия между ближайшими соседями в плоскости  $xy$  (см. рисунок 5.4(а)), а  $J_c \equiv J(c)$  – константа обмена ближайших атомов из соседних плоскостей  $xy$  (см. рисунок 5.4(б)). Из определения (5.15) следует  $J(-\mathbf{q}) = J(\mathbf{q})$ , что, в свою очередь, приводит к  $\omega_m(-\mathbf{q}) = \omega_m(\mathbf{q})$ , а значит полученный магнонный спектр обладает инверсионной симметрией.

Будем считать, что константы обмена  $J_a$  и  $J_c$ , а также константа анизотропии  $D$ , не меняются в процессе кроссовера. Тогда, используя значение поля анизотропии  $H_a = 10.5 \cdot 10^4 \text{ Э}$  [10], можно оценить константу одноионной магнитной анизотропии следующим образом  $D = \mu_B H_a / s_0 \approx 1.22 \cdot 10^{-16} \text{ эрг}$  [187], где  $s_0 = 4.5 \cdot 1.77$  – значение эффективного спина элементарной ячейки  $\text{LuCo}_3$ , которое соответствует состоянию насыщения при намагничивании вдоль оси  $z$  до наступления метамагнитного перехода [10].

Также обсудим, как подобрать конкретные значения констант обмена  $J_a$  и  $J_c$ . Заметим, что на основе критической температуры  $T_C = 376$  К [10] можно оценить лишь комбинацию этих параметров [113]

$$3J_a + J_c = \frac{3k_B T_C}{2s_0(s_0 + 1)} \approx 1.09 \cdot 10^{-15} \text{ эрг}, \quad (5.16)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана, а из физических соображений следует, что  $J_a > J_c$  в силу  $a < c$ . Отметим, что определить конкретные значения  $J_a$  и  $J_c$  из выражения (5.16) не удастся, так как мы не предполагаем какую-либо модель зависимости обменного взаимодействия от расстояния между атомами. В таком случае  $J_a$  или  $J_c$  можно рассматривать в качестве подгоночного параметра формализма. Как будет показано далее, при распространении ультразвука вдоль оси  $x$  значение  $J_a$  определяет, в какой момент кроссовера активируется канал рассеяния фононов на магнонах, что резко меняет наблюдаемые характеристики ультразвука. Таким образом, при объяснении конкретного эксперимента значение  $J_a$  можно подобрать из анализа аномалий полевых зависимостей акустических свойств образца. Однако, для определенности мы будем считать, что канал активируется в центре метамагнитного перехода.

## 5.4 Магнон-фононное взаимодействие

Обсудим так называемый уоллеровский механизм возникновения взаимодействия между магнонами и фононами. Заметим, что смещение атомов из положения равновесия приводит к модуляции константы обмена [62]

$$\begin{aligned} J_{ii+d} &= J(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i+d}|) = J(|\mathbf{d} + (\mathbf{u}_{i+d} - \mathbf{u}_i)|) = \\ &= J(|\mathbf{d}|) + J'(|\mathbf{d}|) \mathbf{d} \cdot (\mathbf{u}_{i+d} - \mathbf{u}_i) / |\mathbf{d}|, \end{aligned} \quad (5.17)$$

где  $\mathbf{r}_i \equiv \mathbf{R}_i + \mathbf{u}_i$  – мгновенное положение  $i$ -го атома, а итоговое выражение было получено в результате разложения в ряд Тейлора по малым смещениям, где  $J'(r) \equiv dJ(r)/dr$ . Совершая переход от смещений к операторам  $b_{\mathbf{k}j}^\dagger$  и  $b_{\mathbf{k}j}$  (5.1), получим окончательное выражение для модулированной константы обмена

$$J_{ii+d} = J(|\mathbf{d}|) + \frac{J'(|\mathbf{d}|)}{|\mathbf{d}|} \sqrt{\frac{\hbar}{2m_0 N}} \sum_{\mathbf{k}j} \frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}j)}{\sqrt{\omega_j(\mathbf{k})}} (e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}} - 1) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_i} A_{\mathbf{k}j}. \quad (5.18)$$

Используя полученную выше поправку к константе обменного взаимодействия двух магнитных атомов за счет их движения, выделим из спинового гамильтониана (5.10) часть, описывающую магнон-фононное взаимодействие

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{mp} \equiv & -\frac{1}{2}Ns^2\sqrt{\frac{\hbar}{2m_0N}}\sum_{\mathbf{k}j}\frac{M_1(\mathbf{k}j)}{\sqrt{\omega_j(\mathbf{k})}}\delta_{\mathbf{k}0}A_{\mathbf{k}j}+ \\ & +s\sqrt{\frac{\hbar}{2m_0N}}\sum_{\mathbf{k}j}\sum_{\mathbf{q}}\frac{M_2(\mathbf{k}j;\mathbf{q})}{\sqrt{\omega_j(\mathbf{k})}}A_{\mathbf{k}j}a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{g}}^\dagger a_{\mathbf{q}}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

где  $\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$  выбирается таким образом, что вектор  $\mathbf{k} + \mathbf{q} - \mathbf{g}$  всегда попадает в область (5.7), а  $M_1(\mathbf{k}j)$  и  $M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})$  – амплитуды магнон-фононного взаимодействия

$$M_1(\mathbf{k}j) \equiv \sum_{\mathbf{d}} J'(|\mathbf{d}|) (e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{d}} - 1) \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}j) / |\mathbf{d}|, \quad (5.20)$$

$$M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q}) \equiv \sum_{\mathbf{d}} J'(|\mathbf{d}|) (e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{d}} - 1) (1 - e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{d}}) \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}j) / |\mathbf{d}|. \quad (5.21)$$

Первое слагаемое в выражении (5.19) требует дополнительного анализа, а именно необходимо вычислить отношение  $M_1(0j)/\sqrt{\omega_j(0)}$  при любом  $j$ . Для этого выясним поведение  $\omega_j(\mathbf{k})$  и  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j)$  при малых  $\mathbf{k}$ , то есть в длинноволновом пределе. Хорошо известно, что в таком случае релевантным описанием является теория упругости [34]. Заметим, что точечная группа симметрии рассматриваемой решетки содержит в качестве элемента симметрии ось 6-го порядка, поэтому уравнения движения для вектора смещения  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ , решение которых ищется в виде плоских волн  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j) \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega_j(\mathbf{k})t)$ , примут следующий вид

$$\rho_0 \omega_j^2(\mathbf{k}) \mathbf{e}(\mathbf{k}j) = \hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}j), \quad (5.22)$$

$$\hat{\mathbf{D}} \equiv \begin{pmatrix} (\lambda_1 + \lambda_2)k_x^2 + \lambda_2k_y^2 + \lambda_4k_z^2 & \lambda_1k_xk_y & \lambda_5k_xk_z \\ \lambda_1k_xk_y & (\lambda_1 + \lambda_2)k_y^2 + \lambda_2k_x^2 + \lambda_4k_z^2 & \lambda_5k_yk_z \\ \lambda_5k_xk_z & \lambda_5k_yk_z & \lambda_4(k_x^2 + k_y^2) + \lambda_3k_z^2 \end{pmatrix},$$

где  $\lambda_1, \dots, \lambda_5$  – модули упругости, а матрица  $\hat{\mathbf{D}}$  с точностью до множителя  $1/\rho_0$  представляет собой длинноволновый предел динамической матрицы (5.3);  $\rho_0 \equiv m_0/V_0$  – плотность модельной решетки,  $V_0 = \sqrt{3}ca^2/2$  – объем элементарной ячейки  $\text{LuCo}_3$ . Отметим, что аналитические выражения для  $\omega_j(\mathbf{k})$  и

$\mathbf{e}(\mathbf{k}j)$  имеют громоздкий вид в произвольном случае, однако, на текущем этапе рассуждений они и не требуются, достаточно заметить, что  $\omega_j(\mathbf{k}) = v_j(\hat{\mathbf{k}})|\mathbf{k}|$  и  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j) = \mathbf{e}(\hat{\mathbf{k}}j)$ , где  $\hat{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ , а  $v_j(\hat{\mathbf{k}})$  имеет смысл скорости акустической волны с поляризацией  $j$ . Таким образом, величины  $v_j(\hat{\mathbf{k}})$  и  $\mathbf{e}(\hat{\mathbf{k}}j)$  зависят лишь от направления волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Пусть  $\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{d})$  – угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{d}$ , тогда можно вычислить искомое отношение

$$\lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} \frac{M_1(\mathbf{k}j)}{\sqrt{\omega_j(\mathbf{k})}} = \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} \frac{i|\mathbf{k}| \sum_{\mathbf{d}} J'(|\mathbf{d}|) \cos(\alpha(\mathbf{k}, \mathbf{d})) \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}(\hat{\mathbf{k}}j)}{\sqrt{v_j(\hat{\mathbf{k}})|\mathbf{k}|}} = 0, \quad (5.23)$$

именно поэтому первое слагаемое в выражении (5.19) не дает вклад в магнон-фононное взаимодействие.

Теперь рассмотрим второе слагаемое в выражении (5.19). Процессы, для которых  $\mathbf{g}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \neq 0$ , называются процессами переброса. В дальнейшем нас будет интересовать лишь длинноволновая физика взаимодействующих фононов, когда процессами переброса можно пренебречь. В результате всех упрощений магнон-фононное взаимодействие (5.19) примет следующий вид

$$\mathcal{H}_{mp} = s \sqrt{\frac{\hbar}{2m_0 N}} \sum_{\mathbf{k}j} \sum_{\mathbf{q}} \frac{M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})}{\sqrt{\omega_j(\mathbf{k})}} A_{\mathbf{k}j} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}}. \quad (5.24)$$

Следует отметить, что механизм Уоллера успешно использовался для оценки времен релаксации магнонов и фононов в магнитных кристаллах [188-190]. Однако, имеется альтернативный подход, когда распространение акустической волны вызывает изменения кристаллических полей, что, в свою очередь, приводит к модуляции одноионной магнитной анизотропии [191,192]. Такой сценарий может реализовываться в системах, где  $d$ -электроны занимают хорошо локализованные ионноподобные состояния в частично заполненных оболочках, тогда как в металлическом  $\text{LuCo}_3$  частично коллективизированные  $d$ -электроны участвуют в проводимости [26].

## 5.5 Формализм мацубаровских функций Грина

Полный гамильтониан  $\mathcal{H}_t$ , описывающий возбуждения в упругой и магнитной подсистемах  $\text{LuCo}_3$ , а также их взаимодействие, состоит из трех частей, именно  $\mathcal{H}_t \equiv \mathcal{H}_p + \mathcal{H}_m + \mathcal{H}_{mp}$  (5.2, 5.13, 5.24). Заметим, что  $\mathcal{H}_t$  явно не зависит

от времени, а рассмотрение ведется при конечной температуре  $T$ . Тогда эффекты учета взаимодействия между фононами и магнонами можно получить, используя формализм мацубаровских функций Грина [179]. Следует отметить, что такой подход оказался эффективным инструментом для исследования проявлений магнон-фононной связи в магнитных материалах [193,194].

Определим температурную фононную функцию Грина

$$D(\mathbf{k}j, \tau) \equiv -\langle T_\tau A_{\mathbf{k}j}(\tau) A_{-\mathbf{k}j}(0) \rangle, \quad (5.25)$$

где  $-\beta \leq \tau \leq \beta$  – мацубаровское время,  $\beta \equiv 1/k_B T$ ,  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $\langle \dots \rangle$  подразумевает процедуру усреднения, а именно  $\text{Tr}(e^{-\beta \mathcal{H}_t} \dots) / \text{Tr}(e^{-\beta \mathcal{H}_t})$ ;  $T_\tau$  – хронологический оператор; эволюция операторов во времени задается по правилу  $A_{\mathbf{k}j}(\tau) \equiv e^{\tau \mathcal{H}_t} A_{\mathbf{k}j} e^{-\tau \mathcal{H}_t}$ .

Явный вид  $D(\mathbf{k}j, \tau)$  в присутствии взаимодействия можно получить с помощью теории возмущений. В качестве точно решаемой задачи можно выбрать гамильтониан  $\mathcal{H}_0 \equiv \mathcal{H}_p + \mathcal{H}_m$ , а магнон-фононное взаимодействие  $\mathcal{H}_{mp}$  рассматривать как малое возмущение  $\mathcal{V}$ , поскольку в нашем случае  $\omega_m(\mathbf{q}) \gg \omega_j(\mathbf{k})$  из-за сверхсильного внешнего магнитного поля и существенной магнитной анизотропии, что исключает возможность гибридизации магнонных и фононных мод. Тогда в первом ненулевом порядке теории возмущений получим

$$D(\mathbf{k}j, \tau) = D^{(0)}(\mathbf{k}j, \tau) - \frac{\hbar s^2}{2m_0 N \omega_j(\mathbf{k})} \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2 D^{(0)}(\mathbf{k}j, \tau_1) D^{(0)}(-\mathbf{k}j, \tau_2 - \tau) \times \\ \times \sum_{\mathbf{q}} M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q}) M_2(-\mathbf{k}j; \mathbf{q} + \mathbf{k}) G^{(0)}(\mathbf{q}, \tau_1 - \tau_2) G^{(0)}(\mathbf{q} + \mathbf{k}, \tau_2 - \tau_1) + \dots, \quad (5.26)$$

где  $D^{(0)}(\mathbf{k}j, \tau)$  и  $G^{(0)}(\mathbf{q}, \tau)$  – затравочные функции Грина фононов и магнонов

$$D^{(0)}(\mathbf{k}j, \tau) = -\text{Tr}(e^{-\beta \mathcal{H}_0} T_\tau e^{\tau \mathcal{H}_0} A_{\mathbf{k}j} e^{-\tau \mathcal{H}_0} A_{-\mathbf{k}j}) / \text{Tr}(e^{-\beta \mathcal{H}_0}), \quad (5.27)$$

$$G^{(0)}(\mathbf{q}, \tau) = -\text{Tr}(e^{-\beta \mathcal{H}_0} T_\tau e^{\tau \mathcal{H}_0} a_{\mathbf{q}} e^{-\tau \mathcal{H}_0} a_{\mathbf{q}}^\dagger) / \text{Tr}(e^{-\beta \mathcal{H}_0}). \quad (5.28)$$

Используя определение (5.21) и вещественность  $\mathbf{e}(\mathbf{k}j)$ , можно показать, что для любых разрешенных  $\mathbf{k}j$  и  $\mathbf{q}$  выполняется следующее равенство

$$M_2(-\mathbf{k}j; \mathbf{q} + \mathbf{k}) = \{M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})\}^*. \quad (5.29)$$

Мацубаровские функции Грина допускают преобразование Фурье

$$D^{(0)}(\mathbf{k}j, \tau) = \frac{1}{\beta} \sum_n D^{(0)}(\mathbf{k}j, i\omega_n) e^{-i\omega_n \tau}, \quad D^{(0)}(\mathbf{k}j, i\omega_n) = -\frac{2\hbar\omega_j(\mathbf{k})}{\omega_n^2 + \hbar^2\omega_j^2(\mathbf{k})}, \quad (5.30)$$

$$G^{(0)}(\mathbf{q}, \tau) = \frac{1}{\beta} \sum_n G^{(0)}(\mathbf{q}, i\omega_n) e^{-i\omega_n \tau}, \quad G^{(0)}(\mathbf{q}, i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \hbar\omega_m(\mathbf{q})}, \quad (5.31)$$

где  $\omega_n \equiv 2n\pi/\beta$  – четные мацубаровские частоты при  $n \in \mathbb{Z}$ . Тогда по определению можно найти Фурье-образ фононной функции Грина

$$D(\mathbf{k}j, i\omega_n) \equiv \int_0^\beta d\tau D(\mathbf{k}j, \tau) e^{i\omega_n \tau} = D^{(0)}(\mathbf{k}j, i\omega_n) - \frac{\hbar s^2}{2m_0 N} \frac{1}{\omega_j(\mathbf{k})} [D^{(0)}(\mathbf{k}j, i\omega_n)]^2 \times \\ \times \sum_{\mathbf{q}} |M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})|^2 \frac{1}{\beta} \sum_{n'} G^{(0)}(\mathbf{q}, i\omega_{n'}) G^{(0)}(\mathbf{q}+\mathbf{k}, i\omega_{n'}+i\omega_n) + \dots, \quad (5.32)$$

который содержит суммирование по мацубаровским частотам  $\omega_{n'}$  вида

$$\frac{1}{\beta} \sum_{n'} G^{(0)}(\mathbf{q}, i\omega_{n'}) G^{(0)}(\mathbf{q}+\mathbf{k}, i\omega_{n'}+i\omega_n) = -\frac{n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q})] - n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k})]}{i\omega_n + \hbar\omega_m(\mathbf{q}) - \hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k})}, \quad (5.33)$$

где  $n_B[\varepsilon] \equiv 1/(\exp(\beta\varepsilon) - 1)$  – функция Бозе-Эйнштейна.

Частичное суммирование бесконечного ряда теории возмущений (5.32) возможно с помощью уравнения Дайсона

$$D(\mathbf{k}j, i\omega_n) = D^{(0)}(\mathbf{k}j, i\omega_n) + D^{(0)}(\mathbf{k}j, i\omega_n) \Pi(\mathbf{k}j, i\omega_n) D(\mathbf{k}j, i\omega_n), \quad (5.34)$$

где собственно-энергетическая часть фононов  $\Pi(\mathbf{k}j, i\omega_n)$  имеет вид

$$\frac{\hbar s^2}{2m_0 N} \frac{1}{\omega_j(\mathbf{k})} \sum_{\mathbf{q}} |M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})|^2 \frac{n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q})] - n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k})]}{i\omega_n + \hbar\omega_m(\mathbf{q}) - \hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k})}. \quad (5.35)$$

Решение уравнения (5.34) относительно  $D(\mathbf{k}j, i\omega_n)$  приводит к фононной функции Грина, учитывающей взаимодействие с магнонами в первом порядке

$$D(\mathbf{k}j, i\omega_n) = -\frac{2\hbar\omega_j(\mathbf{k})}{\omega_n^2 + \hbar^2\omega_j^2(\mathbf{k}) + \hbar^2\pi(\mathbf{k}j, i\omega_n)}, \quad (5.36)$$

где для удобства было принято обозначение  $\pi(\mathbf{k}j, i\omega_n) \equiv 2\omega_j(\mathbf{k})\Pi(\mathbf{k}j, i\omega_n)/\hbar$ .

С помощью температурной функции Грина можно определить термодинамику фононов, однако, нас интересуют их динамические характеристики, описывающие распространение ультразвука в присутствии взаимодействия с магнитной подсистемой и связанные с полюсной структурой запаздывающей функции Грина

$$D^{(R)}(\mathbf{k}j, \omega) = \frac{2\omega_j(\mathbf{k})}{\omega^2 - \omega_j^2(\mathbf{k}) - \pi(\mathbf{k}j, \omega) + i0 \operatorname{sgn}(\omega)}, \quad (5.37)$$

которая представляет собой аналитическое продолжение мацубаровской функции Грина (5.36) с мнимых дискретных частот  $i\omega_n$  на действительные вещественные  $\omega$ , а рассеяние фононов на магнонах описывается поляризационным оператором

$$\pi(\mathbf{k}j, \omega) = \frac{s^2}{\rho_0 V} \sum_{\mathbf{q}} |M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})|^2 \frac{n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q})] - n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k})]}{\hbar\{\omega - (\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k}) - \omega_m(\mathbf{q})) + i0\}}, \quad (5.38)$$

где  $V$  – объем кристалла. Следует отметить, что вычислить аналитически сумму по  $\mathbf{q}$  в общем случае нельзя, однако, проверить знак мнимой части  $\pi(\mathbf{k}j, \omega)$  в зависимости от  $\omega$  необходимо, поскольку причинность запаздывающей функции Грина  $D^{(R)}(\mathbf{k}j, t)$  могла быть нарушена из-за приближенного характера уравнения Дайсона (5.34). Заметим, что в термодинамическом пределе можно заменить суммирование по  $\mathbf{q}$  на интегрирование по области (5.7) следующим образом

$$\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}} \rightarrow \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3}. \quad (5.39)$$

В этом случае формула Сохоцкого позволяет выделить действительную  $\operatorname{Re} \pi(\mathbf{k}j, \omega)$  и мнимую  $\operatorname{Im} \pi(\mathbf{k}j, \omega)$  части поляризационного оператора [179]

$$\operatorname{Re} \pi(\mathbf{k}j, \omega) = \frac{s^2}{\rho_0} \mathcal{P} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} |M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})|^2 \frac{n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q})] - n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k})]}{\hbar\{\omega - (\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k}) - \omega_m(\mathbf{q}))\}}, \quad (5.40)$$

$$\operatorname{Im} \pi(\mathbf{k}j, \omega) = -\frac{\pi s^2}{\hbar \rho_0} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} |M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q})|^2 \left( n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q})] - n_B[\hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k})] \right) \times \\ \times \delta\left(\omega - (\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k}) - \omega_m(\mathbf{q}))\right), \quad (5.41)$$

где  $\mathcal{P}$  – главное значение интеграла по Коши, а  $\delta(\dots)$  – дельта-функция. Из вы-

ражения (5.41) следует  $\text{Im } \pi(\mathbf{k}j, \omega) \leq 0$  при  $\omega \geq 0$  и  $\text{Im } \pi(\mathbf{k}j, \omega) \geq 0$  при  $\omega \leq 0$ , что согласуется с поведением  $i0 \text{sgn}(\omega)$ , а значит запаздывающая функция Грина  $D^{(R)}(\mathbf{k}j, \omega)$  обладает правильными аналитическими свойствами. Таким образом, уравнение Дайсона в рассматриваемом случае дает корректное приближение для поляризационного оператора.

Появление отличной от нуля мнимой части поляризационного оператора (5.41) означает конечное время жизни фононов. Следует отметить, что такое поведение фононов может наблюдаться вблизи магнитоакустического резонанса в связи с возбуждением магнитоупругих волн при распространении ультразвука [81]. Однако, в нашем случае этот механизм рассеяния не реализуется, поскольку отсутствует гибридизация магнонных и фононных мод в силу  $\omega_m(\mathbf{q}) \gg \omega_j(\mathbf{k})$ . Заметим, что процессы, которые обеспечивают конечное время жизни фононов в присутствии магнон-фононного взаимодействия на основе механизма Уоллера, можно установить с помощью диаграммы Фейнмана, соответствующей выражению (5.32) (см. рисунок 5.5).

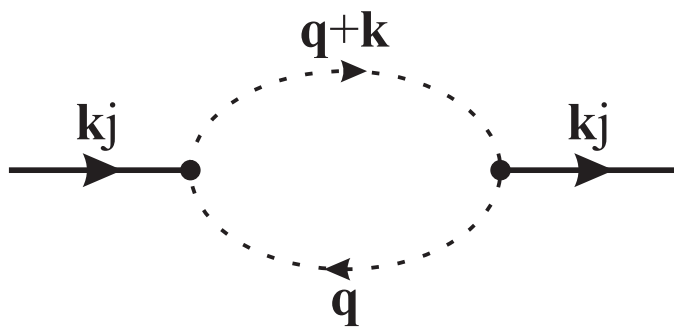


Рисунок 5.5 – Диаграмма Фейнмана, определяющая собственно-энергетическую часть фононов в низшем порядке теории возмущений. Сплошная линия соответствует распространению фононов, пунктирная линия – распространению магнонов, а точка – магнон-фононному взаимодействию.

Таким образом, конечное время жизни фононов обусловлено процессами резонансного поглощения фонона магнонной подсистемой. В таком канале рассеяния фонон с волновым вектором  $\mathbf{k}$  и поляризацией  $j$  вызывает переход между магнонными состояниями с  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{q} + \mathbf{k}$ , в процессе которого энергия сохраняется. Следует отметить, что условие резонансного поглощения фонона  $\omega_e = \omega_m(\mathbf{q} + \mathbf{k}_e) - \omega_m(\mathbf{q})$ , где  $\omega_e$  и  $\mathbf{k}_e$  – экспериментально наблюдаемые циклическая частота и волновой вектор ультразвука, может не выполняться при любых  $\mathbf{q}$  из области (5.7). Однако, увеличение ширины магнонной зоны (5.14), связанное с метамагнитным переходом «низкий спин – высокий спин», способно активи-

вировать канал рассеяния фононов на магнонах [195]. Обсудим, как при этом меняется коэффициент ослабления ультразвука, распространяющегося вдоль направления [100] монокристалла  $\text{LuCo}_3$ .

## 5.6 Описание распространения ультразвука на основе теории линейного отклика

Будем считать, что на  $i$ -й атом модельной решетки (см. рисунок 5.1) в  $\alpha$ -ом направлении действует малая внешняя сила  $F_i^\alpha(t) \equiv F_i^\alpha e^{-i\omega_e t}$ . Такое возмущение упругой подсистемы допускает описание с помощью формального гамильтониана [87]

$$\mathcal{H}_1 \equiv - \sum_{i\alpha} u_i^\alpha F_i^\alpha(t). \quad (5.42)$$

Тогда распространение ультразвука можно рассматривать как линейный отклик упругой подсистемы на малое возмущение  $\mathcal{H}_1$ , который вычисляется по формуле Кубо

$$\langle u_i^\alpha \rangle(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' \langle [u_i^\alpha(t), \mathcal{H}_1(t')] \rangle. \quad (5.43)$$

Определим запаздывающую фононную функцию Грина [179]

$$D^{(R)}(\mathbf{k}j, t-t') \equiv -i \theta(t-t') \langle [A_{\mathbf{k}j}(t), A_{-\mathbf{k}j}(t')] \rangle, \quad (5.44)$$

где  $\theta(t-t')$  – функция Хевисайда, а преобразование Фурье

$$D^{(R)}(\mathbf{k}j, t-t') \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega(t-t')} D^{(R)}(\mathbf{k}j, \omega) \quad (5.45)$$

приводит к выражению (5.37). При этом с помощью метода вторичного квантования решеточных смещений (5.1) можно показать, что запаздывающая функция Грина описывает линейный отклик упругой подсистемы

$$\langle u_i^\alpha \rangle(t) = -\frac{1}{2m_0 N} \sum_{\mathbf{k}j} \sum_{i'\alpha'} \frac{e_\alpha(\mathbf{k}j) e_{\alpha'}(\mathbf{k}j)}{\omega_j(\mathbf{k})} e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i'})} F_{i'\alpha'}^\alpha(t) D^{(R)}(\mathbf{k}j, \omega_e). \quad (5.46)$$

Рассмотрим распространение ультразвука вдоль оси  $x$ . Будем считать, что вдоль этого направления на атомы модельной решетки, лежащие в плоскости

перпендикулярной к оси  $x$ , действует одинаковая сила  $F^x$ . В этом случае продольной акустической волне будет соответствовать выражение

$$\langle u_i^x \rangle(t) \sim \frac{aF^x}{\pi m_0} \int dk \frac{D^{(R)}(\mathbf{k}1, \omega_e)}{\omega_1(\mathbf{k})} e^{i(kx_i - \omega_e t)}, \quad (5.47)$$

где  $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ , а закон дисперсии невзаимодействующих фононов  $\omega_1(\mathbf{k}) = v_0|k|$  определяется собственным значением динамической матрицы в длинноволновом пределе (5.22) с  $j=1$ . Здесь  $v_0 = \sqrt{(\lambda_1 + \lambda_2)/\rho_0}$  – скорость ультразвука в отсутствие магнон-фононного взаимодействия.

Следует отметить, что основной вклад в интеграл (5.47) дают полюсы функции Грина  $D^{(R)}(\mathbf{k}1, \omega_e)$  [87], которые определяются уравнением

$$\omega_e^2 - \omega_1^2(\mathbf{k}_r) - \pi(\mathbf{k}_r 1, \omega_e) = 0, \quad (5.48)$$

где  $k_r \equiv k + i\alpha$ , здесь и далее  $k$  представляет собой волновое число взаимодействующих фононов, а  $\alpha$  – коэффициент ослабления ультразвука, обусловленный процессами резонансного поглощения фонона магнонной подсистемой. Предполагая  $k \gg \alpha$ , что соответствует «хорошо» определенным квазичастицам, можно разложить уравнение (5.48) в ряд Тейлора по степеням  $\alpha$  [87]

$$\omega_e^2 = v_0^2 k^2 + \text{Re } \pi(k1, \omega_e), \quad (5.49)$$

$$\alpha = -\text{Im } \pi(k1, \omega_e) / (2kv_0^2). \quad (5.50)$$

Отметим, что в рамках такого приближения действительная часть поляризационного оператора (5.40) отвечает за перенормировку фононного спектра, а мнимая часть (5.41) определяет коэффициент ослабления ультразвука. Поскольку фононный спектр в отсутствие магнон-фононного взаимодействия  $\omega_1(\mathbf{k})$  был получен в длинноволновом пределе  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{d} \ll 1$ , подынтегральное выражение (5.40) необходимо оценить с той же точностью, а именно

$$M_2(\mathbf{k}j; \mathbf{q}) \approx i \sum_{\mathbf{d}} J'(|\mathbf{d}|) \mathbf{k} \cdot \mathbf{d} (1 - e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{d}}) \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}j) / |\mathbf{d}|, \quad (5.51)$$

$$\omega_m(\mathbf{q} + \mathbf{k}) - \omega_m(\mathbf{q}) \approx -is/\hbar \sum_{\mathbf{d}} J(|\mathbf{d}|) \mathbf{k} \cdot \mathbf{d} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{d}}, \quad (5.52)$$

где учтено, что  $1 - e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}} \approx -i\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}$ . Суммирование по  $\mathbf{d}$  ведется по ближайшим

соседям (см. рисунок 5.4) и в рассматриваемом случае приводит к выражениям, явный вид которых можно найти в [A2]. Константу магнон-фононного взаимодействия  $J'(a) \equiv J'_a$ , возникающую при этом, следует считать подгоночным параметром теории. Она отвечает за проявление аномалии акустических свойств вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин», однако, при подборе конкретного значения  $J'_a$  не стоит напрямую использовать экспериментальную зависимость скорости ультразвука от внешнего магнитного поля, поскольку она определяется не только динамическими процессами модуляции обмена (5.17), но и возможным изменением параметров решетки при метамагнитном переходе [180].

Заметим, что полевая зависимость разницы энергий магнонных возбуждений, характеризующихся волновыми векторами  $\mathbf{q}+\mathbf{k}$  и  $\mathbf{q}$ , определяется в основном  $s(H)$  (5.52), поскольку волновое число  $k$  почти не меняется при увеличении внешнего магнитного поля по сравнению с полевой эволюцией спина элементарной ячейки  $\text{LuCo}_3$  (см. рисунок 5.2). Нас интересует сценарий, когда в начале кроссовера энергия фонона  $\hbar\omega_e$  превосходит  $\hbar\omega_m(\mathbf{q}+\mathbf{k}) - \hbar\omega_m(\mathbf{q})$  при  $\forall \mathbf{q}$  и резонансного поглощения не происходит, а после его завершения существуют  $\mathbf{q}$ , для которых выполняется условие резонансного поглощения фонона магнонной подсистемой. Рассматривая параметр  $\eta \equiv 2sJ_a k a / \hbar\omega_e$ , можно показать, что канал рассеяния фононов на магнонах активируется при значении  $\eta_{\text{crit}} = 32 / (3 + \sqrt{33}) \sqrt{30 + 2\sqrt{33}} \approx 0.568$  [A2]. Тогда при  $\eta < \eta_{\text{crit}}$  реализуется нерезонансный режим распространения ультразвука, в то время как при  $\eta > \eta_{\text{crit}}$  распространение ультразвука сопровождается переходами между магнонными состояниями. Таким образом, резкий рост коэффициента ослабления ультразвука (5.50), распространяющегося в сильноанизотропном ферромагнетике, связан с изменением характера рассеяния фононов на магнонах в области кроссовера «низкий спин – высокий спин».

Полевую зависимость коэффициента ослабления ультразвука при фиксированной температуре можно получить явно с помощью зависимости волнового вектора от внешнего магнитного поля  $k(H)$ , которая определяется уравнением (5.49) [A2]. Интегралы (5.40) и (5.41), возникающие при этом, приходится вычислять численно, заменяя обобщенные функции  $P 1/x$  и  $\delta(x)$  на  $x/(x^2 + \varepsilon^2)$  и  $\varepsilon/\pi(x^2 + \varepsilon^2)$ , соответственно, где  $\varepsilon$  выбирается равным  $10^{-4}$  [196]. Следует отметить, что в процессах рассеяния участвуют магноны с волновыми векторами, распределенными по всей области неэквивалентных  $\mathbf{q}$  (например, по первой

зоне Бриллюэна), поэтому важно сохранять интегрирование по всей такой области. Результаты соответствующих расчетов представлены на рисунке 5.6.

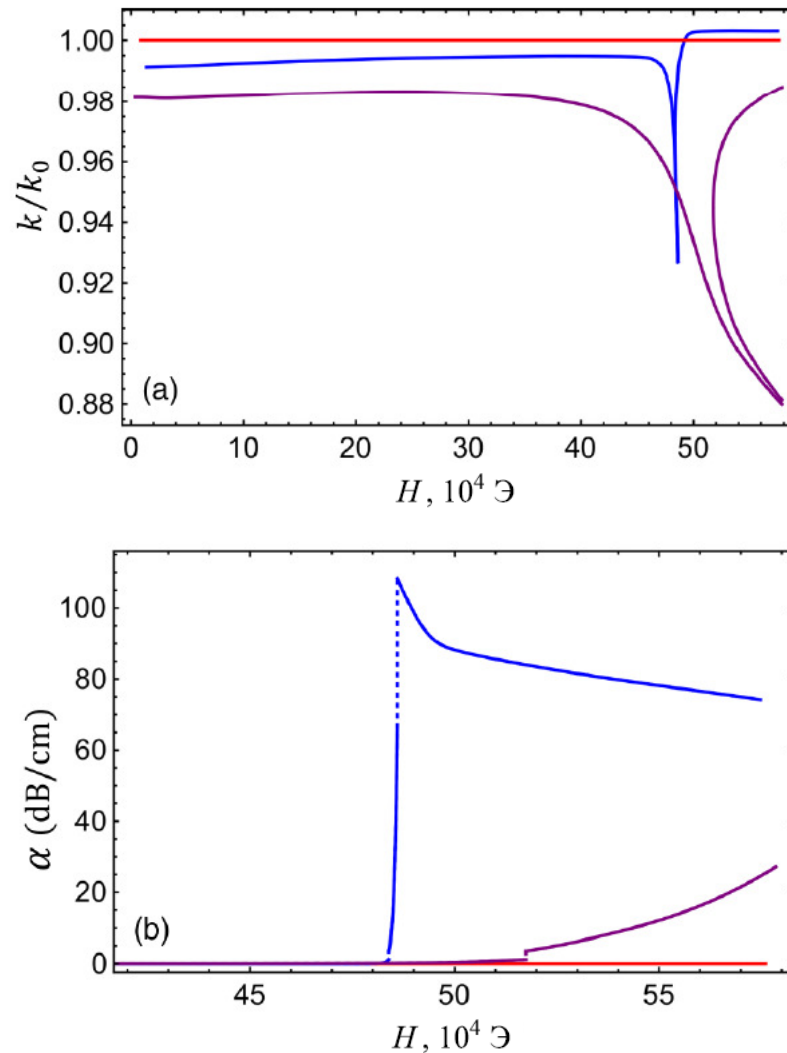


Рисунок 5.6 – Полевая зависимость (а) волнового вектора в единицах  $k_0 \equiv \omega_e/v_0$  и (б) коэффициента ослабления продольной акустической волны, распространяющейся в  $\text{LuCo}_3$  вдоль направления  $[100]$  при температуре: 2 К (красный), 80 К (синий), 160 К (фиолетовый). При построении графиков использовались следующие значения параметров задачи:  $\omega_e/2\pi = 2.6 \cdot 10^7$  Гц,  $v_0 = 3.886 \cdot 10^5$  см/с,  $J_a/k_B = 1.219$  К,  $aJ'_a/k_B = 343.3$  К [A2].

Обсудим влияние температуры на вероятность процессов рассеяния фононов на магнонах. Следует отметить, что магнон-фононное взаимодействие в форме так называемого механизма Уоллера не приводит к возбуждению новых магнонных состояний (число магнонов сохраняется), поэтому эта вероятность оказывается чувствительной к температурной заселенности магнонной зоны. В результате, при низких температурах, когда флуктуации в магнитной подсистеме подавляются сверхсильным внешним магнитным полем и существенной магнитной анизотропией, аномальное полевое поведение характеристик распро-

странения ультразвука не наблюдается (красная линия на рисунке 5.6). Увеличение температуры приводит к эффективному усилению магнон-фононного взаимодействия за счет возбуждения магнитных флуктуаций, из-за чего особенности зависимостей волнового вектора и коэффициента ослабления ультразвука от внешнего магнитного поля становятся заметными (синяя линия на рисунке 5.6). При дальнейшем повышении температуры эти зависимости сильно искажаются (фиолетовая линия на рисунке 5.6), что может говорить о некорректности описания распространения ультразвука в низшем порядке теории возмущений при достаточно высоких температурах. Таким образом, развитая в настоящей главе теория оказывается релевантной при промежуточных температурах ( $\sim 100$  К).

Рассмотрим особенности акустических свойств  $\text{LuCo}_3$ , обусловленные динамическими процессами модуляции обмена, при температуре  $T = 80$  К (см. рисунок 5.6). Заметим, что при фиксированной частоте эксперимента величина  $\omega_e/k(H)$  отражает полевою зависимость скорости ультразвука. В таком случае распространение ультразвука в низкоспиновом состоянии характеризуется ужесточением решетки, а в высокоспиновом – смягчением решетки (см. рисунок 5.6(a)). Особое внимание следует обратить на область кроссовера «низкий спин – высокий спин», где наблюдается резкое уменьшение волнового вектора, которое можно интерпретировать как преодоление акустической волной препятствий (магнитных флуктуаций) за счет увеличения длины волны ультразвука. Этот процесс сопровождается резким ростом коэффициента ослабления ультразвука при достижении критического значения намагниченности  $s_{\text{crit}} = \eta_{\text{crit}} \hbar \omega_e / 2 J_a k_{\text{crit}} a$  и его последующим плавным спадом (см. рисунок 5.6(b)), вызванным уменьшением температурной заселенности магнонной зоны при увеличении внешнего магнитного поля. Такое полевое поведение коэффициента ослабления ультразвука вблизи метамагнитного перехода согласуется с экспериментальными наблюдениями (см. рисунок 5.7).

Следует отметить, что аналогичные переходы из низкоспинового состояния в высокоспиновое были обнаружены в таких редкоземельных интерметаллических соединениях, как  $\text{YCo}_3$  [74],  $\text{Y}(\text{Co}_{1-x}\text{Fe}_x)_3$  [75],  $\text{YCo}_5$  и  $\text{LaCo}_5$  [76,77]. Таким образом, ультразвуковые методы могут стать дополнительным инструментом исследования метамагнитных переходов в этих соединениях.

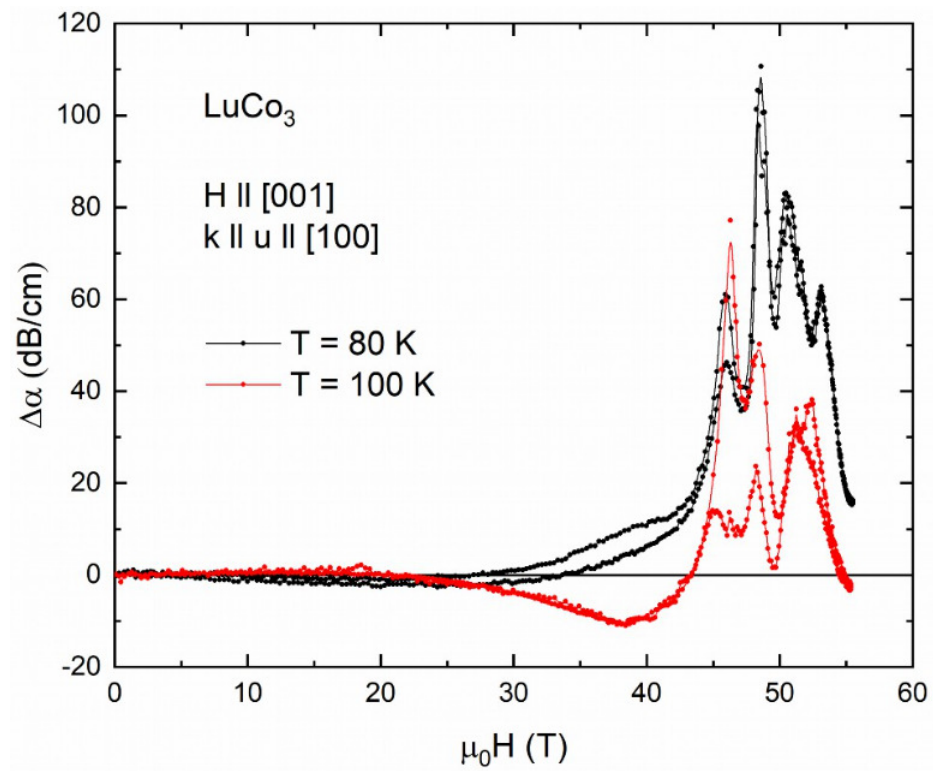


Рисунок 5.7 – Экспериментальная зависимость коэффициента ослабления ультразвука от внешнего магнитного поля [данные любезно предоставлены Горбуновым Д.И. и Незнахиным Д.С.].

## 5.7 Основные результаты

Рассмотрено распространение продольной акустической волны в сильноанизотропном ферромагнетике  $\text{LuCo}_3$  вдоль направления  $[100]$  вблизи кроссовера «низкий спин – высокий спин», индуцированного сверхсильным внешним магнитным полем, приложенным вдоль оси  $z$ . С помощью теории линейного отклика и формализма мацубаровских функций Грина во втором порядке теории возмущений по константе магнон-фононного взаимодействия показано, что:

1) Модуляция обменного взаимодействия между двумя магнитными ионами, вызванная распространением ультразвука, обеспечивает канал рассеяния фононов на магнонах.

2) В низкоспиновом состоянии рассеяние носит нерезонансный характер, тогда как резкий рост намагниченности при кроссовере «низкий спин – высокий спин» делает возможным резонансное поглощение фононов магнонной подсистемой за счет переходов между магнонными состояниями.

3) Вероятность процессов рассеяния фононов на магнонах пропорциональна температурной заселенности магнонной зоны, что приводит к эффективному усилению магнон-фононного взаимодействия при увеличении температуры.

В качестве обобщающего результата можно отметить, что смена характера рассеяния фононов на магнонах с нерезонансного на резонансный в области кроссовера «низкий спин – высокий спин» сопровождается резким ростом коэффициента ослабления ультразвука, заметным при температурах  $\sim 100$  К. Такое полевое поведение акустических свойств сильноанизотропного ферромагнетика, экспериментально подтвержденное для  $\text{LuCo}_3$ , делает ультразвуковые методы перспективным инструментом исследования метамагнитных переходов в редкоземельных интерметаллических соединениях при температурах ниже критической.

Ключевые результаты этой главы опубликованы в работе [A2].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей диссертационной работе рассматривается роль одноионного магнитоупругого взаимодействия в формировании магнитоупругих волн, распространяющихся вдоль хиральной оси гелимагнетика, и несоизмеримого магнитного порядка в одноосном хиральном гелимагнетике  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  гексагональной симметрии в присутствии упругих напряжений; представлено описание структурно-хиральной среды в рамках микрополярной теории упругости. Также обсуждается влияние двухионного магнитоупругого взаимодействия на магнитный гистерезис в ряде интеркалированных дихалькогенидов переходных металлов и на процесс ослабления ультразвука в интерметаллиде  $\text{LuCo}_2$  в области кроссовера «низкий спин – высокий спин», индуцированного сверхсильным внешним магнитным полем.

В качестве обобщающих результатов можно выделить следующее:

1) Установлено, что закон дисперсии магнитоупругих волн, распространяющихся вдоль хиральной оси, существенно зависит от основного состояния одноосного хирального гелимагнетика в присутствии внешнего магнитного поля. Коническая фаза характеризуется заметной асимметрией запрещенных зон в области магнитоакустического резонанса, в то время как фаза хиральной магнитной солитонной решетки демонстрирует мультрезонансное поведение. Следует отметить, что возможность контролируемого управления внешним магнитным полем дисперсии магнитоупругих волн в одноосных хиральных гелимагнетиках представляет собой крайне перспективное функциональное свойство этих материалов.

2) В рамках микрополярной теории упругости показано, что фононный спектр нецентросимметричного кристалла испытывает поляризационно-зависимое расщепление, аналогичное эффекту Рашбы. Определена область параметров, в которой гибридизация поступательных и вращательных степеней свободы микроэлемента сплошной среды приводит к появлению ротонно-

подобного минимума у акустической ветви спектра микрополярных волн, распространяющихся вдоль хиральной оси. Таким образом, ротонны могут иметь классическую природу и существовать при комнатных температурах, что было подтверждено экспериментально в хиральных метаматериалах [85,129].

3) Вычислен контраст Френеля просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии для каждого пространственно неоднородного решения стационарного уравнения двойного синус-Гордона. Характерные особенности такого контраста позволили идентифицировать в терминах модели двойного синус-Гордона несоизмеримый магнитный порядок, наблюдаемый экспериментально в тонкой пленке  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  при совместном действии внешнего магнитного поля и растягивающих упругих напряжений, приложенных перпендикулярно к геликоидальной оси. На основе этого, предложен способ количественной оценки локальных упругих деформаций в образце с неоднородным магнитным упорядочением.

4) Показано, что при низких температурах двухионное магнитоупругое взаимодействие способно стабилизировать ферромагнитное состояние в антиферромагнетике  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  в отсутствие внешнего магнитного поля. Необычное температурное поведение формы магнитного гистерезиса вызвано разрушением такого метастабильного состояния с ростом температуры, что сопровождается изменением вида петли гистерезиса с однопетлевой формы в ферромагнитном режиме на двухпетлевую – в антиферромагнитном.

5) В рамках теории линейного отклика установлено, что распространение ультразвука в сильноанизотропном ферромагнетике может сопровождаться резонансным поглощением фононов магнитной подсистемой, вызывая переходы между различными спин-волновыми состояниями. Резкий рост ширины магнитной зоны в области кроссовера «низкий спин – высокий спин», индуцированного сверхсильным внешним магнитным полем, приводит к изменению характера рассеяния фононов на магнонах с нерезонансного на резонансный. Этот процесс сопровождается резким ростом коэффициента ослабления ультразвука, что согласуется с экспериментальными наблюдениями для направления распространения [100] в интерметаллиде  $\text{LuCo}_3$  при температурах  $\sim 100$  К.

### **Перспективы дальнейшей разработки темы**

Полученные результаты вносят существенный вклад в понимание магнитоупругих явлений в дихалькогенидах и интерметаллидах переходных метал-

лов, а также эффектов структурной хиральности. Однако, ряд вопросов, не затронутых в данной диссертации, требует детального изучения. Среди таких открытых проблем можно отметить следующие:

1) Влияние основного состояния одноосного хирального гелимагнетика на ослабление ультразвука в присутствии внешних полей.

2) Роль локальных вращений микрополярной среды в процессах протекания тока в нецентросимметричных кристаллах. В частности, представляет особый интерес объяснение с помощью таких вращений эффекта спиновой селективности индуцированной хиральностью, обнаруженного в соединениях  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  [16],  $\text{NbSi}_2$  и  $\text{TaSi}_2$  [17].

3) Особенности распространения ультразвука вдоль направления [001] монокристалла  $\text{LuCo}_3$  в области кроссовера «низкий спин – высокий спин».

В заключение отметим, что результаты представленной диссертационной работы могут быть использованы для планирования новых экспериментов и для описания других соединений, родственных рассмотренным.

### **Благодарности**

Автор диссертации в первую очередь выражает благодарность своему научному руководителю, Овчинникову Александру Сергеевичу, за формулировку темы и постановку задач, за наставничество в освоении современных теоретических методов физики конденсированного состояния и за всестороннюю помощь.

Также автор признателен Дж. Кишинэ, И.Г. Бострем и Вл.Е. Сеницыну за совместную работу над описанием свойств одноосных хиральных гелимагнетиков; Н.В. Баранову и Н.В. Селезневой за содержательное обсуждение физики слоистых диалкогенидов переходных металлов; Г. Патерсону и С. МакВити из университета Глазго за ценные советы по работе с данными по просвечивающей лоренцевской электронной микроскопии; Д.И. Горбунову и Д.С. Незнахину за предоставление неопубликованных данных по изучению полевого поведения коэффициента ослабления ультразвука в  $\text{LuCo}_3$ .

Автор благодарит свою семью и друзей за безусловную поддержку в период подготовки рукописи.

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда BASIS (грант №21-1-5-149-1), РФФ (грант №22-13-00158) и системы целевой аспирантуры для сотрудников УрФУ, а также проекта госзадания №FEUZ-2020-0054.

**Список основных публикаций автора по материалам  
диссертационной работы в изданиях, рекомендованных  
ВАК и приравненных к ним**

A1. Tereshchenko, A.A. Emergent elasticity and wavelike to particle-like crossover in a magnetic chiral soliton lattice / **A.A. Tereshchenko**, Vl.E. Sinitsyn, I.G. Bostrem, P.V. Prudnikov, A.S. Ovchinnikov, J. Kishine // Physical Review B. – 2024. – Vol. 110. – P. 144426.

A2. Tereshchenko, A.A. Theory of ultrasound propagation in  $\text{LuCo}_3$  near the low-spin-high-spin crossover / **A.A. Tereshchenko**, A.S. Ovchinnikov, D.I. Gorbunov, D.S. Neznakhin // Physical Review B. – 2022. – Vol. 106. – P. 054417.

A3. Kishine, J. Chirality-induced phonon dispersion in a noncentrosymmetric micropolar crystal / J. Kishine, A.S. Ovchinnikov, **A.A. Tereshchenko** // Physical Review Letters. – 2020. – Vol. 125. – P. 245302.

A4. Paterson, G.W. Tensile deformations of the magnetic chiral soliton lattice probed by Lorentz transmission electron microscopy / G.W. Paterson, **A.A. Tereshchenko**, S. Nakayama, Y. Kousaka, J. Kishine, S. McVitie, A.S. Ovchinnikov, I. Proskurin, Y. Togawa // Physical Review B. – 2020. – Vol. 101. – P. 184424.

A5. Baranov, N.V. Magnetic phase transitions, metastable states, and magnetic hysteresis in the antiferromagnetic compounds  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$  / N.V. Baranov, N.V. Selezneva, E.M. Sherokalova, Y.A. Baglaeva, A.S. Ovchinnikov, **A.A. Tereshchenko**, D.I. Gorbunov, A.S. Volegov, A.A. Sherstobitov // Physical Review B. – 2019. – Vol. 100. – P. 024430.

A6. Tereshchenko, A.A. Theory of magnetoelastic resonance in a monoaxial chiral helimagnet / **A.A. Tereshchenko**, A.S. Ovchinnikov, I. Proskurin, E.V. Sinitsyn, J. Kishine // Physical Review B. – 2018. – Vol. 97. – P. 184303.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kittel, C. Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals / C. Kittel // *Physical Review*. – 1958. – Vol. 110. – P. 836-841.
2. Turov, E.A. Broken symmetry and magnetoacoustic effects in ferro- and antiferromagnetics / E.A. Turov, V.G. Shavrov // *Advances in Physical Sciences*. – 1983. – Vol. 140. – P. 429-462.
3. Tedstone, A.A. Synthesis, properties, and applications of transition metal-doped layered transition metal dichalcogenides / A.A. Tedstone, D.J. Lewis, P. O'Brien // *Chemistry of Materials*. – 2016. – Vol. 28. – P. 1965-1974.
4. Zhao, B. 2D metallic transition-metal dichalcogenides: structures, synthesis, properties, and applications / B. Zhao, D. Shen, Z. Zhang, P. Lu, M. Hossain, J. Li, B. Li, X. Duan // *Advanced Functional Materials*. – 2021. – Vol. 31. – P. 2105132.
5. Rajapakse, M. Intercalation as a versatile tool for fabrication, property tuning, and phase transitions in 2D materials / M. Rajapakse, B. Karki, U.O. Abu, S. Pishgar, M.R.K. Musa, S.M.S. Riyadh, M. Yu, G. Sumanasekera, J.B. Jasinski // *NPJ 2D Materials and Applications*. – 2021. – Vol. 5. – P. 30.
6. Ovchinnikov, A.S. Influence of the type of intercalation on spin-glass formation in the Fe-doped TaS<sub>2</sub> (Se<sub>2</sub>) polytype family / A.S. Ovchinnikov, I.G. Bostrem, Vl.E. Sinitsyn, N.M. Nosova, N.V. Baranov // *Physical Review B*. – 2024. – Vol. 109. – P. 054403.
7. Isnard, O. High magnetic field study of the Tm<sub>2</sub>Fe<sub>17</sub> and Tm<sub>2</sub>Fe<sub>17</sub>D<sub>3.2</sub> compounds / O. Isnard, A.V. Andreev, M.D. Kuz'min, Y. Skourski, D.I. Gorbunov, J. Wosnitza, N.V. Kudrevatykh, A. Iwasa, A. Kondo, A. Matsuo, K. Kindo // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 88. – P. 174406.
8. Gorbunov, D.I. High-field magnetization of a DyFe<sub>5</sub>Al<sub>7</sub> single crystal / D.I. Gorbunov, A.V. Andreev, Y. Skourski, M.D. Kuz'min // *Journal of Alloys and Compounds*. – 2013. – Vol. 553. – P. 358-363.

9. Gorbunov, D.I. Microscopic nature of the first-order field-induced phase transition in the strongly anisotropic ferrimagnet  $\text{HoFe}_5\text{Al}_7$  / D.I. Gorbunov, C. Strohm, M.S. Henriques, P. van der Linden, B. Pedersen, N.V. Mushnikov, E.V. Rosenfeld, V. Petricek, O. Mathon, J. Wosnitza, A.V. Andreev // *Physical Review Letters*. – 2019. – Vol. 122. – P. 127205.

10. Neznakhin, D.S. Itinerant metamagnetic transition in the ferromagnet  $\text{LuCo}_3$  induced by high field: Instability of the  $3d$ -electron subsystem / D.S. Neznakhin, D.I. Radzivonchik, D.I. Gorbunov, A.V. Andreev, J. Sebek, A.V. Lukoyanov, M.I. Bartashevich // *Physical Review B*. – 2020. – Vol. 101. – P. 224432.

11. Togawa, Y. Chiral magnetic soliton lattice on a chiral helimagnet / Y. Togawa, T. Koyama, K. Takayanagi, S. Mori, Y. Kousaka, J. Akimitsu, S. Nishihara, K. Inoue, A.S. Ovchinnikov, J. Kishine // *Physical Review Letters*. – 2012. – Vol. 108. – P. 107202.

12. Kishine, J. Topological magnetization jumps in a confined chiral soliton lattice / J. Kishine, I.G. Bostrem, A.S. Ovchinnikov, V.I.E. Sinitsyn // *Physical Review B*. – 2014. – Vol. 89. – P. 014419.

13. Togawa, Y. Interlayer magnetoresistance due to chiral soliton lattice formation in hexagonal chiral magnet  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  / Y. Togawa, Y. Kousaka, S. Nishihara, K. Inoue, J. Akimitsu, A.S. Ovchinnikov, J. Kishine // *Physical Review Letters*. – 2013. – Vol. 111. – P. 197204.

14. Kishine, J. Theory of spin resonance in a chiral helimagnet / J. Kishine, A.S. Ovchinnikov // *Physical Review B*. – 2009. – Vol. 79. – P. 220405.

15. Kishine, J. Theory of standing spin waves in a finite-size chiral spin soliton lattice / J. Kishine, V.I.E. Sinitsyn, I.G. Bostrem, Igor Proskurin, F.J.T. Goncalves, Y. Togawa, A.S. Ovchinnikov // *Physical Review B*. – 2019. – Vol. 100. – P. 024411.

16. Inui, A. Chirality-induced spin-polarized state of a chiral crystal  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  / A. Inui, R. Aoki, Y. Nishiue, K. Shiota, Y. Kousaka, H. Shishido, D. Hirobe, M. Suda, J. Ohe, J. Kishine, H.M. Yamamoto, Y. Togawa // *Physical Review Letters*. – 2020. – Vol. 124. – P. 166602.

17. Shiota, K. Chirality-induced spin polarization over macroscopic distances in chiral disilicide crystals / K. Shiota, A. Inui, Y. Hosaka, R. Amano, Y. Onuki, M. Hedo, T. Nakama, D. Hirobe, J. Ohe, J. Kishine, H.M. Yamamoto, H. Shishido, Y. Togawa // *Physical Review Letters*. – 2021. – Vol. 127. – P. 126602.

18. Eringen, A.C. *Microcontinuum field theories* / A.C. Eringen. – New York: Springer-Verlag, 1999. – 325 p.

19. Nowacki, W. Theory of asymmetric elasticity / W. Nowacki. – Oxford: Pergamon Press, 1986. – 383 p.
20. Selezneva, N.V. Multiple magnetic states and irreversibilities in the  $\text{Fe}_x\text{TiS}_2$  system / N.V. Selezneva, N.V. Baranov, E.M. Sherokalova, A.S. Volegov, A.A. Sherstobitov // Physical Review B. – 2021. – Vol. 104. – P. 064411.
21. Gubkin, A.F. Effects of S-Se substitution and magnetic field on magnetic order in  $\text{Fe}_{0.5}\text{Ti}(\text{S},\text{Se})_2$  layered compounds / A.F. Gubkin, E.M. Sherokalova, L. Keller, N.V. Selezneva, A.V. Proshkin, E.P. Proskurina, N.V. Baranov // Journal of Alloys and Compounds. – 2014. – Vol. 616. – P. 148-154.
22. Baranov, N.V. Magnetic order, field-induced phase transitions and magnetoresistance in the intercalated compound  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$  / N.V. Baranov, E.M. Sherokalova, N.V. Selezneva, A.V. Proshkin, A.F. Gubkin, L. Keller, A.S. Volegov, E.P. Proskurina // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2013. – Vol. 25. – P. 066004.
23. Baranov, N.V. Magnetic phase transitions, metastable states, and magnetic hysteresis in the antiferromagnetic compounds  $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$  / N.V. Baranov, N.V. Selezneva, E.M. Sherokalova, Y.A. Baglaeva, A.S. Ovchinnikov, A.A. Tereshchenko, D.I. Gorbunov, A.S. Volegov, A.A. Sherstobitov // Physical Review B. – 2019. – Vol. 100. – P. 024430.
24. Croat, J.J. Pr-Fe and Nd-Fe-based materials: A new class of high-performance permanent magnets / J.J. Croat, J.F. Herbst, R.W. Lee, F.E. Pinkerton // Journal of Applied Physics. – 1984. – Vol. 55. – P. 2078-2082.
25. Skourski, Y. High-field magnetization of  $\text{Ho}_2\text{Fe}_{17}$  / Y. Skourski, M.D. Kuz'min, K.P. Skokov, A.V. Andreev, J. Wosnitza // Physical Review B. – 2011. – Vol. 83. – P. 214420.
26. Radzivonchik, D.I. Site-selective spin transition in  $\text{LuCo}_3$  / D.I. Radzivonchik, D.S. Neznakhin, A.V. Lukoyanov // Journal of Physics and Chemistry of Solids. – 2022. – Vol. 163. – P. 110552.
27. Muhlbauer, S. Skyrmion lattice in a chiral magnet / S. Muhlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauer, R. Georgii, P. Boni // Science. – 2009. – Vol. 323. – P. 915-919.
28. Burn, D.M. Helical magnetic ordering in thin FeGe membranes / D.M. Burn, S.L. Zhang, S. Wang, H.F. Du, G. van der Laan, T. Hesjedal // Physical Review B. – 2019. – Vol. 100. – P. 184403.

29. Bar'yakhtar, V. Spectrum of spin waves in antiferromagnets with a spiral magnetic structure / V. Bar'yakhtar, E. Stefanovskii // *Fizika Tverdogo Tela.* – 1969. – Vol. 11. – P. 1946-1952.
30. Vlasov, K.B. Propagation of sound-waves in magnetic-ordering crystals with helical magnetic-structure / K.B. Vlasov, V.G. Bar'yakhtar, E.P. Stefanovskii // *Fizika Tverdogo Tela.* – 1973. – Vol. 15. – P. 3656-3663.
31. Бучельников, В.Д. Магнитоупругие волны в кристаллах с геликоидальной магнитной структурой / В.Д. Бучельников, В.Г. Шавров // *Физика твердого тела.* – 1989. – Т. 31. – С. 81-86.
32. Buchel'nikov, V.D. Coupled magnetoelastic and electromagnetic waves in uniaxial crystals having spiral magnetic structure / V.D. Buchel'nikov, I.V. Bychkov, V.G. Shavrov // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* – 1993. – Vol. 118. – P. 169-174.
33. Barron, L.D. From cosmic chirality to protein structure: Lord Kelvin's legacy / L.D. Barron // *Chirality.* – 2012. – Vol. 24. – P. 879-893.
34. Ландау, Л.Д. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 264 с.
35. Pouget, J. Lattice model for elastic ferroelectric crystals: microscopic approach / J. Pouget, A. Askar, G.A. Maugin // *Physical Review B.* – 1986. – Vol. 33. – P. 6304-6319.
36. Pouget, J. Lattice model for elastic ferroelectric crystals: continuum approximation / J. Pouget, A. Askar, G.A. Maugin // *Physical Review B.* – 1986. – Vol. 33. – P. 6320-6325.
37. Bukharaev, A.A. Straintronics: a new trend in micro- and nanoelectronics and materials science / A.A. Bukharaev, A.K. Zvezdin, A.P. Pyatakov, Y.K. Fetisov // *Advances in Physical Sciences.* – 2018. – Vol. 61. – P. 1175-1212.
38. Landauer, R. Irreversibility and heat generation in the computing process / R. Landauer // *IBM Journal.* – 1961. – Vol. 5. – P. 183-191.
39. Madami, M. Magnetization dynamics of single-domain nanodots and minimum energy dissipation during either irreversible or reversible switching / M. Madami, G. Gubbiotti, S. Tacchi, G. Carlotti // *Journal of Physics D: Applied Physics.* – 2017. – Vol. 50. – P. 453002.
40. Roy, K. Switching dynamics of a magnetostrictive single-domain nanomagnet subjected to stress / K. Roy, S. Bandyopadhyay, J. Atulasimha // *Physical Review B.* – 2011. – Vol. 83. – P. 224412.

41. Kovalenko, O. New concept for magnetization switching by ultrafast acoustic pulses / O. Kovalenko, T. Pezeril, V.V. Temnov // *Physical Review Letters*. – 2013. – Vol. 110. – P. 266602.
42. Tiercelin, N. Magnetoelectric memory using orthogonal magnetization states and magnetoelastic switching / N. Tiercelin, Y. Dusch, V. Preobrazhensky, P. Pernod // *Journal of Applied Physics*. – 2011. – Vol. 109. – P. 07D726.
43. Buzzi, M. Single domain spin manipulation by electric fields in strain coupled artificial multiferroic nanostructures / M. Buzzi, R.V. Chopdekar, J.L. Hockel, A. Bur, T. Wu, N. Pilet, P. Warnicke, G.P. Carman, L.J. Heyderman, F. Nolting // *Physical Review Letters*. – 2013. – Vol. 111. – P. 027204.
44. D'Souza, N. Experimental clocking of nanomagnets with strain for ultralow power boolean logic / N. D'Souza, M.S. Fashami, S. Bandyopadhyay, J. Atulasimha // *Nano Letters*. – 2016. – Vol. 16. – P. 1069-1075.
45. Shibata, K. Large anisotropic deformation of skyrmions in strained crystal / K. Shibata, J. Iwasaki, N. Kanazawa, S. Aizawa, T. Tanigaki, M. Shirai, T. Nakajima, M. Kubota, M. Kawasaki, H.S. Park, D. Shindo, N. Nagaosa, Y. Tokura // *Nature Nanotechnology*. – 2015. – Vol. 10. – P. 589-593.
46. Nii, Y. Uniaxial stress control of skyrmion phase / Y. Nii, T. Nakajima, A. Kikkawa, Y. Yamasaki, K. Ohishi, J. Suzuki, Y. Taguchi, T. Arima, Y. Tokura, Y. Iwasa // *Nature Communications*. – 2015. – Vol. 6. – P. 8539.
47. Kang, S.P. Elastic moduli and Poisson's ratio of 2-dimensional magnetic skyrmion lattice / S.P. Kang, H.Y. Kwon, C. Won // *Journal of Applied Physics*. – 2017. – Vol. 121. – P. 203902.
48. Hu, Y. Nonlinear emergent elasticity and structural transitions of a skyrmion crystal under uniaxial distortion / Y. Hu, X. Lan, B. Wang // *Physical Review B*. – 2019. – Vol. 99. – P. 214412.
49. Izyumov, Y.A. Modulated, or long-periodic, magnetic structures of crystals / Y.A. Izyumov // *Advances in Physical Sciences*. – 1984. – Vol. 144. – P. 439-474.
50. Golovko, V.A. Different states of incommensurate phase with solitons of one and two types / V.A. Golovko, D.G. Sannikov // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. – 1982. – Vol. 82. – P. 959-964.
51. Iwabuchi, S. Commensurate-incommensurate phase transition in double sine-Gordon system / S. Iwabuchi // *Progress of Theoretical Physics*. – 1983. – Vol. 70. – P. 941-953.

52. Hudak, O. Influence of external electric field on incommensurate-commensurate phase transition in  $K_2SeO_4$  and  $(NH_4)_2BeF_4$  crystals: I. Static properties / O. Hudak // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1983. – Vol. 16. – P. 2641-2658.

53. Tehrani, M.-M. Spin-flop and incommensurate structures in magnetic ferroelectrics / M.-M. Tehrani, N.F. Kubrakov, A.K. Zvezdin // Ferroelectrics. – 1997. – Vol. 204. – P. 181-188.

54. Togawa, Y. Magnetic soliton confinement and discretization effects arising from macroscopic coherence in a chiral spin soliton lattice / Y. Togawa, T. Koyama, Y. Nishimori, Y. Matsumoto, S. McVitie, D. McGrouther, R.L. Stamps, Y. Kousaka, J. Akimitsu, S. Nishihara, K. Inoue, I.G. Bostrem, V.I. Sinityn, A.S. Ovchinnikov, J. Kishine // Physical Review B. – 2015. – Vol. 92. – P. 220412.

55. Togawa, Y. Anomalous temperature behavior of the chiral spin helix in  $CrNb_3S_6$  thin lamellae / Y. Togawa, J. Kishine, P.A. Nosov, T. Koyama, G.W. Paterson, S. McVitie, Y. Kousaka, J. Akimitsu, M. Ogata, A.S. Ovchinnikov // Physical Review Letters. – 2019. – Vol. 122. – P. 017204.

56. Paterson, G.W. Order and disorder in the magnetization of the chiral crystal  $CrNb_3S_6$  / G.W. Paterson, T. Koyama, M. Shinozaki, Y. Masaki, F.J.T. Goncalves, Y. Shimamoto, T. Sogo, M. Nord, Y. Kousaka, Y. Kato, S. McVitie, Y. Togawa // Physical Review B. – 2019. – Vol. 99. – P. 224429.

57. Izyumov, Y.A. Neutron diffraction by incommensurate magnetic structures / Y.A. Izyumov, V.M. Laptev // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1983. – Vol. 85. – P. 2185-2199.

58. Bukharov, A.A. Magnetic hysteresis and domain wall dynamics in single chain magnets with antiferromagnetic interchain coupling / A.A. Bukharov, A.S. Ovchinnikov, N.V. Baranov, K. Inoue // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2010. – Vol. 22. – P. 436003.

59. Sengupta, K. Field-induced first-order magnetic phase transition in an intermetallic compound  $Nd_7Rh_3$ : Evidence for kinetic hindrance, phase coexistence, and percolative electrical conduction / K. Sengupta, E.V. Sampathkumaran // Physical Review B. – 2006. – Vol. 73. – P. 020406.

60. Tsutaoka, T. Irreversible magnetovolume effect in  $Nd_7Rh_3$  single crystal / T. Tsutaoka, K. Shimomura, A. Tanaka // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2011. – Vol. 323. – P. 3147-3150.

61. Callen, E. Magnetostriction, forced magnetostriction, and anomalous thermal expansion in ferromagnets / E. Callen, H.B. Callen // *Physical Review*. – 1965. – Vol. 139. – P. 455-471.
62. Luthi, B. *Physical acoustics in the solid state* / B. Luthi. – Heidelberg: Springer Berlin, 2006. – 428 p.
63. Leisure, R.G. *Ultrasonic spectroscopy: applications in condensed matter physics and materials science* / R.G. Leisure. – Cambridge: Cambridge University Press, 2017. – 248 p.
64. Maekawa, S. Ultrasonic study of terbium in a magnetic field / S. Maekawa, R.A. Treder, M. Tachiki, M.C. Lee, M. Levy // *Physical Review B*. – 1976. – Vol. 13. – P. 1284-1298.
65. Kusaka, S. Ultrasonic study of magnetic phase diagram of MnSi / S. Kusaka, K. Yamamoto, T. Komatsubara, Y. Ishikawa // *Solid State Communications*. – 1976. – Vol. 20. – P. 925-927.
66. Zherlitsyn, S. Spin-lattice effects in selected antiferromagnetic materials (Review Article) / S. Zherlitsyn, S. Yasin, J. Wosnitza, A.A. Zvyagin, A.V. Andreev, V. Tsurkan // *Low Temperature Physics*. – 2014. – Vol. 40. – P. 123-133.
67. Michelmann, M. Colossal magnetoelastic effects at the phase transition of  $(\text{La}_{0.6}\text{Pr}_{0.4})_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$  / M. Michelmann, V. Moshnyaga, K. Samwer // *Physical Review B*. – 2012. – Vol. 85. – P. 014424.
68. Gorodetsky, G. Sound-wave-soft-mode interaction near displacive phase transitions: spin reorientation in  $\text{ErFeO}_3$  / G. Gorodetsky, B. Luthi // *Physical Review B*. – 1970. – Vol. 2. – P. 3688-3698.
69. Bidaux, J.E. Elastic behaviour of pure cobalt near the spin-reorientation phase transition / J.E. Bidaux, B. Cao // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 1991. – Vol. 3. – P. 2263-2272.
70. Gorbunov, D.I. Phase transitions of anisotropic and exchange origins in  $\text{TmFe}_5\text{Al}_7$  / D.I. Gorbunov, S. Yasin, A.V. Andreev, N.V. Mushnikov, E.V. Rosenfeld, Y. Skourski, S. Zherlitsyn, J. Wosnitza // *Physical Review B*. – 2014. – Vol. 89. – P. 214417.
71. Patterson, C. Magnetoelastic effects in the spin reorientation region of single crystal  $\text{NdCo}_5$  / C. Patterson, D. Givord, J. Voiron, S.B. Palmer // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 1986. – Vol. 54-57. – P. 891-892.

72. Fuerst, C.D. Resonant ultrasound measurements of elastic constants in melt-spun  $R_2Fe_{14}B$  compounds ( $R = Ce, Pr, Nd, Er$ ) / C.D. Fuerst, J.F. Herbst, J.L. Sarrao, A. Migliori // Journal of Applied Physics. – 1994. – Vol. 75. – P. 6625-6627.

73. Andreev, A.V. High-field magnetoacoustics of a  $Dy_2Fe_{14}Si_3$  single crystal / A.V. Andreev, D.I. Gorbunov, T. Nomura, A.A. Zvyagin, G.A. Zvyagina, S. Zherlitsyn // Journal of Alloys and Compounds. – 2020. – Vol. 835. – P. 155335.

74. Goto, T. Successive phase transitions in ferromagnetic  $YCo_3$  / T. Goto, H.A. Katori, T. Sakakibara, M. Yamaguchi // Physica B: Condensed Matter. – 1992. – Vol. 177. – P. 255-258.

75. Bartashevich, M.I. Itinerant electron metamagnetism and magnetic anisotropy in the  $Y(Co_{1-x}Fe_x)_3$  system / M.I. Bartashevich, T. Goto, K. Kouji // Physica B: Condensed Matter. – 2000. – Vol. 292. – P. 9-22.

76. Koudela, D. Magnetic and elastic properties of  $YCo_5$  and  $LaCo_5$  under pressure / D. Koudela, U. Schwarz, H. Rosner, U. Burkhardt, A. Handstein, M. Hanfland, M.D. Kuz'min, I. Opahle, K. Koepf, K.-H. Müller, M. Richter // Physical Review B. – 2008. – Vol. 77. – P. 024411.

77. Yamaoka, H. Pressure-induced phase transition in  $LaCo_5$  studied by x-ray emission spectroscopy, x-ray diffraction, and density functional theory / H. Yamaoka, Y. Yamamoto, E.F. Schwier, N. Tsujii, M. Yoshida, Y. Ohta, H. Sakurai, J.-F. Lin, N. Hiraoka, H. Ishii, K.-D. Tsuei, M. Arita, K. Shimada, J. Mizuki // Physical Review B. – 2016. – Vol. 94. – P. 165156.

78. Tachiki, M. Effect of magnetic field on sound propagation near magnetic phase transition temperatures / M. Tachiki, S. Maekawa // Progress of Theoretical Physics. – 1974. – Vol. 51. – P. 1-25.

79. Kamilov, I.K. Ultrasonic studies of the critical dynamics of magnetically ordered crystals / I.K. Kamilov, K.K. Aliev // Advances in Physical Sciences. – 1998. – Vol. 41. – P. 865.

80. Balakrishnan, K. Determination of susceptibility and specific heat critical exponents for weak itinerant-electron ferromagnets from vibrating reed experiments / K. Balakrishnan, S.N. Kaul // Physical Review B. – 2002. – Vol. 65. – P. 134412.

81. Бучельников, В.Д. Релаксационные процессы в магнетиках вблизи ориентационных фазовых переходов / В.Д. Бучельников, В.В. Тарасенко, В.Г. Шавров // Физика твердого тела. – 1983. – Т. 25. – С. 3019-3024.

82. Kishine, J. Tuning magnetotransport through a magnetic kink crystal in a chiral helimagnet / J. Kishine, I.V. Proskurin, A.S. Ovchinnikov // *Physical Review Letters*. – 2011. – Vol. 107. – P. 017205.

83. Tereshchenko, A.A. Emergent elasticity and wavelike to particle-like crossover in a magnetic chiral soliton lattice / A.A. Tereshchenko, Vl.E. Sinitsyn, I.G. Bostrem, P.V. Prudnikov, A.S. Ovchinnikov, J. Kishine // *Physical Review B*. – 2024. – Vol. 110. – P. 144426.

84. Chen, Y. Roton-like acoustical dispersion relations in 3D metamaterials / Y. Chen, M. Kadic, M. Wegener // *Nature Communications*. – 2021. – Vol. 12. – P. 3278.

85. Martinez, J.A.I. Experimental observation of roton-like dispersion relations in metamaterials / J.A.I. Martinez, M.F. Grob, Y. Chen, T. Frenzel, V. Laude, M. Kadic, M. Wegener // *Science Advances*. – 2021. – Vol. 7. – P. eabm2189.

86. Beleggia, M. A Fourier approach to fields and electron optical phase-shifts calculations / M. Beleggia, P.F. Fazzini, G. Pozzi // *Ultramicroscopy*. – 2003. – Vol. 96. – P. 93-103.

87. Kwok, P.C.K. Green's function method in lattice dynamics / P.C.K. Kwok // *Solid State Physics. Advances in Research and Applications*. – 1967. – Vol. 20. – P. 213-303.

88. Yu, X.Z. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal / X.Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa, J.H. Park, J.H. Han, Y. Matsui, N. Nagaosa, Y. Tokura // *Nature*. – 2010. – Vol. 465. – P. 901-904.

89. Munzer, W. Skyrmion lattice in the doped semiconductor  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$  / W. Munzer, A. Neubauer, T. Adams, S. Mühlbauer, C. Franz, F. Jonietz, R. Georgii, P. Boni, B. Pedersen, M. Schmidt, A. Rosch, C. Pfleiderer // *Physical Review B*. – 2010. – Vol. 81. – P. 041203.

90. Seki, S. Observation of skyrmions in a multiferroic material / S. Seki, X.Z. Yu, S. Ishiwata, Y. Tokura // *Science*. – 2012. – Vol. 336. – P. 198-201.

91. Petrova, A.E. Ultrasonic studies of the magnetic phase transition in MnSi / A.E. Petrova, S.M. Stishov // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2009. – Vol. 21. – P. 196001.

92. Petrova, A.E. Field evolution of the magnetic phase transition in the helical magnet MnSi inferred from ultrasound studies / A.E. Petrova, S.M. Stishov // *Physical Review B*. – 2015. – Vol. 91. – P. 214402.

93. Plumer, M.L. Magnetoelastic effects in the spin-density-wave phase of MnSi / M.L. Plumer, M.B. Walker // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1982. – Vol. 15. – P. 7181-7191.
94. Plumer, M.L. Magnetic susceptibility and spin dynamics of MnSi / M.L. Plumer // Journal of Physics C: Solid State Physics. – 1984. – Vol. 17. – P. 4663-4679.
95. Maleyev, S.V. Magneto-elastic interaction in cubic helimagnets with  $B20$  structure / S.V. Maleyev // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2009. – Vol. 21. – P. 146001.
96. Parkin, S.S.P.  $3d$  transition-metal intercalates of the niobium and tantalum dichalcogenides. I. Magnetic properties / S.S.P. Parkin, R.H. Friend // Philosophical Magazine B. – 1980. – Vol. 41. – P. 65-93.
97. Dyadkin, V. Structural disorder versus chiral magnetism in  $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$  / V. Dyadkin, F. Mushenok, A. Bosak, D. Menzel, S. Grigoriev, P. Pattison, D. Chernyshov // Physical Review B. – 2015. – Vol. 91. – P. 184205.
98. Heil, C. Origin of superconductivity and latent charge density wave in  $\text{NbS}_2$  / C. Heil, S. Ponce, H. Lambert, M. Schlipf, E.R. Margine, F. Giustino // Physical Review Letters. – 2017. – Vol. 119. – P. 087003.
99. Jellinek, F. Molybdenum and niobium sulphides / F. Jellinek, G. Brauer, H. Muller // Nature. – 1960. – Vol. 185. – P. 376-377.
100. Ghimire, N.J. Magnetic phase transition in single crystals of the chiral helimagnet  $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$  / N.J. Ghimire, M.A. McGuire, D.S. Parker, B. Sipoş, S. Tang, J.-Q. Yan, B.C. Sales, D. Mandrus // Physical Review B. – 2013. – Vol. 87. – P. 104403.
101. Kishine, J. Chapter One – Theory of monoaxial chiral helimagnet / J. Kishine, A.S. Ovchinnikov // Solid State Physics. – 2015. – Vol. 66. – P. 1-130.
102. Moriya, T. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism / T. Moriya // Physical Review. – 1960. – Vol. 120. – P. 91-98.
103. Dzyaloshinskii, I.E. Theory of helicoidal structures in antiferromagnets. I. Nonmetals / I.E. Dzyaloshinskii // Soviet Physics JETP. – 1964. – Vol. 19. – P. 960-971.
104. Miyadai, T. Magnetic properties of  $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$  / T. Miyadai, K. Kikuchi, H. Kondo, S. Sakka, M. Arai, Y. Ishikawa // Journal of the Physical Society of Japan. – 1983. – Vol. 52. – P. 1394-1401.

105. Moriya, T. Evidence for the helical spin structure due to antisymmetric exchange interaction in  $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$  / T. Moriya, T. Miyadai // Solid State Communications. – 1982. – Vol. 42. – P. 209-212.

106. Shinozaki, M. Finite-temperature properties of three-dimensional chiral helimagnets / M. Shinozaki, S. Hoshino, Y. Masaki, J. Kishine, Y. Kato // Journal of the Physical Society of Japan. – 2016. – Vol. 85. – P. 074710.

107. Dzyaloshinskii, I.E. Theory of helicoidal structures in antiferromagnets. III / I.E. Dzyaloshinskii // Soviet Physics JETP. – 1965. – Vol. 20. – P. 665-668.

108. Bostrem, I.G. Theory of spin current in chiral helimagnets / I.G. Bostrem, J. Kishine, A.S. Ovchinnikov // Physical Review B. – 2008. – Vol. 78. – P. 064425.

109. Kiselev, N.S. Chiral skyrmions in thin magnetic films: new objects for magnetic storage technologies? / N.S. Kiselev, A.N. Bogdanov, R. Schafer, U.K. Robler // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2011. – Vol. 44. – P. 392001.

110. Mito, M. Observation of orbital angular momentum in the chiral magnet  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  by soft x-ray magnetic circular dichroism / M. Mito, H. Ohsumi, T. Shishidou, F. Kuroda, M. Weinert, K. Tsuruta, Y. Kotani, T. Nakamura, Y. Togawa, J. Kishine, Y. Kousaka, J. Akimitsu, K. Inoue // Physical Review B. – 2019. – Vol. 99. – P. 174439.

111. Comstock, R.L. Parametric coupling of the magnetization and strain in a ferrimagnet. I. Parametric excitation of magnetostatic and elastic modes / R.L. Comstock, B.A. Auld // Journal of Applied Physics. – 1963. – Vol. 34. – P. 1461-1464.

112. Gaillac, R. ELATE: an open-source online application for analysis and visualization of elastic tensors / R. Gaillac, P. Pullumbi, F.-X. Coudert // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2016. – Vol. 28. – P. 275201.

113. Смоленский, Г.А. Физика магнитных диэлектриков / Г.А. Смоленский, В.В. Леманов, Г.М. Недлин, М.П. Петров, Р.В. Писарев. – Ленинград: Наука, 1974. – 454 с.

114. Mason, W.P. Derivation of magnetostriction and anisotropic energies for hexagonal, tetragonal, and orthorhombic crystals / W.P. Mason // Physical Review. – 1954. – Vol. 96. – P. 302-310.

115. Сиротин, Ю.И. Основы кристаллофизики / Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 640 с.

116. Buchel'nikov, V.D. Electromagnetic excitation of ultrasound in crystals with helical magnetic structure / V.D. Buchel'nikov, I.V. Bychkov, V.G. Shavrov // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 1994. – Vol. 105. – P. 739-746.

117. Fedorov, V.I. Interaction between the spin chirality and the elastic torsion / V.I. Fedorov, A.G. Gukasov, V. Kozlov, S.V. Maleyev, V.P. Plakhty, I.A. Zobkalo // Physics Letters A. – 1997. – Vol. 224. – P. 372-378.

118. Grigoriev, S.V. Crystal handedness and spin helix chirality in  $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$  / S.V. Grigoriev, D. Chernyshov, V.A. Dyadkin, V. Dmitriev, S.V. Maleyev, E.V. Moskvin, D. Menzel, J. Schoenes, H. Eckerlebe // Physical Review Letters. – 2009. – Vol. 102. – P. 037204.

119. Grigoriev, S.V. Interplay between crystalline chirality and magnetic structure in  $\text{Mn}_{1-x}\text{Fe}_x\text{Si}$  / S.V. Grigoriev, D. Chernyshov, V.A. Dyadkin, V. Dmitriev, E.V. Moskvin, D. Lamago, Th. Wolf, D. Menzel, J. Schoenes, S.V. Maleyev, H. Eckerlebe // Physical Review B. – 2010. – Vol. 81. – P. 012408.

120. Tereshchenko, A.A. Theory of magnetoelastic resonance in a monoaxial chiral helimagnet / A.A. Tereshchenko, A.S. Ovchinnikov, I. Proskurin, E.V. Sinitsyn, J. Kishine // Physical Review B. – 2018. – Vol. 97. – P. 184303.

121. Higgs, P.W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields / P.W. Higgs // Physics Letters. – 1964. – Vol. 12. – P. 132-133.

122. Iguchi, Y. Nonreciprocal magnon propagation in a noncentrosymmetric ferromagnet  $\text{LiFe}_5\text{O}_8$  / Y. Iguchi, S. Uemura, K. Ueno, Y. Onose // Physical Review B. – 2015. – Vol. 92. – P. 184419.

123. Seki, S. Magneto-chiral nonreciprocity of volume spin wave propagation in chiral-lattice ferromagnets / S. Seki, Y. Okamura, K. Kondou, K. Shibata, M. Kubota, R. Takagi, F. Kagawa, M. Kawasaki, G. Tatara, Y. Otani, Y. Tokura // Physical Review B. – 2016. – Vol. 93. – P. 235131.

124. Akhiezer, A.I. Spin waves / A.I. Akhiezer, V.G. Bar'yakhtar, S.V. Peletminskii. – Amsterdam: North-Holland, 1968. – 369 p.

125. Okumura, S. Monte-carlo study of magnetoresistance in a chiral soliton lattice / S. Okumura, Y. Kato, Y. Motome // Journal of the Physical Society of Japan. – 2017. – Vol. 86. – P. 063701.

126. Barron, L.D. Molecular light scattering and optical activity / L.D. Barron. – England: Cambridge University Press, 2004. – 443 p.

127. Portigal, D.L. Acoustical activity and other first-order spatial dispersion effects in crystals / D.L. Portigal, E. Burstein // *Physical Review*. – 1968. – Vol. 170. – P. 673-678.

128. Pine, A.S. Linear wave-vector dispersion of the shear-wave phase velocity in  $\alpha$  quartz / A.S. Pine // *The Journal of the Acoustical Society of America*. – 1971. – Vol. 49. – P. 1026-1029.

129. Frenzel, T. Ultrasound experiments on acoustical activity in chiral mechanical metamaterials / T. Frenzel, J. Kopfler, E. Jung, M. Kadic, M. Wegener // *Nature Communications*. – 2019. – Vol. 10. – P. 3384.

130. Fernandez-Corbaton, I. New twists of 3D chiral metamaterials / I. Fernandez-Corbaton, C. Rockstuhl, P. Ziemke, P. Gumbsch, A. Albiez, R. Schwaiger, T. Frenzel, M. Kadic, M. Wegener // *Advanced Materials*. – 2019. – Vol. 31. – P. 1807742.

131. Kishine, J. Chirality-induced phonon dispersion in a noncentrosymmetric micropolar crystal / J. Kishine, A.S. Ovchinnikov, A.A. Tereshchenko // *Physical Review Letters*. – 2020. – Vol. 125. – P. 245302.

132. Beal, R. Intercalated layered materials / R. Beal. – Holland: D. Reidel Publishing Company, 1979. – 251-305 p.

133. Volkova, L.M. Role of structural factors in formation of chiral magnetic soliton lattice in  $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$  / L.M. Volkova, D.V. Marinin // *Journal of Applied Physics*. – 2014. – Vol. 116. – P. 133901.

134. Sarode, P.R. EXAFS in niobium dichalcogenides intercalated with first-row transition metals / P.R. Sarode // *Physica Status Solidi A*. – 1986. – Vol. 98. – P. 391-397.

135. Nomura, T. Phonon magnetochiral effect / T. Nomura, X.-X. Zhang, S. Zherlitsyn, J. Wosnitza, Y. Tokura, N. Nagaosa, S. Seki // *Physical Review Letters*. – 2019. – Vol. 122. – P. 145901.

136. Aoki, R. Anomalous nonreciprocal electrical transport on chiral magnetic order / R. Aoki, Y. Kousaka, Y. Togawa // *Physical Review Letters*. – 2019. – Vol. 122. – P. 057206.

137. Рашба, Э.И. Симметрия энергетических зон в кристаллах типа вюрцита. II. Симметрия зон с учетом спиновых взаимодействий / Э.И. Рашба, В.И. Шека // *Физика твердого тела*. – 1959. – Т. 2. – С. 162-176.

138. Bihlmayer, G. Focus on the Rashba effect / G. Bihlmayer, O. Rader, R. Winkler // *New Journal of Physics*. – 2015. – Vol. 17. – P. 050202.

139. Леманов, В.В. Гиперзвуковые волны в кристаллах / В.В. Леманов, Г.А. Смоленский // Успехи физических наук. – 1972. – Т. 108. – С. 465-501.
140. Landau, L. Theory of the superfluidity of helium II / L. Landau // Physical Review. – 1941. – Vol. 60. – P. 356-358.
141. Feynman, R.P. Superfluidity and superconductivity / R.P. Feynman // Reviews of Modern Physics. – 1957. – Vol. 29. – P. 205-212.
142. Nozieres, P. Is the roton in superfluid  $^4\text{He}$  the ghost of a Bragg spot? / P. Nozieres // Journal of Low Temperature Physics. – 2004. – Vol. 137. – P. 45-67.
143. Nozieres, P. More about rotons in superfluid helium 4 / P. Nozieres // Journal of Low Temperature Physics. – 2006. – Vol. 142. – P. 91-99.
144. Ueda, H. Chiral phonons in quartz probed by X-rays / H. Ueda, M. Garcia-Fernandez, S. Agrestini, C.P. Romao, J. van den Brink, N.A. Spaldin, K.-J. Zhou, U. Staub // Nature. – 2023. – Vol. 618. – P. 946-951.
145. Ishito, K. Truly chiral phonons in  $\alpha\text{-HgS}$  / K. Ishito, H. Mao, Y. Kousaka, Y. Togawa, S. Iwasaki, T. Zhang, S. Murakami, J. Kishine, T. Satoh // Nature Physics. – 2023. – Vol. 19. – P. 35-39.
146. Si, C. Strain engineering of graphene: a review / C. Si, Z. Sun, F. Liu // Nanoscale. – 2016. – Vol. 8. – P. 3207-3217.
147. Paterson, G.W. Tensile deformations of the magnetic chiral soliton lattice probed by Lorentz transmission electron microscopy / G.W. Paterson, A.A. Tereshchenko, S. Nakayama, Y. Kousaka, J. Kishine, S. McVitie, A.S. Ovchinnikov, I. Proskurin, Y. Togawa // Physical Review B. – 2020. – Vol. 101. – P. 184424.
148. Magyari, E. Uniformly moving domain walls in the damped double sine-Gordon chain / E. Magyari // Physical Review B. – 1984. – Vol. 29. – P. 7082-7084.
149. Gennes, P.G. Fluctuations, instabilities, and phase transitions / T. Riste. – New York: Plenum, 1975. – 1-18 p.
150. Chapman, J.N. Transmission electron microscopies of magnetic microstructures / J.N. Chapman, M.R. Scheinfein // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 1999. – Vol. 200. – P. 729-740.
151. Tonomura, A. Electron holography / A. Tonomura. – Heidelberg: Springer Berlin, 1999. – 163 p.
152. Chapman, J.N. Quantitative determination of magnetisation distributions in domains and domain walls by scanning transmission electron microscopy / J.N. Chapman, G.R. Morrison // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 1983. – Vol. 35. – P. 254-260.

153. Chapman, J.N. Modified differential phase contrast Lorentz microscopy for improved imaging of magnetic structures / J.N. Chapman, I.R. McFadyen, S. McVitie // IEEE Transactions on Magnetics. – 1990. – Vol. 26. – P. 1506-1511.
154. McVitie, S. Quantitative Fresnel Lorentz microscopy and the transport of intensity equation / S. McVitie, M. Cushley // Ultramicroscopy. – 2006. – Vol. 106. – P. 423-431.
155. Beleggia, M. On the transport of intensity technique for phase retrieval / M. Beleggia, M.A. Schofield, V.V. Volkov, Y. Zhu // Ultramicroscopy. – 2004. – Vol. 102. – P. 37-49.
156. Fukuhara, A. Electron holography and magnetic specimens / A. Fukuhara, K. Shinagawa, A. Tonomura, H. Fujiwara // Physical Review B. – 1983. – Vol. 27. – P. 1839-1843.
157. Beleggia, M. On the calculation of the phase shift of superconducting fluxons: from the isolated to the lattice case / M. Beleggia, G. Pozzi // Ultramicroscopy. – 2000. – Vol. 84. – P. 171-183.
158. Beleggia, M. Observation of superconducting fluxons by transmission electron microscopy: A Fourier space approach to calculate the electron optical phase shifts and images / M. Beleggia, G. Pozzi // Physical Review B. – 2001. – Vol. 63. – P. 054507.
159. Zhou, T. Differential programming enabled functional imaging with Lorentz transmission electron microscopy / T. Zhou, M. Cherukara, C. Phatak // NPJ Computational Materials. – 2021. – Vol. 7. – P. 141.
160. Kong, D. Direct observation of tensile-strain-induced nanoscale magnetic hardening / D. Kong, A. Kovacs, M. Charilaou, F. Zheng, L. Wang, X. Han, R.E. Dunin-Borkowski // Nature Communications. – 2023. – Vol. 14. – P. 3963.
161. Goodge, B.H. Consequences and control of multiscale order/disorder in chiral magnetic textures / B.H. Goodge, O. Gonzalez, L.S. Xie, D.K. Bediako // ACS Nano. – 2023. – Vol. 17. – P. 19865-19876.
162. Ohkuma, M. Controlling avalanche soliton nucleation in a chiral soliton lattice on a monoaxial chiral magnet  $\text{CrNb}_3\text{S}_6$  by dynamic strain / M. Ohkuma, M. Mito, Y. Kousaka, J. Akimitsu, J. Kishine, K. Inoue // Applied Physics Letters. – 2021. – Vol. 118. – P. 132404.

163. Brearton, R. Observation of the chiral soliton lattice above room temperature / R. Brearton, S.H. Moody, L.A. Turnbull, P.D. Hatton, A. Stefancic, G. Balakrishnan, G. van der Laan, T. Hesjedal // *Advanced Physics Research*. – 2023. – Vol. 2. – P. 2200116.
164. Negishi, H. Magnetic properties of intercalation compounds  $M_x\text{TiS}_2$  ( $M = 3d$ -transition metal) / H. Negishi, A. Shoube, H. Takahashi, Y. Ueda, M. Sasaki, M. Inoue // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 1987. – Vol. 67. – P. 179-186.
165. Шкварин, А.С. Электронная структура дихалькогенидов титана  $\text{TiX}_2$  ( $X = \text{S}, \text{Se}, \text{Te}$ ) / А.С. Шкварин, Ю.М. Ярмошенко, Н.А. Скориков, М.В. Яблонских, А.И. Меренцов, Е.Г. Шкварина, А.Н. Титов // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 2012. – Т. 141. – С. 169-176.
166. Muranaka, S. Magnetic properties of  $\text{FeTi}_2\text{S}_4$  / S. Muranaka // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1973. – Vol. 35. – P. 616.
167. Wold, A. Ternary transition metal chalcogenides  $\text{AB}_2\text{X}_4$  / A. Wold, K. Dwight // *Solid State Chemistry*. – 1993. – Vol. 11. – P. 222-235.
168. Satoh, T. Ferromagnetic and reentrant spin glass properties in an Ising magnet  $\text{Fe}_x\text{TiS}_2$  / T. Satoh, Y. Tazuke, T. Miyadai, K. Hoshi // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 1988. – Vol. 57. – P. 1743-1750.
169. Yamasaki, A. Angle-resolved photoemission spectroscopy and magnetic circular dichroism in Fe-intercalated  $\text{TiS}_2$  / A. Yamasaki, S. Imada, A. Sekiyama, S. Suga, T. Matsushita, T. Muro, Y. Saitoh, H. Negishi, M. Sasaki // *Surface Review and Letters*. – 2002. – Vol. 9. – P. 961-966.
170. Tazuke, Y. Exchange interactions in  $\text{Fe}_x\text{TiS}_2$  / Y. Tazuke, Y. Ohta, S. Miyamoto // *Journal of the Physical Society of Japan*. – 2005. – Vol. 74. – P. 2644-2645.
171. Roy, S.B. Sharp magnetization step across the ferromagnetic-to-antiferromagnetic transition in doped  $\text{CeFe}_2$  alloys / S.B. Roy, M.K. Chattopadhyay, P. Chaddah, A.K. Nigam // *Physical Review B*. – 2005. – Vol. 71. – P. 174413.
172. Ghivelder, L. Avalanche-like metamagnetic transition in  $(\text{LaNd})\text{CaMnO}$  manganites / L. Ghivelder, G.G. Eslava, R.S. Freitas, G. Leyva, F. Parisi // *Journal of Alloys and Compounds*. – 2016. – Vol. 680. – P. 494-499.
173. Diop, L.V.B. Ultrasharp magnetization steps in the antiferromagnetic itinerant-electron system  $\text{LaFe}_{12}\text{B}_6$  / L.V.B. Diop, O. Isnard, J. Rodriguez-Carvajal // *Physical Review B*. – 2016. – Vol. 93. – P. 014440.

174. Gubkin, A.F. Field-induced magnetic phase transitions and metastable states in  $Tb_3Ni$  / A.F. Gubkin, L.S. Wu, S.E. Nikitin, A.V. Suslov, A. Podlesnyak, O. Prokhnenko, K. Prokes, F. Yokaichiya, L. Keller, N.V. Baranov // *Physical Review B*. – 2018. – Vol. 97. – P. 134425.
175. Baranov, N.V. Magnetic state of  $Dy_3Co$  / N.V. Baranov, A.N. Pirogov, A.E. Teplykh // *Journal of Alloys and Compounds*. – 1995. – Vol. 226. – P. 70-74.
176. Baranov, N.V. Field-induced phase transitions and giant magnetoresistance in  $Dy_3Co$  single crystals / N.V. Baranov, E. Bauer, R. Hauser, A. Galatanu, Y. Aoki, H. Sato // *The European Physical Journal B*. – 2000. – Vol. 16. – P. 67-72.
177. Numata, Y. Field-induced ferrimagnetic state in a molecule-based magnet consisting of a  $Co^{II}$  ion and a chiral triplet bis(nitroxide) radical / Y. Numata, K. Inoue, N. Baranov, M. Kurmoo, K. Kikuchi // *Journal of the American Chemical Society*. – 2007. – Vol. 129. – P. 9902-9909.
178. Barton, P.T. Magnetostructural transition, metamagnetism, and magnetic phase coexistence in  $Co_{10}Ge_3O_{16}$  / P.T. Barton, R. Seshadri, A. Llobet, M.R. Suchomel // *Physical Review B*. – 2013. – Vol. 88. – P. 024403.
179. Mahan, G.D. Many-particle physics / G.D. Mahan. – New York: Plenum, 1990. – 1032 p.
180. Cazorla, C. Multiple structural transitions driven by spin-phonon couplings in a perovskite oxide / C. Cazorla, O. Dieguez, J. Iniguez // *Science Advances*. – 2017. – Vol. 3. – P. e1700288.
181. Бетгер, X. Принципы динамической теории решетки / X. Бетгер. – Москва: Мир, 1986. – 392 с.
182. Solyom, J. Fundamentals of the physics of solids. Volume 1: structure and dynamics / J. Solyom. – Heidelberg: Springer Berlin, 2007. – 697 p.
183. Garanin, D.A. Angular momentum in spin-phonon processes / D.A. Garanin, E.M. Chudnovsky // *Physical Review B*. – 2015. – Vol. 92. – P. 024421.
184. Kratzer, P. The basics of electronic structure theory for periodic systems / P. Kratzer, J. Neugebauer // *Frontiers in Chemistry*. – 2019. – Vol. 7. – P. 106.
185. Monkhorst, H.J. Special points for Brillouin-zone integrations / H.J. Monkhorst, J.D. Pack // *Physical Review B*. – 1976. – Vol. 13. – P. 5188-5192.
186. Levy, L.-P. Magnetism and superconductivity / L.-P. Levy. – New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000. – 470 p.
187. Coey, J.M. Magnetism and magnetic materials / J.M. Coey. – Cambridge: Cambridge University Press, 2010. – 625 p.

188. Sinha, K.P. Phonon-magnon interaction in magnetic crystals / K.P. Sinha, U.N. Upadhyaya // *Physical Review*. – 1962. – Vol. 127. – P. 432-439.
189. Stern, H. Thermal conductivity at the magnetic transition / H. Stern // *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. – 1965. – Vol. 26. – P. 153-161.
190. Liu, Y. Magnon-phonon relaxation in yttrium iron garnet from first principles / Y. Liu, L.-S. Xie, Z. Yuan, K. Xia // *Physical Review B*. – 2017. – Vol. 96. – P. 174416.
191. Gorodetsky, G. Strain-ion coupling effects on elastic constants of  $\text{FeCl}_2$  / G. Gorodetsky, A. Shaulov, V. Volterra, J. Makovsky // *Physical Review B*. – 1976. – Vol. 13. – P. 1205-1208.
192. Morin, P. Handbook of ferromagnetic materials, vol. V / P. Morin, D. Schmitt. – Amsterdam: North-Holland, 1990. – 590 p.
193. Ruckriegel, A. Magnetoelastic modes and lifetime of magnons in thin yttrium iron garnet films / A. Ruckriegel, P. Kopietz, D.A. Bozhko, A.A. Serga, B. Hillebrands // *Physical Review B*. – 2014. – Vol. 89. – P. 184413.
194. Schmidt, R. Boltzmann approach to the longitudinal spin Seebeck effect / R. Schmidt, F. Wilken, T.S. Nunner, P.W. Brouwer // *Physical Review B*. – 2018. – Vol. 98. – P. 134421.
195. Tereshchenko, A.A. Theory of ultrasound propagation in  $\text{LuCo}_3$  near the low-spin-high-spin crossover / A.A. Tereshchenko, A.S. Ovchinnikov, D.I. Gorbunov, D.S. Neznakhin // *Physical Review B*. – 2022. – Vol. 106. – P. 054417.
196. Streib, S. Magnon-phonon interactions in magnetic insulators / S. Streib, N. Vidal-Silva, K. Shen, G.E.W. Bauer // *Physical Review B*. – 2019. – Vol. 99. – P. 184442.