



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

**Математический факультет**

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине  
Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика  
Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология  
Подготовка кадров высшей квалификации

Версия документа - 1

стр. 1 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по научной работе

И.В. Бычков

2022 г.

**ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА  
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика

Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология

**Подготовка кадров высшей квалификации**

Челябинск, 2022



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

**Математический факультет**

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине  
Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика  
Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология  
Подготовка кадров высшей квалификации

Версия документа - 1

стр. 2 из 12

Первый экземпляр \_\_\_\_\_

КОПИЯ № \_\_\_\_\_

Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине разработана кафедрой компьютерной топологии и алгебры на основе паспорта научной специальности 1.1.3. Геометрия и топология.

Разработчики:

Профессор, доктор физ.-мат. наук,  
академик РАН

  
Матвеев С.В.

Доцент, кандидат физ.-мат. наук

  
Кораблёв Ф.Г.

Программа одобрена на заседании кафедры компьютерной топологии и алгебры

от « 29 » августа 2022 г., протокол № 10.

И.о. зав. кафедрой

  
Кораблёв Ф.Г.

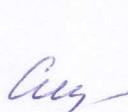
Программа принята на заседании Ученого совета математического факультета от « 30 » 08 2022 г., протокол № 12.

Согласовано

Декан математического факультета

  
Е.А. Сбродова

И.о. Зав. отделом аспирантуры  
и докторантуры

  
Н.В. Бочкарева

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 3 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

## Общие положения

Кандидатские экзамены являются основной частью аттестации научных и научно-педагогических кадров. Цель экзамена – установить глубину профессиональных знаний прикрепленного лица (далее – соискатель ученой степени кандидата наук, соискатель), уровень подготовленности к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Программа включает 5 вопросов, соответствующих разделу «Общая топология», 10 вопросов в разделе «Алгебраическая топология», 7 вопросов в разделе «Топология гладких многообразий», 12 вопросов в разделе «Топология малых размерностей» и 4 вопроса в разделе «Дифференциальная геометрия».

На экзамене кандидатского минимума по специальности 1.1.3. Геометрия и топология соискатель ученой степени кандидата наук должен продемонстрировать владение современными понятиями геометрии и топологии, умение доказывать утверждения и объяснять взаимосвязи между разными разделами дисциплин.

От соискателя требуется четко, емко и кратко изложить теоретический материал, владеть соответствующей терминологией и проявить это в ответах.

Экзамену предшествует подготовка реферата по теме диссертационного исследования. В нём должны быть освещены проблемные аспекты темы, даны ссылки на работы известных специалистов, свой взгляд на проблему и возможные пути ее решения.

При подготовке к кандидатскому экзамену и его сдаче в исключительных случаях (форс-мажор и т.п.) могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии.

### **В результате освоения соискатель должен:**

- **знать:** основные понятия геометрии и топологии
- **уметь:** доказывать утверждения, устанавливать взаимосвязи между различными областями как геометрии и топологии, так и смежных дисциплин
- **владеть:** понятийным и методологическим аппаратом
- **иметь опыт деятельности:** в области геометрии и топологии

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 4 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

## Процедура кандидатского экзамена

Экзамен программы проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса. Кроме того, на экзамене могут быть заданы дополнительные вопросы. Экзамен подразумевает также собеседование по содержанию реферата, подготовленного по теме диссертационного исследования.

Единая итоговая оценка выставляется по совокупности отдельных оценок за экзаменационный ответ и за сданный реферат.

## Вопросы кандидатского экзамена

### 1. Общая топология

1. Топологические пространства. Непрерывность. Гомеоморфизм.
2. Аксиомы отделимости. Нормальные топологические пространства.
3. Фактор-топология. Топологии в функциональных пространствах (открыто-замкнутая топология в пространстве непрерывных отображений и  $C^k$ -топология в пространстве гладких отображений).
4. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации полиномами непрерывной функции на компакте в евклидовом пространстве.
5. Определение и доказательство свойств функций на компактах (ограниченность, достижение точной верхней грани).

### 2. Алгебраическая топология

1. Фундаментальная группа топологического пространства.
2. Группа кос как фундаментальная группа конфигурационного пространства системы точек на плоскости.
3. Гомотопические группы пространств и их гомотопическая инвариантность.
4. Симплициальные и клеточные пространства. Симплициальные и клеточные гомологии и когомологии, их связь с сингулярными.
5. Умножение в когомологиях.
6. Точные гомологическая и когомологическая последовательности пары.
7. Гомологии и когомологии с коэффициентами.
8. Двойственность Пуанкаре для многообразий.
9. Аксиоматический подход к теории гомологий и когомологий. Теорема единственности для гомологий и когомологий.

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 5 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

10. Накрытия. Универсальное накрытие. Накрытие и фундаментальная группа.

### 3. Топология гладких многообразий

1. Гладкие многообразия. Криволинейные координаты.
2. Гладкие отображения и дифференциал. Диффеоморфизм.
3. Касательные векторы и касательные расслоения. Примеры гладких многообразий.
4. Вложения и погружения. Теорема Уитни о вложении и погружении в евклидовы пространства.
5. Особые и регулярные точки гладких отображений.
6. Степень отображения, её гомотопическая инвариантность. Применения степени отображения. Степень отображения и интеграл. Теорема Гаусса-Бонне.
7. Теоремы трансверсальности. Теорема трансверсальности Тома и ее следствия: лемма Морса, слабая теорема Уитни.

### 4. Топология малых размерностей

1. Классификация двумерных замкнутых поверхностей. Группы гомологий и фундаментальные группы двумерных поверхностей.
2. Группы гомотопий тора и произвольной поверхности.
3. Узлы и зацепления. Движения Райдемайстера.
4. Поверхность Зейферта узла.
5. Полином Александера узла.
6. Исчисление Кирби.
7. Триангуляции и специальные спайны трёхмерных многообразий. Движения Пахнера и преобразования специальных полиэдров.
8. Теория нормальных поверхностей.
9. Диаграммы и разбиения Хегора трёхмерных многообразий.
10. Классификация многообразий Зейферта.
11. Геометрические структуры на трёхмерных многообразиях.
12. Инварианты Тураева-Виро.

### 5. Дифференциальная геометрия

1. Теория кривых и поверхностей в трёхмерном пространстве: натуральный параметр.
2. Кривизна и кручение кривой, формулы Френе.

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 6 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

3. Первая и вторая квадратичные формы поверхности, гауссова и средняя кривизны, главные направления и главные кривизны, теорема Менье и формула Эйлера. Деривационные формулы.

4. Риманова метрика и римановы многообразия.

### Список рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. \*Матвеев С.В. Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий. М.: МЦНМО, 2007.
2. \*Матвеев, С. В. Лекции по алгебраической топологии [Текст] : учебное пособие для студентов, магистрантов и аспирантов матем. спец. ун-тов / С.В Матвеев. – М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003. – 96 с.
3. \*Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии: Учебник. 3-е изд., перераб. И доп. – СПб.: Из-во «Лань», 2010. – 512 с.: ил. (ЭБС, <http://e.lanbook.com/view/book/617>)
4. Новиков С.П., Тайманов И.А. Современные геометрические структуры и поля. М.: Изд-во МЦНМО, 2003.
5. \*Новиков С.П. Топология. М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
6. Савельев Н.Н. Лекции по топологии трехмерных многообразий. Введение в инвариант Кассона. М.: МЦНМО, 2004.
7. Прасолов В.В. Элементы теории гомологий. М.: МЦНМО, 2006.
8. \*Тайманов И.А. Лекции по дифференциальной геометрии. М.—Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006.

#### Дополнительная литература

1. \*Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию: Учебное пособие. СПб.: Из-во «Лань», 2010. – 368 с. (ЭБС, <http://e.lanbook.com/view/book/530/>)
2. \*Голод П.И., Климык А.У. Математические основы теории симметрий. М.—Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
3. \*Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. Т. 1. Геометрия поверхностей, групп

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 7 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

преобразований и полей, Т. 2. Геометрия и топология многообразий и Т. 3. Методы теории гомологий. ДРОФА, 2013.

4. Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. Т. 1, 2. М.: Наука, 1981.

5. Милнор Дж. Теория Морса. ЛКИ, 2011.

6. Прасолов В.В., Сосинский А.Б. Узлы, зацепления, косы и трехмерные многообразия. М.: МЦНМО, 1997.

7. \*Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. Основные конструкции. ФИЗМАТЛИТ, 2006.

8. \*Фоменко А.Т., Фукс Д.Б. Курс гомотопической топологии. М.: Ленанд, 2011.

Источники, отмеченные знаком «\*», имеются в научной библиотеке ЧелГУ на бумажных носителях, в электронном виде и в электронно-библиотечных системах (ЭБС): «Университетская библиотека онлайн» и «ЛАНЬ», к которым имеется подписка по договорам с правообладателями учебной и учебно-методической литературы, методических пособий на текущий учебный год.

### Электронные фонды и ресурсы

1. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека [научной периодики на русском языке]. — Москва, [1999-]. - Доступ к полным текстам после регистрации из сети ЧелГУ. – URL: <http://elibrary.ru/defaultx.asp> (дата обращения: 25.09.2016).

2. Научная библиотека Челябинского государственного университета [Электронный ресурс]: [сайт] / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [2001-]. – Режим доступа: <http://www.lib.csu.ru/>, свободный. – Загл. с экрана. (дата обращения: 25.09.2016).

3. Электронный каталог НБ ЧелГУ [Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ЧелГУ / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, [2001-]. - Режим доступа: <http://www.lib.csu.ru/zgate/scripts/zgate.exe?Init+ruslanl.xml,simple.xsl+rus>, свободный (дата обращения: 25.09.2016).

4. Реферативные: Базы данных ИНИОН РАН, базы данных ВИНТИ, Scopus (<http://www.scopus.com>), Science (архив).

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 8 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

## **Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене.

При проведении процедуры оценивания результатов кандидатского экзамена инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. Эти средства могут быть предоставлены ЧелГУ или могут использоваться собственные технические средства.

Процедура оценивания результатов кандидатского экзамена инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по спецдисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

При проведении процедуры оценивания результатов кандидатского экзамена инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по спецдисциплине обеспечивается выполнение следующих дополнительных требований в зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся:

а) инструкция по порядку проведения процедуры оценивания предоставляется в доступной форме (устно, в письменной форме, в письменной форме на языке Брайля, устно с использованием услуг сурдопереводчика);

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 9 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

б) доступная форма предоставления заданий оценочных средств (в печатной форме, в печатной форме увеличенным шрифтом, в печатной форме шрифтом Брайля, в форме электронного документа, задания зачитываются ассистентом, задания предоставляются с использованием сурдоперевода);

в) доступная форма предоставления ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно на языке Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов кандидатского экзамена по спецдисциплине может проводиться в несколько этапов.

В исключительных случаях (форс-мажорные обстоятельства и др.) электронное обучение, дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

### **Критерии оценки результатов кандидатского экзамена**

Оценка **«отлично»** ставится при соблюдении следующих условий:

- грамотное и правильное использование в ответах научной терминологии;
- безошибочное владение категориальным аппаратом;
- умение безошибочно сформулировать и доказать основные теоремы, соответствующие содержащимся в билетах вопросам;
- владение методами решения задач, соответствующих теоретической части вопросов;
- логичность, связность ответа.

Оценка **«хорошо»** ставится при соблюдении следующих условий:

- грамотное и правильное использование в ответах научной терминологии;
- владение категориальным аппаратом;
- отдельные ошибки при формулировке и доказательстве основных теорем, соответствующих содержащимся в билетах вопросам;
- владение основными методами решения задач, соответствующих теоретической части вопросов;
- логичность, связность ответа.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится за:

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 10 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

- недостаточное владение категориальным аппаратом;
- ошибки при формулировке и доказательстве основных теорем, соответствующих содержащимся в билетах вопросам;
- поверхностное владение методами решения задач, соответствующих теоретической части вопросов.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится за:

- отсутствие в ответах необходимой научной терминологии;
- грубые ошибки при формулировке и доказательстве основных теорем, соответствующих содержащимся в билетах вопросам;
- нарушение логичности, связности ответа.

### Оценка за реферат

Оценка **«отлично»** за реферат ставится, если:

- содержание реферата точно соответствует теме, отсутствуют ошибки в изложении и оформлении реферата;
- материал освещен в проблемном аспекте при достаточном фактологическом изложении;
- ссылки на работы известных ученых и новейшую литературу отличаются полнотой;
- изложено свое видение проблемы и аргументация своей позиции с помощью фактов;
- содержание связано с темой диссертационного исследования.

Оценка **«хорошо»** за реферат ставится, если:

- содержание реферата соответствует теме, допущены негрубые ошибки в изложении и оформлении реферата;
- обозначены основные проблемы изучения заявленного в теме вопроса при достаточном фактологическом изложении;
- даны ссылки на работы известных ученых и новейшую литературу;
- изложено свое видение проблемы и приведен ряд аргументов своей позиции с помощью фактов;
- содержание связано с темой диссертационного исследования.

Оценка **«удовлетворительно»** за реферат ставится, если:

- содержание реферата соответствует теме, допущены ошибки в изложении и оформлении реферата;
- поверхностное фактологическое изложение;
- даны ссылки на ряд работ известных ученых и новейшую литературу;

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 11 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

- содержание связано с темой диссертационного исследования.
- Оценка **«неудовлетворительно»** за реферат ставится, если:
- содержание реферата не соответствует теме, допущены грубые ошибки в изложении и оформлении реферата;
  - не изложено свое видение проблемы и не приведены аргументы своей позиции;
  - содержание не связано с темой диссертационного исследования.

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)			
<b>Математический факультет</b>			
Программа кандидатского экзамена по специальной дисциплине Группа научных специальностей – 1.1. Математика и механика Научная специальность – 1.1.3. Геометрия и топология Подготовка кадров высшей квалификации			
Версия документа - 1	стр. 12 из 12	Первый экземпляр _____	КОПИЯ № _____

### Форма билета кандидатского экзамена

 МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Наименование факультета Наименование кафедры	
Группа научных специальностей – шифр и наименование Научная специальность – шифр и наименование	
<b>Кандидатский экзамен по спецдисциплине</b>	
Экзаменационный билет № _____	
1. 2. 3.	Зав. кафедрой _____
ФИО _____	