

ФГАОУ ВО «Пермский государственный национальный
исследовательский университет»

На правах рукописи

Новиков Александр Алексеевич

**Ориентационная динамика геликоидальных
жидкокристаллических наносuspензий
во внешних полях**

1.3.8. (01.04.07) – Физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научные руководители:

доктор физ.-мат. наук, профессор

Александр Николаевич Захлевных

канд. физ.-мат. наук, доцент

Дмитрий Владимирович Макаров

Пермь – 2021

Оглавление

Введение	5
1. Ориентационные и динамические явления в жидких кристаллах и жидкокристаллических суспензиях	16
1.1. История открытия и изучения жидких кристаллов	16
1.2. Холестерический жидкий кристалл во внешних полях	19
1.3. Холестерический жидкий кристалл в сдвиговых течениях	24
1.4. Суспензии на основе жидких кристаллов	26
2. Основные уравнения динамики феррохолестерика	37
2.1. Уравнения движения среды	37
2.2. Уравнения ориентационного движения	38
3. Динамика ориентационных явлений в суспензии во вращающемся магнитном поле	40
3.1. Раскручивание спиральной структуры холестерика вращающимся магнитным полем	40
3.1.1. Холестерик во вращающемся магнитном поле	41
3.1.2. Нестационарный режим вращения в слабом магнитном поле	44
3.1.3. Стационарный режим вращения	47
3.1.4. Заключение	53

3.2. Ориентационный переход феррохолестерик – ферронематик во вращающемся магнитном поле	54
3.2.1. Феррохолестерик во вращающемся магнитном поле . .	54
3.2.2. Нестационарный режим вращения в слабом магнитном поле	59
3.2.3. Стационарный режим вращения	61
3.2.4. Заключение	68
4. Влияние сдвиговых напряжений и магнитного поля на ориентационную динамику суспензии	70
4.1. Раскручивание холестерического жидкого кристалл в сдви- говом потоке и магнитном поле	70
4.1.1. Холестерик в сдвиговом потоке и магнитном поле . .	71
4.1.2. Раскручивание спирали холестерика магнитным полем	78
4.1.3. Раскручивание спирали холестерика сдвиговым пото- ком	79
4.1.4. Раскручивание спирали холестерика сдвиговым пото- ком и магнитным полем	83
4.1.5. Заключение	89
4.2. Ориентационные переходы в феррохолестерике с жёстким сцеплением в сдвиговом потоке и магнитном поле	92
4.2.1. Феррохолестерик в сдвиговом потоке и магнитном поле	93
4.2.2. Заключение	108
4.3. Влияние конечного сцепления на ориентационные переходы феррохолестерик – ферронематик в сдвиговом потоке и маг- нитном поле	110

4.3.1. Мягкий феррохолестерик в сдвиговом потоке и магнитном поле	110
4.3.2. Раскручивание спирали феррохолестерика сдвиговым потоком и магнитным полем	116
4.3.3. Фазовые диаграммы и шаг спирали	119
4.3.4. Расчет магнитных характеристик суспензии	127
4.3.5. Заключение	131
Основные результаты и выводы	133
Список публикаций автора	136
Список литературы	139

Введение

Актуальность темы

В последние годы жидкокристаллические композитные среды, наполненные коллоидными наночастицами, привлекают все большее внимание исследователей. В качестве матрицы-носителя в них выступает жидкий кристалл (ЖК), т.е. жидкость, состоящая из анизометричных молекул, связанных между собой сильным ориентационным взаимодействием квадрупольной (или более низкой) симметрии [1]. При фазовом переходе ЖК-матрицы в жидкокристаллическое состояние возникает дальний ориентационный порядок, и суспензия, сохраняя текучесть, приобретает отчётливо выраженную анизотропию всех физических свойств. Эти материалы имеют замечательное качество: оставаясь в жидкокристаллическом состоянии при комнатных температурах, они демонстрируют способность ориентироваться под влиянием внешних воздействий и позволяют управлять ориентацией частиц и свойствами композитной системы в целом. Использование наночастиц анизотропной формы (палочкообразной или дискообразной) в качестве дисперсной среды приводит к ориентационной связи между ними и ЖК-матрицей. Особый интерес представляют дипольные (ферромагнитные или сегнетоэлектрические) частицы, внедрённые в ЖК-матрицу [2], поскольку они позволяют существенно уменьшить управляющие поля.

Среди множества видов ЖК можно выделить холестерические жидкие кристаллы (ХЖК), обладающие спонтанной спиральной надмолекулярной структурой и, как следствие, замечательными оптическими свойствами. Эти материалы демонстрируют селективное отражение света и гигантскую оптическую активность, широко используемые в различных

практических приложениях (дисплеях, термометрах, оптических носителях, датчиках и др.). Этими свойствами можно управлять путём обратимого изменения шага спиральной структуры при помощи электрического, магнитного и теплового полей [1].

Допирование холестерических ЖК наночастицами различной природы приводит к существенному изменению их оптических и оптоэлектронных характеристик, увеличению двулучепреломления, диэлектрической и магнитной анизотропий [3]. Суспензии на основе ХЖК с внедрёнными в них магнитными наночастицами называют феррохолестериками (ФХ). Они обладают одновременно как диамагнитными (унаследованными от ЖК-матрицы), так и ферромагнитными (обусловленными магнитными моментами частиц) свойствами. Благодаря сцеплению между ХЖК-матрицей и анизометричными магнитными частицами их длинные оси непосредственно связаны с направлением преимущественной ориентации молекул ЖК (директором) и вектор намагниченности в ФХ может спирально закручиваться в пространстве. Взаимодействие между частицами и матрицей позволяет менять ориентацию одной из подсистем, воздействуя на другую, поэтому ФХ привлекательны возможностью посредством слабых полей управлять спиральностью образуемой в них текстуры.

Первоначально ФХ были теоретически предсказаны Ф. Брошар (*F. Brochard*) и П. Ж. де Женем (*P. G. de Gennes*) [4], а первые экспериментально реализованные композитные материалы не были устойчивыми. После сообщения [5] об успешном синтезе ферромагнитных ЖК, в последние годы появилось множество экспериментальных работ, в которых исследуются различные типы феррожидких кристаллов. Однако динамические эффекты в геликоидальных ферромагнитных ЖК на данный момент остаются слабо изученными [6]. В связи с этим теоретическое описание динамических ориентационных эффектов в геликоидальных жидкокристаллических суспензиях, вызванных различными внешними воздействиями, является актуальной и важной научной проблемой.

Исследования, представленные в диссертации, выполнялись при под-

держке грантов РФФИ (проекты №№ 16-42-590539, 19-02-00231, 19-32-90183) и в рамках Госзадания Минобрнауки России (проект № FSNF-2020-0008).

Целью работы является выяснение влияния вращающегося магнитного поля и сдвигового потока на раскручивание спиральной структуры геликоидальных жидкокристаллических материалов. Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи**:

- Теоретическое описание ориентационного отклика неограниченной структуры холестерического и феррохолестерического ЖК на вращающееся магнитное поле и конкурирующее воздействие сдвигового потока и постоянного магнитного поля.
- Исследование индуцированных сдвиговым течением и вращающимся магнитным полем ориентационных фазовых переходов в хиральных жидкокристаллических материалах.
- Выяснение механизмов управления и условий раскручивания спиральной структуры жидкокристаллического композита при помощи внешних полей.
- Анализ ориентационных и магнитных свойств феррохолестерического ЖК с конечным ориентационным сцеплением между магнитными наночастицами и ЖК матрицей в магнитном поле при наличии сдвиговых напряжений.

Достоверность результатов диссертационной работы подтверждается использованием апробированных методов теоретического описания, корректностью математической постановки задач, использованием проверенных аналитических и вычислительных методов, согласием предельных случаев рассматриваемых задач с известными в научной литературе результатами.

Научная новизна. В диссертационной работе впервые:

- теоретически изучено раскручивание холестерического и феррохолестерического ЖК во вращающемся магнитном поле и в сдвиговом потоке при наличии постоянного магнитного поля.
- получены диаграммы ориентационных переходов в хиральных жидкокристаллических материалах, индуцированных сдвиговым течением и вращающимся магнитным полем.
- обнаружено наличие возвратных переходов в рассматриваемых системах, вызванных поворотом магнитного поля в плоскости сдвигового течения.
- получены аналитические решения для шага спирали холестерика и феррохолестерика в нестационарном режиме вращения при воздействии слабого вращающегося магнитного поля.
- выявлена немонотонная зависимость критического значения градиента скорости от реактивного параметра в переходе холестерик–нематик, индуцированного только сдвиговым течением.
- показано, что магнитное поле, стабилизируя ориентацию директора, позволяет сдвиговым потоком раскручивать спиральную структуру неориентируемых сдвиговым течением холестериков и феррохолестериков.
- рассчитаны магнитные характеристики мягкого феррохолестерика при раскручивании его спиральной структуры комбинированным воздействием сдвигового потока и магнитного поля.

Научное и практическое значение работы.

Развит теоретический подход к описанию хиральных жидкокристаллических суспензий в сдвиговом потоке при наличии внешнего магнитного поля. Предложена модель раскручивания спиральной структуры жидкокристаллических магнитных дисперсных сред при наличии сдвиговых

напряжений. Результаты диссертационной работы расширяют представление об ориентационных и динамических явлениях в феррохолестерических ЖК, они могут использоваться при планировании исследований и интерпретации экспериментальных данных в таких системах. Полученные результаты важны для построения более полной теории, описывающей динамические явления и фазовые переходы в жидкокристаллических дисперсных системах.

Основные положения, выносимые на защиту:

- диаграммы индуцированных вращающимся магнитным полем ориентационных переходов в хиральных ЖК материалах, полученные для режима стационарного вращения системы, показывают уменьшение полей перехода в раскрученную фазу при увеличении угловой скорости магнитного поля.
- шаг спирали холестерического и феррохолестерического ЖК вблизи перехода в однородную ориентационную фазу, индуцированную вращающимся магнитным полем, расходится по логарифмическому закону.
- на диаграммах ориентационных переходов хиральных ЖК материалов, индуцированных совместным действием постоянного магнитного поля и сдвигового потока, наблюдается смещение критических полей, которое зависит от ориентации магнитного поля, градиента скорости сдвига и коэффициентов вращательной вязкости.
- конкурирующее воздействие магнитного поля и сдвигового течения приводит к последовательности возвратных ориентационных переходов холестерик – нематик – холестерик (феррохолестерик – ферроне-матик – феррохолестерик), вызванных поворотом магнитного поля в плоскости сдвигового течения.
- магнитное поле стабилизирует ориентацию директора в сдвиговом потоке и расширяет границы области ориентируемости ЖК-матриц,

что позволяет сдвиговым потоком раскрутить спиральную структуру неориентируемых течением холестериков и феррохолестериков.

- результаты расчета магнитных характеристик феррохолестерика с учетом конечного сцепления между ЖК-матрицей и магнитными частицами показывают возможность намагничивания образца при раскручивании его спиральной структуры в сдвиговом потоке и магнитном поле.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 18 научных работ, в том числе 6 статей в российских и международных журналах, индексируемых базами данных Web of Science и Scopus, а также входящих в перечень ВАК; получено 1 свидетельство о регистрации программы для ЭВМ. Список публикаций автора по теме работы приведён в конце диссертации.

Личный вклад автора. Постановка задач, обсуждение и интерпретация результатов проводилась совместно с Д.В. Макаровым и А.Н. Захлевных. Законы расходимости шага спирали ориентационной структуры во вращающемся магнитном поле получены совместно с Д.В. Макаровым. Подготовка публикаций проводилась совместно с соавторами. Разработка и тестирование алгоритмов, численные и аналитические расчёты выполнены автором лично. В программе для ЭВМ автору принадлежит постановка модели и разработка программы.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих семинарах, конференциях и форумах: региональная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Физика для Пермского края» (Пермь, 2016); IV Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2016), Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2017); 14-th European Conference on Liquid Crystals (Moscow, Russia, 2017); Международная Плесская конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям (Плес, 2018; Иваново, 2020); The Third Russian Conference on Magnetohydrodynamics (Perm, Russia, 2018); Всероссийская конференция-школа с международным участием «Электронные,

спиновые и квантовые процессы в молекулярных и кристаллических системах» (Уфа, 2019); VII Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism» (Ekaterinburg, Russia, 2019); Научный семинар «Математическое моделирование свойств магнитных нанокompозитов» с международным участием (Екатеринбург, 2020); Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2017, 2019, 2021).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка цитируемой литературы из 144 наименований. Общий объем диссертации составляет 155 страниц, включая 45 рисунков.

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, научная новизна, практическая значимость, информация о структуре и содержании диссертации.

Первая глава содержит обзор литературы по теме диссертации. В ней представлены общие сведения о жидкокристаллических суспензиях и ориентационных переходах, индуцированных различными внешними полями. Обзор показывает отсутствие исследований, посвящённых изучению влияния сдвиговых гидродинамических потоков и вращающегося магнитного поля на ориентационную динамику и фазовые переходы в хиральных жидкокристаллических суспензиях.

Во **второй главе** представлены основные уравнения динамики ФХ.

Третья глава посвящена теоретическому описанию ориентационных явлений в холестерическом и феррохолестерическом ЖК, помещённым во вращающееся магнитное поле.

В первой части этой главы решена задача о раскручивании спиральной ориентационной структуры холестерического жидкого кристалла под действием вращающегося магнитного поля. Проанализирован нестационарный режим вращения ориентационной структуры на начальных этапах раскручивания холестерической спирали в слабых магнитных полях. Для

малых деформаций ориентационной структуры аналитически получена зависимость шага холестерической спирали от напряжённости и скорости вращения магнитного поля. Для стационарного режима вращения ориентационной структуры в магнитном поле построена ориентационная фазовая диаграмма перехода холестерик – нематик. Численно и аналитически получены зависимости шага холестерической спирали от напряжённости и скорости вращения магнитного поля. Показано, что в узком диапазоне напряжённости вращающегося магнитного поля происходят возвратные ориентационные переходы холестерик – нематик – холестерик. Показано, что в стационарном режиме вращения ориентационной структуры увеличение скорости вращения поля приводит к уменьшению поля перехода холестерик – нематик. Шаг спирали холестерического ЖК вблизи перехода в раскрученную однородную фазу, индуцированную вращающимся магнитным полем, расходится по логарифмическому закону. В отсутствие вращения полученные аналитические результаты сводятся к известной зависимости для постоянного поля.

Во второй части главы представлены численные и аналитические результаты, описывающие динамику спиральной ориентационной структуры феррохолестерического жидкого кристалла под действием вращающегося магнитного поля. В рамках континуальной теории показано, как вращающееся магнитное поле может раскручивать спиральную феррохолестерическую структуру и индуцировать переход феррохолестерик – ферронематик. Проанализированы нестационарные и стационарные режимы вращения спиральной структуры феррохолестерика в магнитном поле. Для слабых полей, малых и больших скоростей вращения получены аналитические выражения для шага феррохолестерической спирали. В стационарном вращательном режиме построена ориентационная фазовая диаграмма перехода феррохолестерик – ферронематик для различных значений магнитного поля и угловых скоростей. Показано, что с увеличением этих параметров поле перехода уменьшается. Численно получена зависимость шага феррохолестерика от магнитного поля и его угловой скорости при различных параметрах материала. Вблизи точки ориентационного перехода аналити-

чески получен логарифмический закон расходимости шага спирали. В отсутствие вращения полученная формула сводится к известному результату для постоянного магнитного поля.

В **четвёртой главе** изучено влияние сдвигового течения и магнитного поля на ориентационную динамику холестерического и феррохолестерического жидкого кристалла.

В первой части главы теоретически изучено раскручивание спиральной структуры холестерического жидкого кристалла под действием магнитного поля и сдвигового течения. Оба фактора способны индуцировать переход холестерик – нематик независимо друг от друга, однако различие ориентирующих воздействий магнитного поля и сдвигового потока приводит к конкуренции между магнитными и гидродинамическими механизмами влияния на холестерический жидкий кристалл. Проанализированы различные ориентации магнитного поля относительно направления течения в плоскости сдвига. В ряде предельных случаев получены аналитические зависимости для шага холестерической спирали, деформированной сдвиговым течением. Рассчитаны фазовые диаграммы переходов холестерик – нематик и шаг холестерической спирали для различных значений напряжённости и угла ориентации магнитного поля, градиента скорости течения и реактивного параметра. Показано, что магнитное поле, стабилизируя ориентацию директора в сдвиговом потоке, расширяет границы области ориентируемости холестериков. Установлено, что сдвиговое течение приводит к смещению критического значения напряжённости магнитного поля перехода. Показано, что поворотом магнитного поля в определённых интервалах значений напряжённости поля и градиента скорости сдвигового течения можно индуцировать последовательность возвратных ориентационных переходов холестерик – нематик – холестерик.

Во второй части главы исследовано раскручивание спиральной структуры феррохолестерика, вызванное совместным действием магнитного поля и сдвигового потока. Оба воздействия способны независимо индуцировать переход феррохолестерик – ферронематик, однако различия между

ориентацией магнитным полем и направлением ориентации потоком приводят к конкуренции между магнитными и гидродинамическими механизмами воздействия на феррохолестерическую структуру. Были проанализированы различные ориентации внешнего магнитного поля относительно направления сдвигового потока. Шаг феррохолестерической спирали определялся как функция напряжённости и угла ориентации магнитного поля, градиента скорости сдвига и реактивного параметра. Были рассчитаны ориентационные фазовые диаграммы перехода феррохолестерик – ферронематик и шаг феррохолестерической спирали как функция параметров системы. Установлено, что наложение сдвигового потока приводит к смещению порога раскручивания магнитным полем. Величина критического магнитного поля зависит от ориентации магнитного поля, градиента скорости и коэффициентов вязкости. Показано, что совместное действие магнитного поля и сдвигового потока может вызывать возвратные ориентационные переходы феррохолестерик – ферронематик – феррохолестерик.

В третьей части главы в рамках континуальной теории исследовано влияние мягкого (конечного) поверхностного сцепления жидкокристаллической и магнитной подсистем при совместном действии сдвигового течения и магнитного поля на феррохолестерический жидкий кристалл. Рассматривается геометрия, в которой ось спиральной структуры перпендикулярна магнитному полю и плоскости сдвига. Магнитное поле и течение вызывают конкуренцию между механизмами влияния на систему, раскручивая спиральную структуру. Получена зависимость шага спирали от материальных параметров системы. Построены диаграммы переходов феррохолестерик – ферронематик. Показано, что увеличение энергии сцепления приводит к уменьшению необходимых для раскручивания структуры критических полей. Исследованы магнитные характеристики деформированного состояния феррохолестерика и изучена возможность намагничивать феррохолестерический жидкий кристалл с помощью сдвиговых напряжений.

Благодарности. Автор благодарен Д. В. Макарову и А. Н. Захлевных за помощь в исследовании, ценные советы и продуктивное обсуждение при подготовке диссертационной работы. Автор благодарит всех сотрудников кафедры физики фазовых переходов Пермского государственного национального исследовательского университета за замечания и критику работы.

Глава 1. Ориентационные и динамические явления в жидких кристаллах и жидкокристаллических суспензиях

1.1. История открытия и изучения жидких кристаллов

Жидкокристаллическими называют вещества, обладающие в определённом температурном интервале выше точки плавления как свойствами жидкостей (способность к образованию капель, текучесть), так и свойствами кристаллических тел (анизотропия). Такие материалы не имеют обычного перехода из изотропного состояния в кристаллическое, обнаруживая последовательность переходов между различными ориентационными фазами, физические свойства и симметрия которых являются промежуточными между изотропными жидкостями и твёрдыми телами. Жидкие кристаллы относятся к классу материалов с легко изменяемыми свойствами и находят применение в приборостроении, технике, биологии и медицине. Одним из основных свойств ЖК является наличие ориентационных степеней свободы осей их анизометричных молекул, что обуславливает высокую чувствительность пространственного распределения молекул по отношению к воздействию внешних силовых полей.

Жидкие кристаллы были открыты австрийским ботаником Ф. Рейнитцером в 1888 году. При изучении синтезированного им вещества – холестерилбензоата – Рейнитцер обнаружил у него две точки плавления. При достижении первой из них вещество превращалось в мутную жидкость, а

при нагревании выше второй точки жидкость становилась прозрачной [7]. Мутная жидкость, описанная Ф. Рейнитцером, была тем ЖК, который сейчас называют холестерическим или хиральным нематическим жидким кристаллом, а точка плавления, соответствующая более высокой температуре, носит название температуры просветления. В 1900 году немецкий физик О. Леманн с помощью методов поляризационной микроскопии установил, что новое вещество обладает анизотропными свойствами и ввёл для него термин «жидкий кристалл», который используется и по сей день [8]. Было установлено, что предпосылкой для появления двойной точки плавления послужила веретенообразная, то есть анизометричная, форма молекул синтезированного вещества. Позже это открытие позволило теоретически описать молекулярную структуру жидкого кристалла. Первый синтетический жидкий кристалл пара-азоксианизол (ПАА), был получен Л. Гаттерманном и А. Ритшке в 1890 году [9]. Советские физики В. Фредерикс, А. Репьева и В. Цветков в 30-х годах прошлого века впервые исследовали ориентационные свойства жидких кристаллов в электрических и магнитных полях [10, 11]. В результате В. Фредериксом и его группой было обнаружено важное ориентационное явление в физике жидких кристаллов, лежащее в основе ряда современных устройств отображения информации, которое заключается в пороговом переходе однородной ориентационной структуры ЖК в неоднородную под действием электрического или магнитного поля. Этот эффект, называемый сейчас переходом Фредерикса, отражает конкуренцию между приложенными внешними полями, искажающими исходное состояние ЖК, и силами ориентационной упругости, стремящимися сохранить это состояние.

В 1922 году французский физик Ж. Фридель описал известные жидкокристаллические фазы и предложил классификацию, состоящую из трёх обширных категорий: нематики, холестерики и смектики [12]. Эти категории относятся к так называемым термотропным жидким кристаллам, которые образуются при термическом воздействии на вещество, их классификация актуальна и сейчас. Согласно классификации Фриделя молекулы смектиков расположены в слоях, а их центры масс могут перемещаться в

плоскости, называемой смектической. Для нематиков характерен только одномерный ориентационный порядок осей молекул, при этом трансляционный порядок в расположении центров масс молекул отсутствует. Холестерики же обладают спонтанной спиральной надмолекулярной структурой. Они образованы хиральными молекулами, содержащими асимметричный атом углерода, а название происходит от первых соединений на основе холестерина, в которых наблюдалась холестерическая фаза.

Первые попытки теоретического описания жидких кристаллов в рамках континуального подхода связаны с работами 1925–1927 годов К. Озеена и Г. Цохера [9]. В 1958 году Ф. Франком были заложены основы континуальной равновесной теории ЖК. Позднее над обобщением континуальной теории нематиков и написанием уравнений динамики работал Д. Эриксен, а используя его идеи, Ф. Лесли в 1960-х годах сформулировал основные уравнения гидродинамики ЖК [9].

Сначала ЖК нашли своё практическое применение в термографии, то есть методе индикации различных температурных диапазонов. В 1963 году Д. Фергюсон использовал свойство изменения цвета жидкого кристалла под воздействием температуры для визуализации тепловых полей. Сегодня различные смеси из ЖК наносят на интегральные схемы и транзисторы для определения перегретых или нерабочих (холодных) элементов устройств. В 1968 году в США был представлен первый жидкокристаллический индикатор для отображения информации. Принцип действия индикатора был основан на способности жидких кристаллов пропускать и отражать свет определённой поляризации в зависимости от угла поворота молекул, который регулировался электрическим полем. Под воздействием напряжения электрического поля на индикаторе возникало изображение, состоящее из микроскопических точек, называемых пикселями. Позднее было синтезировано вещество MBVA, образующее нематическую ЖК-фазу при комнатной температуре, ставшее сначала одним из самых популярных веществ в ЖК дисплеях. В 1991 году за обобщение методов исследования упорядоченности в простых системах на жидкие кристаллы и полимеры французским физиком Пьер-Жиль де Женем была получена Нобелевская

премия по физике.

1.2. Холестерический жидкий кристалл во внешних полях

Одной из наиболее сложных и красивых структур среди термотропных жидких кристаллов обладают холестерики. В отсутствие внешних полей холестерический тип ЖК характеризуется спонтанной спиральной ориентационной структурой [9]. Это свойство обусловлено зеркально асимметричными молекулами, которые образуют этот тип ЖК. Периодическая спиральная структура холестериков определяет такие уникальные оптические свойства, как селективное отражение света и сильное вращение плоскости поляризации внутри жидкокристаллического образца. А сочетание большой оптической активности таких сред с высокой чувствительностью шага их спиральной структуры к внешним воздействиям приводит к их практическому применению в оптических приборах, датчиках, термометрах, цветowych фильтрах [1, 9, 13]. Контролируемое изменение шага холестерической спирали, позволяющее управлять проходящим через неё световым потоком, является одной из актуальных проблем физики жидких кристаллов, объясняющей постоянный интерес к изучению этих оптически активных хиральных сред [14–34].

Имеется множество работ, посвящённых исследованию воздействия внешних силовых полей на холестерик [14–30, 32, 33]. Включение магнитного или электрического поля перпендикулярно оси спирали холестерического жидкого кристалла, обладающего положительной диамагнитной (диэлектрической) анизотропией, вызывает поворот молекул холестерика в направлении поля, деформируя его спиральную структуру. Увеличение напряжённости поля приводит к росту шага спирали и обращению его в бесконечность при некотором критическом значении поля. В этом случае говорят про фазовый переход холестерик – нематик [14–16]. Впервые тео-

ретически переход был описан П. Ж. де Женем [14], в работах [14, 15] была рассчитана зависимость шага спирали от величины приложенного магнитного поля. Авторы [17, 18] отмечают хорошее согласие экспериментальных данных с ранее полученными в [14, 15] результатами. В работе [18] образцы холестерика рассматривались непосредственно с помощью микроскопа, а шаг спиральной структуры измерялся в зависимости от напряжённости магнитного поля. В работе [19] представлено строгое математическое обоснование результата де Жена [14].

В случае, когда холестерик находится в слое конечной толщины, деформация спирали внешним магнитным полем не происходит непрерывным образом, а демонстрирует скачкообразное поведение [20]. Такое поведение шага холестерической спирали для различных типов потенциалов сцепления директора с границами слоя в зависимости от толщины слоя и напряжённости магнитного поля теоретически исследовано в работе [21]. Авторы проанализировали разные виды потенциалов мягкого (конечного) сцепления, включая случай вырождения осей лёгкого ориентирования. Предполагалось, что ось спирали холестерика и магнитное поле направлены вдоль нормали к слою, а диамагнитная анизотропия положительна. Показано, что в зависимости от толщины слоя и напряжённости магнитного поля в слое может существовать однородное гомеотропное нематическое состояние или холестерическое состояние плоского или конфокального типа. Установлено, что увеличение толщины слоя в плоском холестерическом состоянии приводит к ступенчатому увеличению числа полувитков спирали в ячейке. В зависимости от величины энергии сцепления фазовый переход может быть как второго, так и первого рода. Определены пороговые характеристики, при которых происходят переходы из плоского холестерического состояния в конфокальное и из конфокального состояния в гомеотропное нематическое. В работах [22, 23] определены критические поля раскручивания холестерика для различных типов сцепления и ориентаций магнитного поля. В [22] изучено ориентационное поведение слоя ЖК при наличии гомеотропных условий сцепления на границах, а также влияние температуры на индуцированный полем переход холестерик – нематик.

Авторы показали, что поле перехода практически не зависит от толщины слоя. В статье [23] исследовано наклонное магнитное поле по отношению к исходной ориентации структуры ЖК, заданной жёсткими условиями на границе слоя. Для конечной толщины слоя установлено наличие нескольких переходов, зависящих от угла ориентации поля. Авторы [24] изучили фазовые ориентационные диаграммы жидкого кристалла, помещённого в ячейку с гомеотропным сцеплением на границах. Управляющими параметрами приняты малое отношение толщины ячейки к шагу спирали и приложенное напряжение. Увеличение напряжения может вызывать переход от полностью раскрученной структуры к однородной конфигурации, а также переход в холестерик. В работе [26] исследованы два вида отклика спирали на импульсное магнитное поле: быстрый режим, характеризующийся локальным вращением поля директора, и медленный режим, связанный с изменением угла поворота относительно ограничивающих образец поверхностей. В [27] был исследован эффект влияния на холестерик магнитного поля, беспорядочно меняющего направление. Экспериментальные и теоретические результаты, касающиеся динамики дисклинаций в слое ХЖК в слабом магнитном поле, представлены в [28, 29]. Влияние магнитного поля на рассеяние света, приложенного ортогонально оси спирали, обсуждается в статье [25]. Найдены два типа решений для несжимаемого холестерического жидкого кристалла, легко наблюдаемые с помощью рассеяния света. Первое решение связано с раскручиванием и закручиванием спиральной структуры. Второе является комбинацией вязко-сдвиговых мод. Определены времена релаксации для этих решений.

В работе [30] исследовано изменение шага спиральной структуры холестерика и переход холестерик – нематик, вызванный изменением толщины ячейки или напряжением на границах. Показано, что если образец ХЖК поместить между двумя электродами, на которых созданы условия гомеотропного сцепления, то изменение шага спирали холестерика может происходить и в отсутствие внешних полей. Такое поведение структуры связано с тем, что спираль не может принять равновесное положение в ограниченном слое без искажений. Включение внешнего электрического

поля позволяет осуществить обратный переход в холестерическую фазу. Изучены текстуры, наблюдаемые в ячейках, в случае постоянного и переменного электрического поля. В работе [31] исследована временная эволюция поля директора в холестерическом жидком кристалле, ограниченном двумя плоскими поверхностями. Найдены значения шага и времени перехода, зависящие от констант упругости. Получены аналитические решения для директора для случая малых компонент директора, перпендикулярных оси спирали. Динамика раскручивания спиральной структуры холестерического жидкого кристалла за счёт импульсного электрического поля представлена в [32], а дрейф различных типов холестерических текстур, образующих вращающиеся спирали в переменном или постоянном электрическом поле, описан в статье [33]. В работе [34] исследованы оптические свойства холестерических жидких кристаллов, где показано, что при различных углах падения света на образец управляемая электрическим полем переориентация спирали приводит к различному смещению наблюдаемой цветовой картины.

В настоящее время остается слабо изученным поведение холестерических жидких кристаллов во вращающихся силовых полях, но в литературе можно найти работы, посвящённые эффектам в нематических жидких кристаллах, вызванных таким воздействием. Взаимодействие ЖК с вращающимся магнитным полем впервые было изучено советским физиком В. Цветковым [35]. Он обнаружил, что вращающееся магнитное поле способно вовлечь в макроскопическое движение жидкокристаллическое вещество. Впоследствии это явление получило название «эффекта Цветкова». В зависимости от скорости вращения выделяют два режима движения ориентационной структуры нематического ЖК: синхронный и асинхронный. В синхронном режиме директор вращается с угловой скоростью поля, отставая от него на некоторый постоянный угол, а в асинхронном режиме движение директора за магнитным полем происходит с фазовой задержкой, которая сложным образом зависит от времени. Влияние вращающегося магнитного поля на переход Фредерикса в слое нематического ЖК теоретически и экспериментально изучено в работе [36]. Сцепление на гра-

нищах слоя считалось гомеотропным, рассматривались стационарный (синхронный) и нестационарный (асинхронный) режимы вращения нематической структуры. Для обоих случаев аналитически получены выражения для напряжённости магнитного поля, соответствующей переходу Фредерикса. Экспериментально показано, что искажения ЖК структуры в случае стационарного вращения схожи с искажениями, когда магнитное поле статично. В работе [37] оптическими методами исследовано раскручивание хиральной суспензии целлюлозных микроволокон в магнитном поле. Были изучено управление ее ориентационной текстурой в случае приложения статического и вращающегося магнитного полей. В работе [38] вращающееся магнитное поле использовалось для определения поверхностной вязкости на границе слоя нематического жидкого кристалла. Влияние постоянного электрического и вращающегося магнитного поля на переход Фредерикса в нематическом жидком кристалле было проанализировано в статье [39]. Авторы наблюдали искажение структуры при достижении критического напряжения, зависящего от напряжённости и угловой скорости вращения магнитного поля. Эта зависимость была получена аналитически для стационарного режима вращения, когда директор и вектор напряжённости магнитного поля вращаются с одной скоростью. Сравнение результатов теоретического расчета с экспериментальными данными позволило установить значения константы упругости, вращательной вязкости и анизотропии диамагнитной восприимчивости для ЖК $CCN - 37$.

Также можно отметить исследования динамики хиральных наночастиц различной формы в изотропных жидкостях под действием вращающихся магнитных полей [40–43], которые позволяют управлять движением частиц, осуществляя их транспорт в требуемые области изучаемого образца [44–46]. Наблюдаемая динамика магнитных геликоидальных наноструктур зависит от частоты вращения магнитного поля и магнитных характеристик наночастиц.

1.3. Холестерический жидкий кристалл в сдвиговых течениях

Гидродинамические течения жидких кристаллов существенно влияют на формируемые в них ориентационные структуры [1], поэтому для управления ориентацией директора жидкого кристалла можно, например, использовать сдвиговое течение [1, 9, 13, 35, 47–59]. Так, течение нематического жидкого кристалла с постоянным градиентом скорости приводит к ориентации его молекул под некоторым углом к потоку, называемым углом Лесли [1, 9, 13, 35], который определяется отношением коэффициентов вращательной вязкости жидкого кристалла. В работе [47] найдены пространственные профили директора и поля скорости нематика в сдвиговом потоке. Установлена возможность реализации в системе разных вариантов профилей директора и полей скорости. Показано, что при увеличении скорости сдвига система будет испытывать переход с разрывом в профиле скорости. На основе решений уравнений гидродинамики Эриксона – Лесли в работе [48] проанализировано влияние сдвигового течения на поле директора нематического ЖК в ячейке Хеле-Шоу. В работе [49] была исследована неустойчивость сдвигового течения нематического жидкокристаллического слоя. Найдены условия появления периодических структур в системе, и получена зависимость их периода от толщины слоя и констант Франка.

Наличие сдвигового течения в холестерических жидких кристаллах приводит к различным деформациям их надмолекулярной структуры [50–54]. Как показано в работах [55–57], сдвиговым потоком можно раскрутить спиральную структуру ориентируемого (реактивный параметр $\lambda \geq 1$) жидкого кристалла, вызвав переход холестерик – нематик. Теоретически исследовано раскручивание холестерической спирали сдвиговым потоком для бесконечного образца [55] и для плоского слоя [56]. Динамика сдвига в холестериках и фазовые диаграммы исследованы в работах [53, 58]. В статье [58] изучалась динамика сдвига в холестерическом жидком кристалле с использованием методов решёточных уравнений Больцмана. Показано, что связь между сдвигом и естественной упругой деформацией холестериков

может индуцировать скручивание в изначально изотропной фазе. Авторы [53] моделируют динамику микроструктуры холестерических жидких кристаллов, обусловленную приложенным сдвиговым потоком. Показано, что при низких скоростях сдвига хиральные и упругие силы препятствуют движению директора. При высоких скоростях сдвига молекулы приходят в движение, образуя уникальные переходные структуры с сочетанием нескольких фаз. В статье [59] рассматриваются свойства течения с учётом макроскопических электромеханических и термомеханических вкладов, характерных для холестерических жидких кристаллов.

Совместное действие течения и магнитного поля может приводить к новым ориентационным эффектам в ЖК [60–65]. Так, области параметров, соответствующие ориентируемому (или неориентируемому) сдвиговым потоком ЖК, могут измениться при дополнительном воздействии на систему. Известно, что наличие внешнего магнитного [60–62] или электрического [63–65] полей оказывает стабилизирующее действие на ориентационную структуру нематика, подверженного сдвиговому течению. В результате происходит расширение области ориентируемости, поэтому сдвиговым потоком становится возможно ориентировать нематики даже с реактивным параметром $\lambda < 1$. В статье [63] теоретически и экспериментально анализируется влияние электрического поля на угол ориентации нематического жидкого кристалла потоком и размер пограничных слоёв. Директор ориентируется в сдвиговом потоке под определенным углом к направлению потока, за исключением граничных слоёв у поверхности. В работе [64] показано, что приложенное к образцу электрическое поле может дать устойчивый тип пограничного слоя, если его напряжённость превышает некоторое критическое значение. В работе [66] изучены дефекты нематических жидких кристаллов, возникающие в сдвиговом течении и внешнем магнитном поле. Показано, что стационарное состояние под углом Лесли, является метастабильным, а потенциал, определяющий динамику директора, имеет ряд устойчивых стационарных состояний. Для сильного магнитного поля более высокий энергетический барьер между устойчивыми и неустойчивыми состояниями приводит к тому, что директор фиксируется вдоль направления

магнитного поля. Динамические свойства нематических жидких кристаллов при сдвиговом течении и магнитном поле на основе теории Эриксона – Лесли исследованы в [62]. Построена фазовая диаграмма состояний в зависимости от магнитного поля при постоянной скорости сдвига. Установлена связь устойчивых и неустойчивых состояний с величиной магнитного поля и скоростью сдвига. В работе [67] исследовано совместное действие постоянного электрического поля и сдвигового потока на нематический жидкий кристалл. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с расчётами, основанными на континуальной теории Эриксона – Лесли.

В настоящее время есть несколько работ, посвящённых совместному действию полей и сдвиговых течений на холестерики [68–70]. Задача об ориентировании спиральной структуры холестерического жидкого кристалла сдвиговым течением и магнитным полем рассмотрена в работе [68], где были впервые получены критические параметры перехода холестерик – нематик в сдвиговом потоке и магнитном поле для специфической геометрии задачи, в которой ориентирующее действие поля и течения взаимно ортогональны. В [69, 70] показано, что совместное действие осциллирующего сдвигового потока и электрического поля индуцирует переходы между различными ориентационными текстурами холестерика и позволяет сформировать бездефектную спираль, обладающую быстрым электрооптическим откликом независимо от толщины ячейки, в которой находится ЖК.

1.4. Суспензии на основе жидких кристаллов

Жидкие кристаллы обладают спонтанным ориентационным порядком и поэтому являются привлекательными средами для диспергирования коллоидных частиц. Введение наночастиц различной природы (углеродных нанотрубок, ферромагнитных или сегнетоэлектрических частиц, квантовых точек, частиц кремнезёма и др.) в жидкие кристаллы приводит к изменению свойств композитной системы [6, 71–87]. Физические свой-

ства таких мягких конденсированных сред намного богаче, чем у исходных жидкокристаллических материалов. В зависимости от типа примесных частиц в жидкокристаллических коллоидных системах выявляются новые механизмы управления ориентационной структурой. Жидкокристаллические суспензии позволяют значительно сократить энергозатраты будущих устройств отображения информации.

Одним из типов таких материалов является феррожидкий кристалл, высокодисперсная магнитная суспензия анизометрических частиц ферроили ферромагнетика, в которой жидкостью-носителем является ЖК. В зависимости от типа матрицы различают ферронематики, феррохолестерики и ферросмектики. Возможность управления ориентацией такой суспензии слабым магнитным полем была впервые теоретически предсказана Ф. Брошар и П. Ж. де Женем [4]. Авторы использовали приближение сильного планарного сцепления магнитных частиц с молекулами нематика и получили уравнения ориентационно-упругого равновесия суспензии. В отличие от чистых жидких кристаллов, являющихся диамагнитными средами с квадрупольным механизмом взаимодействия ЖК (квадратичным по напряженности) с внешним магнитным полем, добавление магнитных частиц в ЖК приводит к появлению дополнительного дипольного механизма воздействия (линейного по напряженности) на систему. Полученная магнитная суспензия может обладать высокой чувствительностью к внешнему полю [5, 74–84, 88]. Для её создания однако необходимо выполнить ряд условий. Во-первых, частицы должны обладать достаточно большими магнитными свойствами. Подходящую величину магнитного момента могут обеспечить как однодоменные частицы ферромагнетика, так и кластеры малых магнитных зёрен. Во-вторых, частицы должны быть достаточно мелкими, чтобы избежать их оседание, и возможное расслоение суспензии. Первые попытки синтезировать феррожидкий кристалл оказались неудачными из-за коагуляции магнитных частиц, при которой суспензия расслаивалась на жидкую и твёрдую компоненты [89, 90]. В-третьих, необходима сильная связь магнитного момента с геометрическими осями частицы. Эту проблему решает использование в качестве примеси частиц

анизометричной формы: иглообразных и дискообразных зёрен. Так были успешно синтезированы ферронематики на основе дискообразных мицелл и вытянутых агрегатов амфифильных молекул [91–95]. В-четвёртых, вблизи поверхности частицы требуется осадить слой поверхностно-активного вещества для обеспечения однородности локальной текстуры жидкого кристалла. В-пятых, покрытие частиц слоем поверхностно-активного вещества вместе с низкими концентрациями этих частиц позволяет избежать агрегации в суспензии. В-шестых, для реализации коллективного поведения, т.е. сильной ориентационной связи между жидкокристаллической и магнитной подсистемами, необходима достаточная концентрация магнитных частиц. Исследователи [96, 97] экспериментально подтвердили возникновение коллективного поведения при некоторой минимальной концентрации магнитной примеси. Ферромагнитные ЖК интересны не только как возможный материал для использования в устройствах отображения информации и различных датчиках, но, конечно же, они представляют и общефизический интерес, так как обладают одновременно диамагнитными и ферромагнитными свойствами. В них длинные оси частиц непосредственно связаны с направлением преимущественной ориентации молекул ЖК, т.е. направлением оптической оси ЖК. Это взаимодействие позволяет изменять ориентацию одной из подсистем, воздействуя на другую. Наличие внутренних степеней свободы и большая чувствительность ферромагнитных ЖК к внешним воздействиям предсказывает появление большого количества разнообразных физических эффектов.

Благодаря успешному синтезу различных композитных жидкокристаллических материалов им посвящено множество как экспериментальных [74–87], так и теоретических [74, 76–79, 85, 86, 98–107] работ. В качестве добавки в нематических ЖК помимо магнитных частиц [74–84, 86], используют углеродные нанотрубки [85], сегнетоэлектрические частицы, квантовые точки, а также ряд других материалов [6, 71–73, 75].

Воздействие магнитного поля на ферронематический жидкий кристалл было экспериментально исследовано в работе [74], причем интерпретация результатов была осуществлена в предположении слабого сцепления

между ЖК матрицей и магнитными частицами. В работе [75] представлено оптическое исследование магнитного перехода Фредерикса в нематическом жидком кристалле $5CB$, легированном магнитными и немагнитными наночастицами. Для обоих типов наночастиц наблюдалось уменьшение порогового поля перехода Фредерикса при низких концентрациях наночастиц. Установлено немонотонная зависимость магнитного порога Фредерикса от концентрации наночастиц каждого типа. При повышении концентрации частиц пороговое поле сначала уменьшалось, а затем увеличивалось при дальнейшем росте концентрации. Эту особенность авторы объясняют эффектами агрегации примесных частиц в изучаемой системе. В [76, 77] изучена коллоидная стабильность и магнитооптические свойства суспензии наночастиц $CoFe_2O_4$ и Fe_2O_3 в жидком кристалле $5CB$. Исследователи [85] экспериментально и в рамках континуальной теории изучили динамику нематического жидкого кристалла $5CB$ с добавлением углеродных нанотрубок в электрическом поле. В работе [78] синтезирована суспензия гематитовых веретенообразных магнитных частиц на основе ЖК $6CB$. Показано, что магнитные моменты удлинённых веретенообразных частиц ориентированы перпендикулярно их основным осям. Авторы работы [79], комбинируя эксперимент и теорию, изучили динамические магнитооптические эффекты в ферронематическом жидком кристалле. В работе [86] исследованы диэлектрические свойства суспензии наночастиц SiO_2 и Fe_3O_4 в жидком кристалле $5CB$. Полученные коллоидные системы проявляют диэлектрический гистерезис в нематической фазе при температуре окружающей среды. Авторы [80] провели исследование магнитооптических характеристик ферронематика от приложенного внешнего напряжения и магнитного поля. Влияние сферических, стержнеподобных и цепеподобных магнитных наночастиц на магнитооптический отклик нематиков представлено в статье [81]. В работе [87] с помощью спектроскопии показано, что сегнетоэлектрическое упорядочение молекул вызывает образование нематической жидкокристаллической фазы поперечного изгиба. В работе [82] исследуется влияние сил сцепления на переход Фредерикса в ферронематике на основе $5CB$ и $CCN - 37$, помещённом в различные поля. В [83] иссле-

дованы оптические свойства нематического жидкого кристалла *6СНВТ* с добавлением магнитных Fe_3O_4 и сегнетоэлектрических *SbSI* наночастиц. Авторы [84] исследовали влияние магнитных частиц на структуру и магнитооптические свойства жидкого кристалла.

В работе [98] в рамках континуальной теории описан магнитный переход Фредерикса, происходящий в плоских слоях ферронематических жидких кристаллов с конечной энергии сцепления между взвешенными феррочастицами и нематическим носителем. Определена зависимость пороговой напряжённости поля от параметров системы. В работе [99] получена система динамических уравнений для ФН, помещённого во внешнее магнитное поле. Описаны статические и динамические перекрёстные связи между намагниченностью, директором и потоком. Исследователи [100] в рамках континуальной теории проанализировали влияние приложенного магнитного поля на ферронематик с мягким гомеотропным сцеплением феррочастиц и директора. Показано, что в неограниченном ферронематике имеет место особый переход Фредерикса, при котором условия сцепления на магнитных частицах изменяются пороговым образом от гомеотропного к планарному. Изучена ориентационная структура трёх ферронематических фаз с различной взаимной ориентацией директора и намагниченностью. В модели среднего поля в [101] показано, что ферронематик может проявлять «жидкокристаллический» суперпарамагнетизм Нееля, обусловленный ориентирующим действием матрицы на внедрённые частицы. В работе [102] теоретически исследовано поведение равномерно намагниченной ферронематической ячейки в случае приложения магнитного поля параллельно и антипараллельно исходному направлению намагничивания ФН. Численный метод позволил определить кривые гистерезиса, дающие критическую напряжённость магнитного поля в зависимости от параметров системы. В работе [103] теоретически исследовано динамическое поведение суспензии квантовых точек на основе нематического жидкого кристалла в электрических полях. В статье [104] предложена статистическая теория среднего поля, описывающая магнитоориентационное упорядочение жидкокристаллической суспензии углеродных нанотрубок на основе нематика.

Исследованы фазовые переходы, индуцируемые температурой и магнитным полем, при различных значениях энергии связи углеродных нанотрубок с жидкокристаллической матрицей. Показано, что в зависимости от температуры магнитное поле индуцирует переход от высокоупорядоченной нематической фазы к слабоупорядоченной паранематической фазе типа «лёгкая ось» и «лёгкая плоскость». Авторы [105] теоретически описали ориентационные переходы в суспензии углеродных нанотрубок в нематическом жидком кристалле, индуцированные внешним магнитным полем в случае конечного сцепления молекул жидких кристаллов на поверхности легированных углеродных нанотрубок. Исследованы ориентационное и концентрационное распределения суспензии, оптические свойства. В работе [106] разработан тензорный вариант молекулярно-статистической теории, в рамках которого можно описать возникновение спонтанной намагниченности анизотропных ферромагнитных наночастиц, диспергированных в нематический жидкий кристалл. В [107] теоретически показано, что в зависимости от температуры и интенсивности взаимодействия частиц с нематической жидкокристаллической матрицей суспензия сферических ферромагнитных частиц может находиться в упорядоченном состоянии с различными магнитными свойствами.

В последние годы также появились экспериментальные работы, посвящённые различным спиральным суспензиям на основе ЖК [108–117]. В работе [108] показано, что введение небольшого количества сегнетоэлектрических наночастиц в холестерическую смесь приводит к снижению управляющего напряжения в ячейке. Авторы [109] изготовили хиральный нематический жидкокристаллический композит с наночастицами магнетита и заполнили им плоскую обработанную ячейку. Наночастицы Fe_3O_4 были модифицированы олеиновой кислотой, чтобы они могли лучше диспергироваться в композите. Авторы [110] исследовали оптические свойства системы, состоящей из холестерического жидкого кристалла и наночастиц золота. В работе [111] изготовлены плёнки холестерического жидкого кристалла с наночастицами золота, причём холестерик деформирован различными конкурирующими сцеплениями на двух его плоских границах. Показана

возможность образования вытянутых игл (длиной более 50 наночастиц и шириной менее 5 наночастиц) для случая мелких наночастиц с диаметром 4.2 нм. В статье [112] авторы описывают экспериментальные исследования влияния внедрения наночастиц золота в холестерическую жидкокристаллическую матрицу. Присутствие наночастиц изменяет структурный порядок жидкого кристалла, индуцируя фазовый переход к неожиданным смектикообразным фазам. Наличие примеси вызывает изменения в электрических свойствах жидкого кристалла, увеличивая проводимость жидкого кристалла. Авторы [113] диспергировали наночастицы золота в хиральный нематический жидкий кристалл. Данные измерений свидетельствуют об изменении электрических свойств и порядка в ЖК-носителе. В [114] было показано, что спирально закрученные жидкие кристаллы могут быть использованы в качестве эффективных анизотропных матриц для внедрения суперпарамагнитных наночастиц и создания гибридных мягких магнитных материалов. В работе [115] изучена суспензия магниточувствительных коллоидных частиц в форме тыквы, диспергированных в холестерических жидких кристаллах с шагом спирали, сравнимым или меньше, чем размеры частицы. Авторы [116] показали, что наночастицы Fe_3O_4 индуцируют холестерическую фазу вместо нематической фазы, которую проявляет чистое соединение. В работе [117] синтезированы полидоменные и монодоменные хиральные ферромагнитные жидкокристаллические кристаллы. Образованные дисперсией ферромагнитных нанопластинок в хиральных нематических жидких кристаллах, эти коллоидные ферромагнетики проявляют спонтанную дальнедействующую ориентацию магнитных дипольных моментов.

В теоретической работе [4] была сформулирована задача о раскручивании спирали феррохолестерика в магнитном поле, перпендикулярном оси спирали ФХ. Однако полученный авторами результат не учитывал типичный для жидкого кристалла диамагнитный механизм взаимодействия с полем. Последующие работы показали необходимость учёта этого механизма наравне с механизмом взаимодействия магнитного поля с феррочастицами [118–121]. Большинство теоретических исследований геликоид-

дальних ферромагнитных ЖК суспензий посвящено их статическим свойствам [120–129]. Ориентационные и магнитные свойства феррохолестерика в магнитном поле, приложенном перпендикулярно оси его спирали, теоретически были изучены в [120]. Учтены два механизма влияния поля на феррохолестерик: дипольный как взаимодействие между полем и магнитными моментами иглоподобных частиц и квадрупольный как влияние поля на холестерическую матрицу. В работе получена зависимость шага спирали и критического поля перехода феррохолестерик – ферронематик от материальных параметров суспензии. Приложенное магнитное поле деформирует исходные конфигурации директора и намагниченности, индуцируя перераспределение магнитных частиц. В работе [121] для жёсткой связи между подсистемами теоретически показано, что включение небольшого количества магнитных частиц в ХЖК существенно изменяет критическое поле раскручивания феррохолестерической спиральной структуры. Эффекты конечного гомеотропного сцепления между магнитными частицами и молекулами холестерика при условии положительной диамагнитной анизотропии ЖК были проанализированы в работе [123]. В этом случае дипольный и квадрупольный механизмы ориентационного взаимодействия с внешним магнитным полем конкурируют между собой. Показано, что это приводит к изменению ориентационной связи частиц с матрицей и переходу от гомеотропного сцепления к планарному. Проведено исследование структуры доменных стенок в ферронематической фазе. Авторы [124] изучили явления, возникающие при включении или выключении магнитного поля. Показано, что поле, необходимое для раскручивания спирали ФХ может быть выше, чем для раскручивания холестерика. Это связано с тем, что магнитные моменты частиц не ориентированы параллельно жидкокристаллическим молекулам, поэтому они препятствуют ориентации под действием внешнего поля. В статье [125] рассматриваются феррохолестерические плёнки, помещённые во внешнее магнитное поле, ориентированное ортогонально плоскости слоя. Установлено, что в слое со слабым гомеотропным сцеплением на его границах возможны ферронематическое и феррохолестерическое состояние. Изменение величины сцепления может индуцировать переход ферро-

нематик – феррохолестерик и приводит к изменению характера фазового перехода от первого ко второму порядку. Раскручивание геликоидальных жидкокристаллических антиферромагнетиков исследовано в работе [127]. Получены зависимости шага спирали и намагниченности от величины приложенного магнитного поля и материальных параметров суспензии. Поле раскручивания спирали ΦX значительно уменьшается в дипольном режиме воздействия магнитного поля на суспензию. Установлены различия в поведении геликоидальных ферромагнитных и антиферромагнитных жидких кристаллов. В рамках континуальной теории в [129] изучается влияние магнитного поля на ориентационные и магнитные свойства компенсированного феррохолестерика с мягкой планарной связью магнитных частиц с жидкокристаллической матрицей. Исследовано поведение намагниченности и шага спирали в зависимости от магнитного поля. Показано, что при мягком сцеплении частиц с жидкокристаллической матрицей вектор намагниченности и директор имеют разный шаг спирали во внешнем магнитном поле.

На данный момент большая часть исследований, посвящённых изучению ферромагнитных ЖК суспензий, связана с различными статическими эффектами, в то время как динамические свойства этих сред остаются ещё слабо изученными [6, 130–132]. В работе [6] теоретически описана динамика полярных нематических гелей и эластомеров. Эффект Цветкова в ферро-нематических жидких кристаллах в рамках континуальной теории изучен ранее в работах [130–132]. В [130] установлено два режима вращения ферро-нематической структуры. В стационарном режиме директор вращается с частотой магнитного поля и постоянной фазовой задержкой. Нестационарный режим характеризуется зависящей от времени фазовой задержкой. Установлена граница между синхронным (стационарным) и асинхронным (нестационарным) режимами вращения ферро-нематика. В статье [131] изучено влияние конечного сцепления между ЖК и магнитной подсистемами на динамику ферро-нематического жидкого кристалла во вращающемся магнитном поле. Найдена критическая скорость, характеризующая границу перехода от стационарного к нестационарному режиму. Показано, что в

слабых магнитных полях критическая скорость линейно зависит от величины напряжённости поля, а в сильных полях – квадратично. В предельном случае жёсткого сцепления директора и намагниченности аналитически получены критическая скорость, углы ориентации жидкокристаллической и магнитной подсистем. В рамках континуальной теории в [132] исследовано поведение ориентационной структуры ферронематического жидкого кристалла с мягкой планарной связью между жидкокристаллической матрицей и магнитными частицами в эллиптически поляризованном вращающемся магнитном поле. Установлены материальные параметры, отвечающие границе стационарного и нестационарного режимов вращения ориентационной структуры. Также отметим работу [133], авторы которой исследовали в ферроэлектрических плёнках различные виды ориентационных структур в зависимости от величины и частоты вращающегося электрического поля. В работе представлено теоретическое обоснование данным эффектам, основанное на теории Ландау, а наблюдаемые кольцеобразные структуры описываются доменными стенками, представляющими собой солитоны.

На сегодняшний день существует немного работ, посвящённых совместному действию внешних силовых полей и гидродинамических течений на жидкокристаллические магнитные суспензии [134–137]. Так, в работе [134] предложен альтернативный вывод уравнений гидродинамики для нематических феррожидкостей. Ориентационные фазы, индуцированные магнитным полем и сдвиговым потоком в ферронематике, в неограниченном образце теоретически исследованы в работе [135], а в ограниченной геометрии – в работе [136]. Установлено, что сдвиговое течение может приводить к смещению пороговых полей или к «размыванию» индуцированных магнитным полем переходов в ферронематике. В работе [137] в рамках континуальной теории исследовано влияние примеси магнитных наночастиц на динамическое поведение нематической жидкокристаллической ячейки. Численно решались уравнения динамики ферронематического жидкого кристалла, и было получено распределение скорости течения в ячейке с учётом приложенного внешнего магнитного поля.

Как показывает обзор литературы, в настоящее время практически не изучена возможность управления спиральной структурой геликоидальных жидкокристаллических материалов вращающимся магнитным полем и гидродинамическими течениями. В связи с этим, диссертационная работа посвящена решению задач о воздействии вращающегося магнитного поля и сдвигового потока на деформацию спиральной ориентационной структуры холестерического и феррохолестерического ЖК. В работе исследованы условия раскручивания спиральной структуры при различных значениях материальных параметров жидкокристаллических композитных систем и ориентациях магнитного поля, переходы в раскрученные (нематическую и ферронематическую) фазы, индуцированные магнитным полем и сдвиговым потоком.

Глава 2. Основные уравнения динамики феррохолестерика

2.1. Уравнения движения среды

Для описания ориентационной динамики феррохолестерического ЖК будем пользоваться обобщённой континуальной теорией Эриксона – Лесли [4, 9, 138], согласно которой уравнение движения и условие несжимаемости среды-носителя могут быть записаны следующим образом:

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \nabla_k \sigma_{ki}, \quad (2.1)$$

$$\nabla_i v_i = 0, \quad (2.2)$$

где ρ , v_i и $\sigma_{ki} = \sigma'_{ki} + \sigma_{ki}^{(e)}$ – плотность, скорость и тензор напряжений феррохолестерического жидкого кристалла. Отметим, что добавление малой объёмной доли магнитных частиц $f \ll 1$ приводит к несущественным изменениям плотности и тензора напряжений феррохолестерического жидкого кристалла; $d/dt = \partial/\partial t + v_k \nabla_k$ – полная производная по времени.

Тензор вязких напряжений σ'_{ki} , который входит в тензор напряжений σ_{ki} , имеет вид

$$\sigma'_{ki} = \alpha_1 n_k n_i n_l n_m A_{lm} + \alpha_2 n_k N_i + \alpha_3 n_i N_k + \alpha_4 A_{ki} + \alpha_5 n_k n_l A_{li} + \alpha_6 n_i n_l A_{lk}, \quad (2.3)$$

где α_s – коэффициенты вязкости Лесли [9, 35], связанные соотношением Пароди $\alpha_2 + \alpha_3 = \alpha_6 - \alpha_5$. Для описания направления преимущественной ориентации молекул ЖК в окрестности какой-либо точки используется единичный вектор \mathbf{n} , называемый директором, причем направления \mathbf{n} и $-\mathbf{n}$

являются физически эквивалентными [4, 9, 35]. Вектор $N_i = dn_i/dt - \Omega_{ik}n_k$ определяет скорость изменения директора n_i относительно движущейся среды. Тензоры $A_{ik} = (\nabla_k v_i + \nabla_i v_k)/2$ и $\Omega_{ik} = (\nabla_k v_i - \nabla_i v_k)/2$ представляют собой симметричную и антисимметричную части тензора градиентов скоростей.

Тензор напряжений Эриксона $\sigma_{ki}^{(e)}$, входящий в тензор напряжений σ_{ki} , определяется выражением

$$\sigma_{ki}^{(e)} = -P\delta_{ki} - \frac{\partial F_V}{\partial(\nabla_k n_l)} \nabla_i n_l, \quad (2.4)$$

где P – давление, F_V – объёмная плотность свободной энергии феррохлестерика, δ_{ki} – символ Кронекера.

2.2. Уравнения ориентационного движения

В континуальном подходе по аналогии с директором \mathbf{n} для описания направления средней ориентации магнитных моментов частиц элемента объема суспензии используется единичный вектор намагниченности \mathbf{m} [4, 138]. Уравнения движения директора и единичного вектора намагниченности записываются следующим образом [1, 4, 9, 35, 138]:

$$\begin{aligned} h_i^{(n)} &= \gamma_1 N_i + \gamma_2 n_k A_{ki}, \\ h_i^{(m)} &= (\gamma_{1p} M_i + \gamma_{2p} m_k A_{ki}) f, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ и $\gamma_2 = \alpha_3 + \alpha_2$ – коэффициенты вращательной вязкости жидкого кристалла, а γ_{1p} и γ_{2p} – коэффициенты вращательной вязкости магнитных частиц. Вектор $M_i = dm_i/dt - \Omega_{ik}m_k$ определяет скорость изменения единичного вектора намагниченности \mathbf{m} относительно движущейся среды. Молекулярное поле $h_i^{(n)}$, действующее на директор \mathbf{n} , определяется следующим образом

$$h_i^{(n)} = -\frac{\partial F_V}{\partial n_i} + \nabla_k \frac{\partial F_V}{\partial(\nabla_k n_i)}, \quad (2.6)$$

а молекулярное поле $h_i^{(m)}$, действующее на вектор намагниченности \mathbf{m} , определяется как

$$h_i^{(m)} = -\frac{\partial F_V}{\partial m_i} + \nabla_k \frac{\partial F_V}{\partial (\nabla_k m_i)}. \quad (2.7)$$

Варьирование свободной энергии F_V при вычислении молекулярных полей $h_i^{(n)}$ и $h_i^{(m)}$, входящих в уравнение (2.5), должно производиться методом неопределённых множителей Лагранжа при дополнительных условиях $\mathbf{n}^2 = 1$ и $\mathbf{m}^2 = 1$.

Уравнения (2.1) – (2.7) определяют систему уравнений динамики феррохолестерического жидкого кристалла при однородном распределении магнитной примеси в суспензии.

Глава 3. Динамика ориентационных явлений в суспензии во вращающемся магнитном поле

3.1. Раскручивание спиральной структуры холестерика вращающимся магнитным полем

В данной части главы решена задача о раскручивании спиральной ориентационной структуры холестерического жидкого кристалла во вращающемся магнитном поле. Для нестационарного режима вращения ориентационной структуры проанализированы деформации холестерической спирали в слабых магнитных полях. Для малых деформаций ориентационной структуры аналитически получена зависимость шага холестерической спирали от напряжённости и скорости вращения магнитного поля. Для стационарного режима вращения ориентационной структуры в магнитном поле построена ориентационная фазовая диаграмма перехода холестерик – нематик. Численно и аналитически получены зависимости шага холестерической спирали от напряжённости и скорости вращения магнитного поля. Показано, что в узком диапазоне напряжённости вращающегося магнитного поля происходят возвратные ориентационные переходы холестерик – нематик – холестерик, индуцированные изменением угловой скорости вращения магнитного поля. Показано, что в стационарном режиме вращения ориентационной структуры увеличение скорости вращения поля приводит к уменьшению поля перехода холестерик – нематик. Полученные результаты согласуются с известными в научной литературе данными для стати-

ческих магнитных полей.

Основные результаты, представленные в этой части главы, опубликованы в статье [А3].

3.1.1. Холестерик во вращающемся магнитном поле

Рассмотрим помещённый во вращающееся магнитное поле холестерический жидкий кристалл без магнитной примеси. В этом случае уравнения (2.1) – (2.5) значительно упрощаются. Плотность свободной энергии холестерика F_V , которая позволяет определить молекулярное поле (2.6), действующее на директор, будет содержать следующие вклады [4, 9]:

$$\begin{aligned} F_V &= F_1 + F_2, \\ F_1 &= \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n} + q_0)^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2], \\ F_2 &= -\frac{1}{2}\chi_a(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь K_{11} , K_{22} , K_{33} – константы Франка, q_0 – волновое число невозмущенной спиральной структуры холестерического жидкого кристалла (для определённости будем считать $q_0 > 0$, что соответствует правовинтовой спирали), \mathbf{n} – директор жидкого кристалла, χ_a – анизотропия диамагнитной восприимчивости. Вклад F_1 в плотность свободной энергии F_V (3.1) называется потенциалом Озеена – Франка и определяет энергию ориентационно-упругих деформаций поля директора, F_2 – объёмная плотность энергии взаимодействия магнитного поля \mathbf{H} с ЖК-матрицей (квадрупольный механизм влияния магнитного поля на ФХ).

Введём прямоугольную систему координат, ось z которой направим вдоль оси спирали холестерика (см. рис. 3.1). Приложенное внешнее магнитное поле $\mathbf{H} = H(\cos \omega t, \sin \omega t, 0)$ вращается вокруг оси z с угловой скоростью ω . Анизотропию диамагнитной восприимчивости χ_a жидкого кристалла считаем положительной, поэтому директор \mathbf{n} стремится ориентироваться по полю. Для данной геометрии задачи векторное поле директора

МОЖНО ИСКАТЬ В ВИДЕ:

$$\mathbf{n} = [\cos \varphi(z, t), \sin \varphi(z, t), 0]. \quad (3.2)$$

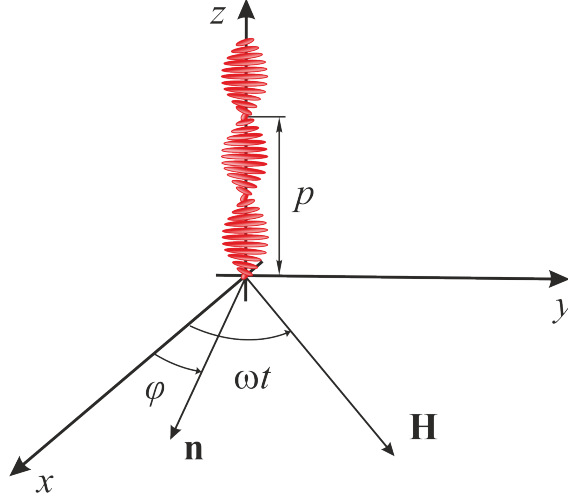


Рис. 3.1. Холестерик во вращающемся магнитном поле

С учётом (3.2) объёмная плотность свободной энергии (3.1) может быть записана как

$$F_V = \frac{K_{22}}{2} \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right)^2 - \frac{\chi_a H^2}{2} \cos^2(\varphi - \omega t). \quad (3.3)$$

Поскольку в рассматриваемой геометрии задачи градиенты скорости течения \mathbf{v} отсутствуют, уравнение несжимаемости (2.2) выполняется тождественно, а уравнение движения среды (2.1) позволяет определить давление в образце. Проекция уравнения движения директора \mathbf{n} (2.5) на оси координат x и y с учётом (3.2) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} -K_{22} \left[\frac{d^2\varphi}{dz^2} \sin \varphi + \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \cos \varphi \right] + \chi_a H^2 \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) + \\ + \lambda_1 \cos \varphi = \gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin \varphi, \\ K_{22} \left[\frac{d^2\varphi}{dz^2} \cos \varphi + \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \sin \varphi \right] + \chi_a H^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) + \\ + \lambda_1 \sin \varphi = \gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cos \varphi. \quad (3.4) \end{aligned}$$

Исключая из уравнений (3.4) неопределённый множитель Лагранжа λ_1 , получим уравнение для угла φ поворота директора. Уравнение (2.5) даёт уравнение динамики угла поворота директора в размерной форме

$$K_{22} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\chi_a H^2}{2} \sin 2(\varphi - \omega t) = \gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Выберем в качестве единиц измерения напряжённости магнитного поля величину $H_0 = q_0 \sqrt{K_{22}/\chi_a}$. Введём следующие безразмерные параметры:

$$h = \frac{H}{H_0}, \quad \zeta = z q_0, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \tau = \omega t, \quad (3.6)$$

где $\omega_0 = K_{22} q_0^2 / (2\gamma_1)$ – единица измерения скорости вращения жидкого кристалла, ζ – безразмерная координата, τ – безразмерное время. Переходя к новым обозначениям (3.6) в уравнении (3.5):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} - \frac{h^2}{2} \sin 2(\varphi - \tau) = \frac{\Omega}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \quad (3.7)$$

Полученное уравнение (3.7) описывает пространственную зависимость углов поворота директора $\varphi = \varphi(\zeta, \tau)$ с течением времени от напряжённости и угловой скоростью вращения магнитного поля h и Ω .

Уравнение (3.7) в отсутствие поля ($h = 0$) имеет решение

$$\varphi(\zeta) = \zeta, \quad (3.8)$$

которое согласно (3.2) описывает геликоидальную структуру холестерика с величиной безразмерного шага спирали $p_0 = 2\pi$. В постоянном магнитном поле ($\Omega = 0$), как известно [9], появляется деформация спиральной структуры, которая возрастает с полем. Когда величина магнитного поля h достигает значения $h_0 = \pi/2$, шаг спирали обращается в бесконечность и происходит переход холестерик – нематик. Изучим ориентационные эффекты в холестерической структуре, связанные с вращением ($\Omega \neq 0$) магнитного поля.

3.1.2. Нестационарный режим вращения в слабом магнитном поле

Рассмотрим поведение спиральной структуры холестерического жидкого кристалла в нестационарном режиме вращения системы. В этом случае угол φ ориентации директора является функцией координаты ζ и времени τ . Рассмотрим случай слабых полей, для которого решение уравнения (3.7) можно представить в виде:

$$\varphi(\zeta, \tau) \approx \zeta + \varphi_1(\zeta, \tau). \quad (3.9)$$

Здесь $\varphi_1(\zeta, \tau)$ – малая добавка, связанная с вращением магнитного поля. Как известно [9, 60], в слабых магнитных полях, возрастание поля связано с небольшими отклонениями директора, поэтому $\varphi_1(\zeta, \tau)$ остаётся малым при значении поля $h < 0.8h_0$, где $h_0 = \pi/2$ поле перехода холестерик – нематик в постоянном магнитном поле.

Подставляя разложение (3.9) в уравнение динамики (3.7), получаем

$$\frac{\partial^2 \varphi_1(\zeta, \tau)}{\partial \zeta^2} - \frac{h^2}{2} \sin 2(\zeta - \tau) = \frac{\Omega}{2} \frac{\partial \varphi_1(\zeta, \tau)}{\partial \tau}. \quad (3.10)$$

Применив интегральное преобразованием Лапласа [139] к данному уравнению, получим

$$\frac{\partial^2 \Phi_1(\zeta, s)}{\partial \zeta^2} - \frac{\Omega s}{2} \Phi_1(\zeta, s) + \frac{\Omega \varphi_1(\zeta, 0)}{2} = \frac{h^2(-2 \cos 2\zeta + s \sin 2\zeta)}{2(s^2 + 2^2)},$$

или, так как $\varphi_1(\zeta, 0) = 0$, имеем

$$\frac{\partial^2 \Phi_1(\zeta, s)}{\partial \zeta^2} - \frac{\Omega s}{2} \Phi_1(\zeta, s) = \frac{h^2(s \sin 2\zeta - 2 \cos 2\zeta)}{2(s^2 + 2^2)}. \quad (3.11)$$

Здесь за $\Phi_1(\zeta, s)$ обозначено изображение по Лапласу [139] функции $\varphi_1(\zeta, \tau)$. Решая данное уравнение, получим:

$$\Phi_1(\zeta, s) = C_1 e^{\sqrt{\frac{\Omega s}{2}} \zeta} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{\Omega s}{2}} \zeta} + \frac{h^2(2 \cos 2\zeta - s \sin 2\zeta)}{(\Omega s + 8)(s^2 + 2^2)}.$$

Исключая нарастающие и затухающие в пространстве слагаемые, получаем, что константы $C_1 = C_2 = 0$, тогда

$$\Phi_1(\zeta, s) = \frac{h^2(2 \cos 2\zeta - s \sin 2\zeta)}{(\Omega s + 8)(s^2 + 2^2)}. \quad (3.12)$$

Делая обратное интегральное преобразование [139], имеем

$$\varphi_1(\tau, \zeta) = \frac{h^2(2 \sin(2\tau - 2\zeta) - \frac{\Omega}{2} \cos(2\tau - 2\zeta) + e^{-\frac{8\tau}{\Omega}}(2 \sin 2\zeta - \frac{\Omega}{2} \cos 2\zeta))}{\Omega^2 + 16},$$

откуда нестационарное решение для угла φ поворота директора в случае небольших деформаций ориентационной структуры запишется следующим образом

$$\varphi(\zeta, \tau) = \zeta - \frac{h^2}{2\sqrt{\Omega^2 + 16}} \left\{ \sin[2(\zeta - \tau) + \alpha] - e^{-8\tau/\Omega} \sin(2\zeta + \alpha) \right\}, \quad (3.13)$$

а в размерной форме примет вид

$$\varphi(z, t) = q_0 z - \frac{\chi_a H^2}{4\sqrt{\gamma_1^2 \omega^2 + 4K_{22}^2 q_0^4}} \left\{ \sin[2(q_0 z - \omega t) + \alpha] - e^{-t/t_0} \sin(2q_0 z + \alpha) \right\}, \quad (3.14)$$

где $\alpha = \arctan(\Omega/4) = \arctan(2\omega t_0)$, и $t_0 = \gamma_1/(4K_{22}q_0^2)$ – время релаксации угла вращения в установившемся нестационарном режиме вращения магнитного поля. Оно характеризует коротковременные процессы релаксации ориентационной структуры холестерического жидкого кристалла [26].

Полагая, согласно [1] $\gamma_1 \approx 10^{-1}$ пуаз, $q_0 \approx 10^4 - 10^5$ см $^{-1}$, $K_{22} \approx 10^{-7}$ дин, мы получаем $t_0 \approx 10^{-4} - 10^{-2}$ с. Уравнение (3.13), в случае $t \gg t_0$ описывает установившийся нестационарный режим и представляет собой бегущую волну возмущений спиральной структуры. Она распространяется вдоль оси спиральной структуры холестерика $q_0 z$. Для холестерика с волновым числом $q_0 \approx 10^4$ см $^{-1}$ при угловой скорости вращения магнитного поля $\omega = 10$ рад/с установившаяся фазовая скорость $v_f = \omega/q_0 \approx 10^{-3}$ см/с.

Таким образом, когда слабое вращающееся магнитное поле прикладывается ортогонально оси спирали холестерика, возмущения ориентационной структуры директора в форме бегущей волны распространяются

вдоль оси спирали. Если $q_0 > 0$, то возмущения вдоль оси спирали будут двигаться в положительном направлении оси z , а если $q_0 < 0$ возмущения должны двигаться в отрицательном направлении оси z . Схожего эффекта можно добиться изменением вращения магнитного поля на противоположное. Такой режим бегущих волн позволяет предположить возможность для перемещения примеси наночастиц (ферромагнитные, или ферроэлектрические частицы, квантовые точки, и т.д.) вдоль оси холестерической спирали. Этот процесс можно контролировать изменением угловой скорости и направления вращения магнитного поля.

Получим выражение для шага спирали холестерика в малых полях. Из определения шага спиральной структуры холестерика:

$$p = \int_0^p d\zeta = \int_0^{2\pi} \frac{\partial\zeta}{\partial\varphi} d\varphi \approx \int_0^{2\pi} \frac{\partial\zeta}{\partial\varphi} d\zeta.$$

Подставляя в полученный интеграл разложение по малым h

$$\begin{aligned} \frac{\partial\zeta}{\partial\varphi} \approx 1 + \frac{h^2}{\Omega^2 + 16} & \left[4 \cos(2\tau - 2\zeta) + \Omega \sin(2\tau - 2\zeta) - \right. \\ & \left. - 4e^{-\frac{8\tau}{\Omega}} \cos 2\zeta - \Omega e^{-\frac{8\tau}{\Omega}} \sin 2\zeta \right] + \\ & + \frac{h^4}{(\Omega^2 + 16)^2} \left[4 \cos(2\tau - 2\zeta) + \Omega \sin(2\tau - 2\zeta) - \right. \\ & \left. - 4e^{-\frac{8\tau}{\Omega}} \cos 2\zeta - \Omega e^{-\frac{8\tau}{\Omega}} \sin 2\zeta \right]^2, \quad (3.15) \end{aligned}$$

получим выражение для шага:

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{h^4}{16 + \Omega^2} \left[1 - 2 \cos(2\tau) e^{-\frac{8\tau}{\Omega}} + e^{-\frac{16\tau}{\Omega}} \right], \quad (3.16)$$

где $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали. Данное выражение описывает зависимость шага спирали холестерика от параметров системы. Видно, что в отсутствие магнитного поля шаг $p \equiv p_0$, то есть структура ЖК не деформирована.

Уравнение (3.16) показывает, что шаг спирали p не зависит от направления вращения магнитного поля, т.е. от знака угловой скорости ω , и

в статическом случае ($\omega = 0$) преобразуется к

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{h^4}{32} = 1 + \frac{\chi_a^2 H^4}{32q_0^2 K_{22}^2}, \quad (3.17)$$

что совпадает с результатом [14, 60] для шага спирали в слабом постоянном магнитном поле.

Для установившегося режима ($t \gg t_0$) в пределе малых скоростей вращения ($\Omega \ll 1$) из (3.16) мы получаем

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{h^4}{32} \left(1 - \frac{\Omega^2}{16}\right) = 1 + \frac{\chi_a^2 H^4}{32q_0^2 K_{22}^2} \left(1 - \frac{\omega^2 \gamma_1^2}{4K_{22}^2 q_0^4}\right), \quad (3.18)$$

т.е., шаг спирали растёт медленнее, чем в статическом случае (3.17). При больших скоростях вращения ($\Omega \gg 1$) мы получаем

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{h^4}{2\Omega^2} = 1 + \frac{\chi_a^2 H^4 q_0^2}{8\omega^2 \gamma_1^2}, \quad (3.19)$$

т.е., шаг спирали убывает с возрастанием ω .

3.1.3. Стационарный режим вращения

Рассмотрим случай, когда вся структура вращается вокруг оси z с постоянной угловой скоростью Ω , то есть угол запаздывания директора относительно магнитного поля $\delta = \tau - \varphi = \text{const}$ не меняется со временем. Тогда уравнение (3.7) преобразуется к следующему виду

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{2} h^2 \sin 2\delta + \frac{\Omega}{2} = 0. \quad (3.20)$$

Выделим в уравнении (3.20) полную производную по безразмерной координате ζ , домножив его на интегрирующий множитель $\partial\delta/\partial\zeta$:

$$\frac{d}{d\zeta} \left[\left(\frac{\partial\delta}{\partial\zeta} \right)^2 + h^2 \cos^2 \delta + \Omega\delta \right] = 0, \quad (3.21)$$

откуда методом прямого интегрирования получаем

$$\left(\frac{\partial\delta}{\partial\zeta} \right)^2 + h^2 \cos^2 \delta + \Omega\delta = C, \quad (3.22)$$

где C – константа интегрирования.

Введем в (3.22) обозначение для квадрата производной

$$\left(\frac{d\delta}{d\zeta}\right)^2 = G_{CLC}, \quad (3.23)$$

$$G_{CLC} = C - h^2 \cos^2 \delta - \Omega\delta.$$

С помощью (3.23) запишем выражение для шага спирали холестерика, отвечающее расстоянию, за которое директор повернётся на угол 2π

$$p = \int_0^p d\zeta = 2 \int_{\delta_c - \pi}^{\delta_c} \frac{\partial\zeta}{\partial\delta} d\delta = 2 \int_{\delta_c - \pi}^{\delta_c} \frac{d\delta}{\sqrt{G_{CLC}}}. \quad (3.24)$$

Как известно [9,60], для нематического жидкого кристалла во вращающемся магнитном поле \mathbf{H} с угловой скоростью $\omega \leq \omega_s$ директор отстаёт от поля на постоянный угол

$$\delta_s = \omega t - \varphi = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\omega}{\omega_s}, \quad (3.25)$$

где $\omega_s = \chi_a H^2 / (2\gamma_1) = \omega_0 h^2$ – критическая скорость вращения. Такой режим называется стационарным. При $\omega > \omega_s$ зависимость угла запаздывания директора от направления поля становится сложной функцией времени, а режим называют нестационарным.

В нематической фазе, раскрученной магнитным полем, значение угла ориентации директора в точке перехода холестерик – нематик $\delta_c = \delta_s(H_c, \omega_c)$ определяется критическим значением величины поля H_c и угловой скорости вращения поля ω_c .

Поэтому, полагая в уравнении (3.20) $d\delta/d\zeta = 0$, получим выражение для δ_c

$$\delta_c = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\Omega}{h^2}. \quad (3.26)$$

Как мы видим, стационарные значения угла раскручивания (3.26) соответствуют режиму синхронного вращения ориентационной структуры, существующему только при скоростях вращения $\Omega \leq h^2$.

Введём безразмерный эффективный потенциал F_{ef} , представляющий собой модификацию плотности свободной энергии F_V следующего вида:

$$F_{ef} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta}{\partial \zeta} - 1 \right)^2 - \frac{h^2 \cos^2 \delta}{2} - \frac{\Omega \delta}{2}. \quad (3.27)$$

Уравнение Эйлера – Лагранжа, записанное для функции плотности свободной энергии F_{ef} , даёт уравнение (3.20), которое определяет углы запаздывания директора δ .

С учётом (3.27), (3.22) и (3.23) эффективный функционал полной свободной энергии системы, приходящийся на один полувиток спирали, примет вид

$$F_{p/2} = \frac{2}{p} \int_0^{p/2} F_{ef} d\zeta = \frac{2}{p} \left[\int_{\delta_c - \pi}^{\delta_c} \sqrt{C - h^2 \cos^2 \delta - \Omega \delta} d\delta - \pi \right] + \frac{1 - C}{2}. \quad (3.28)$$

Константу интегрирования C будем искать из условия минимума функционала свободной энергии по C :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{p/2}}{\partial C} &= 4 \frac{\partial p^{-1}}{\partial C} \int_{\delta_c - \pi}^{\delta_c} \sqrt{G_{CLC}} d\delta + 1 - 4\pi \frac{\partial p^{-1}}{\partial C} - 1 = 0, \\ &\int_{\delta_c - \pi}^{\delta_c} \sqrt{G_{CLC}} d\delta = \pi. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Полученное уравнение (3.29) позволяет найти константу интегрирования C .

Подстановка (3.29) в уравнение (3.28) даёт следующее уравнение для свободной энергии ХЖК

$$F_{p/2} = \frac{1 - C}{2}. \quad (3.30)$$

Критическое значение C_c , отвечающее переходу холестерик – нематик, может быть найдено из условия равенства эффективной свободной энергии холестерика и нематика. Подставив (3.25), в свободную энергию (3.27) раскрученной нематической фазы получим

$$F_s = \frac{1}{2} - \frac{h^2}{2} \cos^2 \delta_s - \frac{\Omega \delta_s}{2}. \quad (3.31)$$

Приравняв эффективные свободные энергии (3.31) и (3.30), мы получим

$$C_c = h_c^2 \cos^2 \delta_c + \Omega_c \delta_c. \quad (3.32)$$

Используя выражение (3.32) в уравнении (3.29), можно определить критические параметры h_c и Ω_c , при которых происходит переход холестерик – нематик. Уравнение для критических параметров системы имеет вид:

$$\int_{\delta_c - \pi}^{\delta_c} \sqrt{h_c^2 (\cos^2 \delta_c - \cos^2 \delta) + \Omega_c (\delta_c - \delta)} d\delta = \pi. \quad (3.33)$$

В отсутствие вращения ($\Omega = 0$) уравнения (3.24) и (3.29) сводятся к известным выражениям [14, 60]:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 E(k)K(k), \quad (3.34)$$

$$h = \frac{\pi k}{2E(k)}, \quad (3.35)$$

которые определяют шаг спирали ХЖК в постоянном магнитном поле. Здесь $K(k)$ и $E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго порядка по k [140]. В этом случае уравнение (3.33) даёт критическое поле $h_c = h_0 = \pi/2$ перехода холестерик – нематик в постоянном магнитном поле [14, 15, 60].

Уравнение (3.33) вместе с (3.26) позволяет построить диаграмму перехода холестерик – нематик на плоскости $\Omega - h$, а также найти соответствующий им угол запаздывания в нематической фазе δ_c .

На рис. 3.2 представлен результат численного решения уравнений (3.33) и (3.26). Сплошная кривая определяет границы холестерической (область 1) и нематической (область 2) фаз. Пунктирная кривая $\Omega = h^2$ на рис. 3.2 разделяет области стационарного (под кривой) и нестационарного (над кривой) режимов вращения ориентационной структуры нематического жидкого кристалла. Координаты точки $A(h_A, \Omega_A)$ конца кривой фазо-

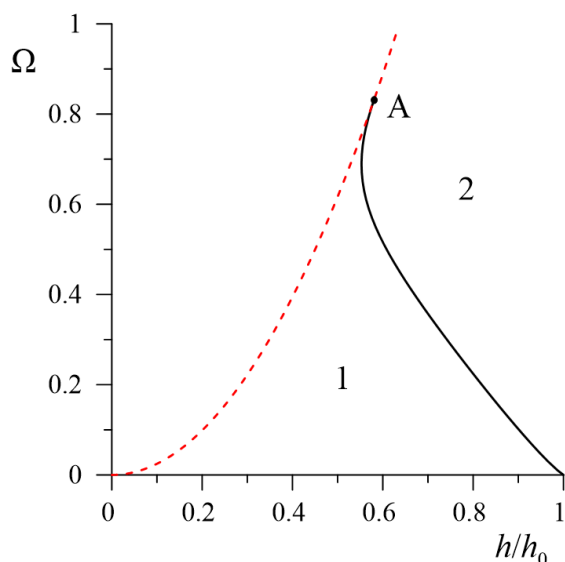


Рис. 3.2. Фазовая диаграмма перехода холестерик – нематик во вращающемся магнитном поле. Область 1 отвечает холестерической фазе, 2 — нематической; $h_0 = \pi/2$ – поле перехода в постоянном магнитном поле
 вого перехода определены из уравнений (3.26) и (3.33):

$$h_A = 2\sqrt{2}\pi / \int_0^{2\pi} \sqrt{x - \sin x} dx = 0.91, \quad \Omega_A = h_A^2 = 0.83.$$

С возрастанием скорости вращения магнитного поля Ω , напряжённость h_c поля перехода холестерик – нематик убывает относительно величины $h_0 = \pi/2$ для статического случая [9, 60]. Из рисунка видно, что для фиксированного значения h в интервале $0.55 \leq h/h_0 \leq 0.58$ при увеличении критической угловой скорости Ω_c происходит переход из холестерической фазы в нематическую, затем обратно в холестерическую, что говорит о существовании возвратных переходов холестерик – нематик в системе. Здесь значение $h_0 = \pi/2$ отвечает полю перехода в нематическую фазу в отсутствие вращения ($\Omega = 0$).

На рис. 3.3 показана зависимости шага спирали холестерика от угловой скорости вращения Ω магнитного поля для различных значений напряжённости поля h в стационарном режиме вращения холестерика, т.е. для $h < \sqrt{\Omega}$. Как можно видеть на рисунке, с возрастанием величины магнитного поля, критическая скорость вращения поля, соответствующая

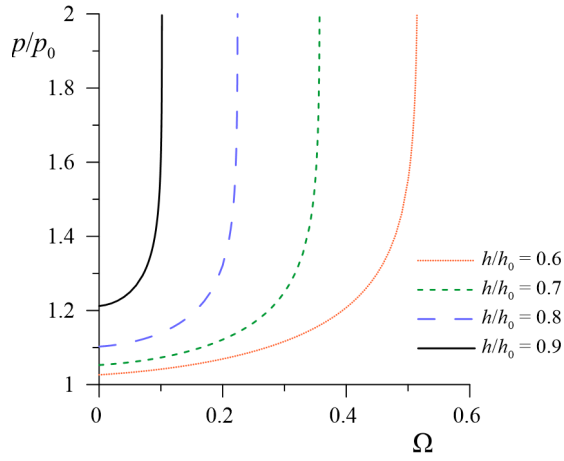


Рис. 3.3. Зависимость шага спирали от напряжённости магнитного поля h и угловой скорости Ω . Здесь $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика

обращению шага спирали p в бесконечность, убывает, что согласуется с фазовой диаграммой, показанной на рис. 3.2.

Из уравнения (3.24) для малых критических углов δ_c , т.е., при малом ($\Omega < h_c^2$) вращении магнитного поля, справедлив логарифмический закон расходимости шага спирали вблизи перехода холестерик – нематик:

$$\frac{p}{p_0} \approx \frac{1}{\pi h_c} \ln \frac{16h_c^2}{\sqrt{\epsilon(\epsilon + \pi\Omega_c)}}, \quad \epsilon = h_c^2 - h^2 + \delta_c(\Omega_c - \Omega), \quad (3.36)$$

здесь критические значения δ_c , h_c , и Ω_c определяются уравнениями (3.26) и (3.33). В отсутствие вращения ($\Omega = 0$), когда $h_c = h_0 = \pi/2$ и $\Omega_c = 0$, выражение (3.36) приводит к известному результату [60]:

$$p \approx p_0 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \ln \frac{4h_0}{\sqrt{h_0^2 - h^2}}. \quad (3.37)$$

Значение для шага спирали при $\Omega = 0$, соответствующие начальным точкам на кривых рис. 3.3, определяются уравнениями (3.24) и (3.29) и согласуются с критическими полями раскручивания спирали холестерика в постоянном магнитном поле [14, 60].

3.1.4. Заключение

В рамках континуальной теории изучена динамика ориентационной структуры холестерического жидкий кристалл без ферромагнитной примеси. Получена система уравнений движения директора холестерика в однородном вращающемся магнитном поле. Аналитически изучены предельные случаи слабых магнитных полей в нестационарном режиме вращения структуры. В стационарном режиме получена ориентационная фазовая диаграмма перехода холестерик – нематик во вращающемся магнитном поле. При определённых значениях напряжённости поля установлено наличие возвратных ориентационных переходов холестерик – нематик – холестерик, вызванных изменением угловой скорости вращения поля. Численно и аналитически получены зависимости шага спиральной структуры холестерика от напряжённости и скорости вращения магнитного поля для стационарного режима вращения. Установлено, что увеличение скорости вращения приводит к уменьшению порогового поля перехода в нематическую фазу.

3.2. Ориентационный переход феррохолестерик – ферронематик во вращающемся магнитном поле

В этой части главы представлены численные и аналитические результаты, описывающие динамику спиральной ориентационной структуры феррохолестерического жидкого кристалла под действием вращающегося магнитного поля. В рамках континуальной теории показано, как вращающееся магнитное поле может раскручивать спиральную феррохолестерическую структуру и индуцировать переход феррохолестерик – ферронематик. Проанализированы нестационарный и стационарный режим вращения спиральной структуры феррохолестерика в магнитном поле. Для слабых полей, малых и больших скоростей вращения получены аналитические выражения для шага феррохолестерической спирали. В стационарном режиме вращения построена ориентационная фазовая диаграмма перехода феррохолестерик – ферронематик для различных значений магнитного поля и угловых скоростей. Показано, что с увеличением этих параметров поле перехода уменьшается. Численно получена зависимость шага феррохолестерика от магнитного поля и его угловой скорости при различных параметрах материала. Получено аналитическое выражение, описывающее закон расходимости для шага спирали близи перехода феррохолестерик – ферронематик.

Основные результаты, представленные в этой части главы, опубликованы в работе [A4].

3.2.1. Феррохолестерик во вращающемся магнитном поле

Рассмотрим феррохолестерический жидкий кристалл, помещённый во вращающееся магнитное поле. Будем считать сцепление между молекулами жидкого кристалла и магнитными частицами примеси жёстким и

планарным ($w \rightarrow \infty$). В этом случае директор и вектор намагниченности жёстко связаны ($\mathbf{n} = \mathbf{m}$), и поведение суспензии можно описывать одним вектором \mathbf{n} . Система уравнений динамики ФХ (2.1) – (2.5) упрощается, уравнение движения директора (2.5) можно будет записать в виде [1]:

$$\gamma_1 \frac{\partial n_i}{\partial t} = -\frac{\partial F_V}{\partial n_i} + \nabla_k \frac{\partial F_V}{\partial (\nabla_k n_i)}, \quad (3.38)$$

где плотность свободной энергии F_V содержит следующие вклады [4, 9, 121, 141]:

$$\begin{aligned} F_V &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4, & (3.39) \\ F_1 &= \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n} + q_0)^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2], \\ F_2 &= -\frac{\chi_a}{2}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad F_3 = -M_s f \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}, \quad F_4 = \frac{k_B T}{v_p} f \ln f. \end{aligned}$$

Здесь K_{11} , K_{22} , K_{33} – константы Франка, q_0 – волновое число невозмущенной спиральной структуры холестерического жидкого кристалла (для определённости будем считать его положительным), \mathbf{n} – директор жидкого кристалла, M_s – намагниченность насыщения материала магнитных частиц, f – объёмная доля магнитных частиц в суспензии, χ_a – анизотропия диамагнитной восприимчивости, v_p – объем магнитной частицы, k_B – постоянная Больцмана, T – температура.

Вклад F_1 в плотность свободной энергии F_V (3.39) называется потенциалом Озеена – Франка и определяет энергию ориентационно-упругих деформаций поля директора, F_2 – объёмная плотность энергии взаимодействия ЖК-матрицы с внешним магнитным полем \mathbf{H} (квадрупольный механизм влияния магнитного поля на феррохолестерик), F_3 – объёмная плотность энергии взаимодействия магнитных моментов $\boldsymbol{\mu} = M_s v_p \mathbf{n}$ частиц с внешним полем \mathbf{H} (дипольный механизм влияния магнитного поля на ФХ), F_4 – вклад энтропии смешения идеального раствора магнитных частиц в объёмную плотность свободной энергии феррохолестерика. Из-за малой объёмной доли частиц $f \ll 1$ в суспензии пренебрегаем магнитными диполь-дипольными взаимодействиями.

Введём декартову систему координат, ось z которой направим вдоль оси спирали феррохолестерика (см. рис. 3.4). Внешнее однородное магнитное поле $\mathbf{H} = H(\cos \omega t, \sin \omega t, 0)$ вращается вокруг оси z со скоростью ω . Анизотропию диамагнитной восприимчивости χ_a жидкого кристалла считаем положительной. Поле директора и единичного вектора намагниченности будем искать в виде:

$$\mathbf{n} = \mathbf{m} = [\cos \varphi(z, t), \sin \varphi(z, t), 0]. \quad (3.40)$$

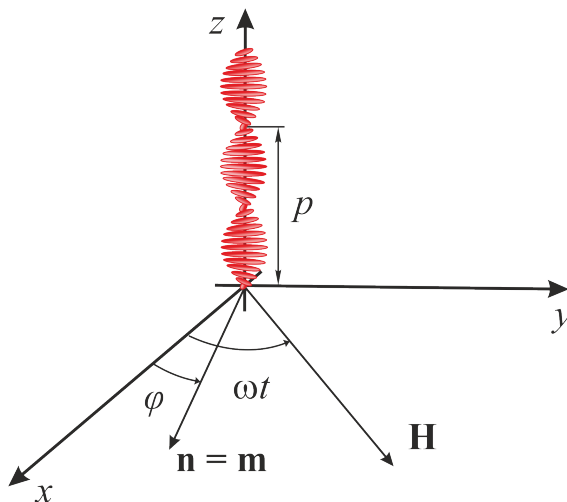


Рис. 3.4. Феррохолестерик во вращающемся магнитном поле

Рассмотрим феррохолестерик с однородным распределением магнитных частиц в объёме в бессегрегационном пределе [4], объёмная доля магнитной примеси $f = \bar{f} = \text{const}$. С учётом поля директора (3.40), объёмная плотность свободной энергии (3.39) может быть записана как

$$F_V = \frac{K_{22}}{2} \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right)^2 - \frac{\chi_a H^2}{2} \cos^2(\varphi - \omega t) - M_s \bar{f} H \cos(\varphi - \omega t) + \frac{k_B T}{v_p} \bar{f} \ln \bar{f}. \quad (3.41)$$

Поскольку в рассматриваемой геометрии задачи градиенты скорости течения \mathbf{v} отсутствуют, уравнение несжимаемости (2.2) выполнится тождественно, а уравнение движения среды (2.1) позволяет определить давление в образце.

Проекции уравнения движения директора \mathbf{n} (3.38) на оси координат x и y с учётом (3.40) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}
& - K_{22} \left[\frac{d^2\varphi}{dz^2} \sin \varphi + \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \cos \varphi \right] + \chi_a H^2 \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) + \\
& \quad + M_s \bar{f} H \cos(\omega t) + \lambda_1 \cos \varphi = (\gamma_1 - \gamma_{1p} \bar{f}) \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin \varphi, \\
& K_{22} \left[\frac{d^2\varphi}{dz^2} \cos \varphi - \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 \sin \varphi \right] + \chi_a H^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) + \\
& \quad + M_s \bar{f} H \sin(\omega t) + \lambda_1 \sin \varphi = (\gamma_1 + \gamma_{1p} \bar{f}) \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cos \varphi. \quad (3.42)
\end{aligned}$$

Полагая угловую скорость вращения поля $\omega \approx 1$ рад/с, для типичных значений параметров жидких кристаллов и магнитных частиц [35, 71] имеем $\gamma_{1p} \bar{f} / \gamma_1 \approx 10^{-4} \ll 1$, поэтому слагаемым в правой части уравнения движения магнитной подсистемы можно пренебречь. Исключая из уравнений (3.42) неопределенный множитель Лагранжа λ_1 , получим уравнение для угла φ поворота директора и намагниченности:

$$K_{22} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\chi_a H^2}{2} \sin 2(\varphi - \omega t) - M_s \bar{f} H \sin(\varphi - \omega t) = \gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (3.43)$$

Выберем в качестве единиц измерения напряжённости магнитного поля величину $H_0 = q_0 \sqrt{K_{22} / \chi_a}$. Введём следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned}
h &= \frac{H}{H_0}, \quad \zeta = z q_0, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_c}, \\
\xi &= \frac{M_s \bar{f}}{q_0 \sqrt{K_{22} \chi_a}}, \quad \tau = \omega t,
\end{aligned} \quad (3.44)$$

где $\omega_c = K_{22} q_0^2 / (2\gamma_1)$ – единица измерения угловой скорости, представляющая собой критическую скорость вращения поля, при которой стационарный режим вращения нематика сменяется нестационарным режимом, ζ – безразмерная координата, τ – безразмерное время, ξ – безразмерный параметр, определяющий основной механизм раскручивания спирали ($\xi \gg 1$ – дипольный, $\xi \ll 1$ – квадрупольный).

Мы полагаем [1, 121], что анизотропия диамагнитной восприимчивости $\chi_a \approx 10^{-7}$, волновое число для холестерика $q_0 \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$, упругие константы $K_{22} \approx 10^{-7}$ дин, коэффициенты вращательной вязкости $\gamma_1 \approx 10^{-1}$ пуаз, средняя объёмная доля частиц $\bar{f} \approx 10^{-5}$, намагниченность насыщения материала магнитных частиц $M_s \approx 10^2$ Гс. Для напряжённости магнитного поля $H \approx 10^4$ Э и угловой скорости его вращения $\omega \approx 10$ рад/с, мы получаем $h \approx 1$, $\Omega \approx 0.1$, $\xi \approx 1$.

Переходя к новым обозначениям (3.44) в уравнении динамики (3.43):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} - \frac{h^2}{2} \sin 2(\varphi - \tau) - \xi h \sin(\varphi - \tau) = \frac{\Omega}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}. \quad (3.45)$$

Полученное уравнение (3.45) описывает пространственную зависимость угла поворота директора и единичного вектора намагниченности $\varphi = \varphi(\zeta, \tau)$ с течением времени от напряжённости и скорости вращения магнитного поля h и Ω , а также безразмерного параметра ξ .

Решение уравнения (3.45) в отсутствие магнитного поля

$$\varphi(\zeta) = \zeta, \quad (3.46)$$

согласно (3.40) определяет спиральную структуру ФХ с безразмерным шагом $p_0 = 2\pi$.

Как известно [1], геликоидальная структура беспримесного ХЖК ($f = 0$) деформируется под действием постоянного магнитного поля ($\Omega = 0$). При возрастании поля при $h_0 = \pi/2$ шаг холестерической спирали обращается в бесконечность и происходит фазовый переход холестерик – нематик. Добавление магнитных частиц, как показано в [121], приводит к уменьшению поля перехода в ФН фазу. Далее изучим влияние вращающегося ($\Omega \neq 0$) магнитного поля на геликоидальную структуру феррохолестерического жидкого кристалла.

3.2.2. Нестационарный режим вращения в слабом магнитном поле

Рассмотрим слабые поля, при которых поправка $\varphi_1(\zeta)$ мала. В случае нестационарного вращения решение уравнения (3.45) для угла поворота $\varphi(\zeta, \tau)$ директора будем искать в виде:

$$\varphi(\zeta, \tau) \approx \varphi_0(\zeta) + \varphi_1(\zeta, \tau), \quad (3.47)$$

где $\varphi_0(\zeta) = \zeta$ – пространственное распределение угла поворота директора в отсутствие магнитного поля. Подставляя разложение (3.47) в уравнение динамики (3.45), получаем

$$\frac{\partial^2 \varphi_1(\zeta, \tau)}{\partial \zeta^2} - \xi h \sin(\zeta - \tau) = \frac{\Omega}{2} \frac{\partial \varphi_1(\zeta, \tau)}{\partial \tau}. \quad (3.48)$$

Применим преобразование Лапласа к данному уравнению, учитывая $\varphi_1(\zeta, 0) = 0$, получим

$$\frac{\partial^2 \Phi_1(\tau, s)}{\partial \zeta^2} - \frac{\Omega s}{2} \Phi_1(\tau, s) = \frac{-\xi h \cos \zeta + \xi h s \sin \zeta}{s^2 + 1}. \quad (3.49)$$

Здесь функция $\Phi_1(\tau, s)$ является изображением по Лапласу [139] функции $\varphi_1(\zeta, \tau)$. Частное решение уравнения (3.49) имеет вид:

$$\Phi_1(\tau, s) = \frac{2\xi h (\cos \zeta - s \sin \zeta)}{(\Omega s + 2)(s^2 + 1)}. \quad (3.50)$$

Проводя обратное преобразование Лапласа [139], получим

$$\varphi_1(\zeta, \tau) = \frac{\xi h (4 \sin(\tau - \zeta) - 2\Omega \cos(\tau - \zeta) + e^{-2\tau/\Omega} (4 \sin \zeta + 2\Omega \cos \zeta))}{\Omega^2 + 4}, \quad (3.51)$$

откуда решение в случае малых магнитных полей

$$\varphi(\zeta, \tau) = \zeta - \frac{2\xi h}{\sqrt{\Omega^2 + 4}} \left[\sin(\zeta - \tau + \alpha) - e^{-2\tau/\Omega} \sin(\zeta + \alpha) \right], \quad (3.52)$$

или в размерной форме

$$\varphi(z, t) = q_0 z - \frac{M_s f H}{\sqrt{\gamma_1^2 \omega^2 + K_{22}^2 q_0^4}} \left[\sin(q_0 z - \omega t + \alpha) - e^{-t/t_0} \sin(q_0 z + \alpha) \right], \quad (3.53)$$

где $\alpha = \arctan(\Omega/2) = \arctan(\omega t_0)$, $t_0 = \gamma_1/(K_{22}q_0^2)$ – время релаксации угла поворота директора и намагниченности. Решение (3.53) при $t \gg t_0$ описывает установившийся нестационарный режим и представляет собой бегущую волну возмущений спиральной структуры. Когда вращающееся магнитное поле ориентировано перпендикулярно оси спирали, в зависимости от знака q_0 , возмущение ориентационной структуры директора распространяются вдоль спирали в форме бегущей волны. Если $q_0 > 0$ (правовинтовая спираль), возмущения вдоль оси движутся в положительном направлении оси z , но если $q_0 < 0$ (левовинтовая спираль), они движутся в противоположном направлении. Такого же эффекта поведения ориентационной структуры можно достичь изменением вращения магнитного поля на противоположное.

Выражение (3.52) позволяет найти шаг спирали холестерика в слабых полях:

$$p = \int_0^p d\zeta = \int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} d\varphi \approx \int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} d\zeta. \quad (3.54)$$

Подставляя в полученный интеграл выражение (3.52), получим выражение для шага:

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{2h^2\xi^2}{4 + \Omega^2} \left[1 - e^{-2\tau/\Omega} \left(2 \cos \tau - e^{-2\tau/\Omega} \right) \right], \quad (3.55)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{M_s^2 \bar{f}^2 H^2}{2(\gamma_1^2 \omega^2 + K_{22}^2 q_0^4)} \left[1 - e^{-t/t_0} \left(2 \cos \omega t - e^{-t/t_0} \right) \right], \quad (3.56)$$

где $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали. Данное выражение описывает зависимость шага спирали феррохолестерика при малых деформациях в нестационарном режиме вращения ориентационной структуры ФХ. Видно, что в отсутствие магнитного поля шаг $p \equiv p_0$, то есть структура ЖК не деформирована. Уравнения (3.55) и (3.56) определяют зависимость шага спирали ФХ от величины и угловой скорости вращения магнитного поля. Формула (3.56) показывает, что шаг спирали в слабых магнитных полях растёт с возрастанием поля быстрее ($p - p_0 \sim H^2$), чем в чистом ХЖК,

где $p - p_0 \sim H^4$ [1]. Такое изменение зависимости шага в магнитном поле связано с тем, что в слабом магнитном поле доминирует дипольный механизм влияния магнитного поля на ФХ, т.е. механизм влияния магнитных частиц, а не ЖК матрицы, которая имеет малую диамагнитную восприимчивость. Кроме того из формулы (3.56) следует, что шаг p спирали ФХ не зависит от направления вращения магнитного поля, т.е. от знака ω , и в статичном случае ($\omega = 0$) принимает вид

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{\xi^2 h^2}{2} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{M_s \bar{f} H}{K_{22} q_0^2} \right)^2, \quad (3.57)$$

что хорошо согласуется с результатом, полученным [121] для шага спирали ФХ в постоянном слабом магнитном поле.

3.2.3. Стационарный режим вращения

Рассмотрим случай стационарного вращения феррохолестерического жидкого кристалла, когда угол запаздывания директора относительно магнитного поля $\delta = \tau - \varphi$ не меняется со временем.

Переходя в уравнении (3.45) от переменной φ к δ , имеем

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{2} h^2 \sin 2\delta - \xi h \sin \delta + \frac{\Omega}{2} = 0. \quad (3.58)$$

Это уравнение определяет стационарные значения угла ориентации директора в магнитном поле. Его можно получить иначе, применяя подход, использованный в работах [55, 57, 66, 142]. Для этого введём эффективную плотность свободной энергии холестерического ЖК с внедрёнными в него феррочастицами, которая в безразмерной форме может быть записана следующим образом:

$$F_{ef} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\delta}{d\zeta} - 1 \right)^2 - \frac{h^2}{2} \cos^2 \delta - \xi h \cos \delta - \frac{\Omega \delta}{2}. \quad (3.59)$$

Уравнение Эйлера – Лагранжа, записанное для функции плотности свободной энергии F_{ef} даст уравнение (3.58).

В раскрученной фазе поле директора во всем ЖК однородно ($d\delta/d\zeta = 0$), поэтому из (3.58) получаем

$$h^2 \sin 2\delta_c + 2\xi h \sin \delta_c = \Omega. \quad (3.60)$$

Уравнение описывает связь между h и Ω в ферронематической фазе. Директор \mathbf{n} при этом вращается со скоростью Ω и отстаёт от магнитного поля на некоторый угол δ_c , зависящий от скорости вращения Ω и напряжённости магнитного поля h .

Найдём решения уравнения (3.58), выделяя полную производную по координате ζ :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\zeta} \left[\left(\frac{\partial\delta}{\partial\zeta} \right)^2 + h^2 \cos^2 \delta + 2\xi h \cos \delta + \Omega\delta \right] &= 0, \\ \left(\frac{\partial\delta}{\partial\zeta} \right)^2 + h^2 \cos^2 \delta + 2\xi h \cos \delta + \Omega\delta &= C, \end{aligned} \quad (3.61)$$

где C – константа интегрирования. Введём обозначение

$$G_{FC} = C - h^2 \cos^2 \delta - 2\xi h \cos \delta - \Omega\delta. \quad (3.62)$$

Из определения периода геликоидальной структуры ФХ и (3.60) можно записать выражение для шага спирали

$$p = \int_0^p d\zeta = \int_{\delta_c - 2\pi}^{\delta_c} \frac{\partial\zeta}{\partial\delta} d\delta = \int_{\delta_c - 2\pi}^{\delta_c} \frac{d\delta}{\sqrt{G_{FC}}}. \quad (3.63)$$

Здесь верхний предел интегрирования мы выбираем, согласно [55], как критическое значение угла δ_c угла ориентации директора ферронематической фазы, вызванное приложением магнитного поля. Как показано в [131], в магнитном поле, вращающемся с угловой скоростью $\Omega \leq \Omega_s$, директор ФН с жёстким планарным сцеплением магнитных частиц с ЖК-матрицей запаздывает относительно поля на постоянный угол $\delta_s = \delta_s(h, \xi, \Omega)$, определяемый уравнением

$$h^2 \sin 2\delta_s + 2\xi h \sin \delta_s = \Omega. \quad (3.64)$$

Такой режим вращения ФН называется стационарным [130,131]. Как видно из формулы (3.64), в отсутствие вращения ($\Omega = 0$) директор раскрученной структуры параллелен полю, т.е. угол $\delta_s = 0$. В случае слабых магнитных полей ($h \ll 1$), если пренебречь квадратичными по полю вкладами, получаем $\delta_s = \arcsin [\Omega/(2\xi h)]$. В сильных магнитных полях ($h \gg 1$), пренебрегая линейными вкладами по h , выражение для угла запаздывания $\delta_s = \frac{1}{2} \arcsin (\Omega/h^2)$. В описанных выше случаях существует критическое значение угловой скорости Ω_s , выше которого нет стационарного вращения директора. Критическая скорость вращения магнитного поля получена в работе [131]:

$$\Omega_s = \frac{\xi^2}{8} \left(\sqrt{1 + 8h^2/\xi^2} - 1 \right)^{1/2} \left(\sqrt{1 + 8h^2/\xi^2} + 3 \right)^{3/2}. \quad (3.65)$$

Для $\Omega > \Omega_s$ зависимость угла запаздывания δ_s носит сложный характер, соответствует асинхронному (нестационарному) режиму вращения [130, 131].

В точке перехода феррохолестерик – ферронематик угол ориентации директора $\delta_c = \delta_s(H_c, \xi, \omega_c)$ для заданного параметра влияния магнитного поля ξ определяется критическим значением угловой скорости вращения Ω_c и напряжённости поля h_c и находится из уравнения

$$h_c^2 \sin 2\delta_c + 2\xi h_c \sin \delta_c = \Omega_c. \quad (3.66)$$

Это соотношение также может быть получено из уравнения (3.58), для этого полагаем в нем δ константой. Стационарное значение угла вращения δ , соответствующее синхронному (стационарному) режиму вращения, существует только при угловых скоростях магнитного поля $\Omega \leq \Omega_c$.

Полная эффективная свободная энергия на один виток спирали записывается в форме

$$F_p = \frac{1}{p} \int_0^p F_{ef} d\zeta = \frac{1}{p} \int_{\delta_c - 2\pi}^{\delta_c} \sqrt{C - h^2 \cos^2 \delta - 2\xi h \cos \delta - \Omega \delta} d\delta - \frac{2\pi}{p} + \frac{1 - C}{2}. \quad (3.67)$$

Минимизация свободной энергии (3.67) по C с учетом (3.62) дает выражение для константы интегрирования C :

$$\int_{\delta_c-2\pi}^{\delta_c} \sqrt{C - h^2 \cos^2 \delta - 2\xi h \cos \delta - \Omega \delta} d\delta = 2\pi, \quad (3.68)$$

с учетом свободной энергии

$$F_p = \frac{1 - C}{2}. \quad (3.69)$$

Свободная энергия (3.59) раскрученной, т.е. однородной ($d/d\zeta \equiv 0$), ФН фазы

$$F_s = \frac{1}{2} - \frac{h^2}{2} \cos^2 \delta_s - \xi h \cos \delta_s - \frac{\Omega \delta_s}{2}. \quad (3.70)$$

Константа интегрирования C находится путём минимизации эффективного функционала свободной энергии (3.67) $\partial F_p / \partial k = 0$:

$$\int_{\delta_c-2\pi}^{\delta_c} \sqrt{G_{FC}} d\delta = 2\pi. \quad (3.71)$$

Критическое значение этой константы $C = C_c$, отвечающее переходу системы в ферронематическую фазу ($d\delta/d\zeta = 0$), может быть получено из равенства энергий ФХ (3.69) и раскрученной ФН (3.70) фазы:

$$C_c = h_c^2 \cos^2 \delta_c + 2\xi h_c \cos \delta_c + \Omega_c \delta_c, \quad (3.72)$$

где h_c и Ω_c – критические напряжённость магнитного поля и угловая скорость вращения. С учётом (3.72) условие (3.71) в точке перехода в ферронематическую фазу примет вид:

$$\int_{\delta_c-2\pi}^{\delta_c} \sqrt{h_c^2(\cos^2 \delta_c - \cos^2 \delta) + 2\xi h_c(\cos \delta_c - \cos \delta) + \Omega_c(\delta_c - \delta)} d\delta = 2\pi. \quad (3.73)$$

Численное решение уравнения для критического угла δ_c (3.60) вместе с условием (3.73) позволяет найти критические параметры Ω_c и h_c ,

отвечающие ориентационному переходу феррохолестерик – ферронематик, представленные на фазовой диаграмме (рис. 3.5). Здесь $h_0 = \pi/2$ – поле перехода холестерик – нематик в чистом ХЖК в отсутствие вращения. Область слева от кривой отвечает нераскрученной фазе, справа – раскрученной, а зависимость $\Omega_s = \Omega_s(h)$ изображена пунктирной линией. Пунктирные кривые $\Omega_s = \Omega_s(h, \xi)$, определяемые уравнением (3.65), разделяют области стационарного (ниже кривой) и нестационарного (выше кривой) режимов вращения ферронематической ориентационной структуры жидкого кристалла. Конечные точки на кривых перехода ФХ – ФН, определяются из совместного решения уравнения (3.65), (3.68), и (3.73). Изменение скорости вращения Ω_c в узком интервале полей h_c приводит к переходу из феррохолестерической фазы в ферронематическую, а затем снова в феррохолестерическую, что говорит о возможном существовании в системе возвратных переходов.

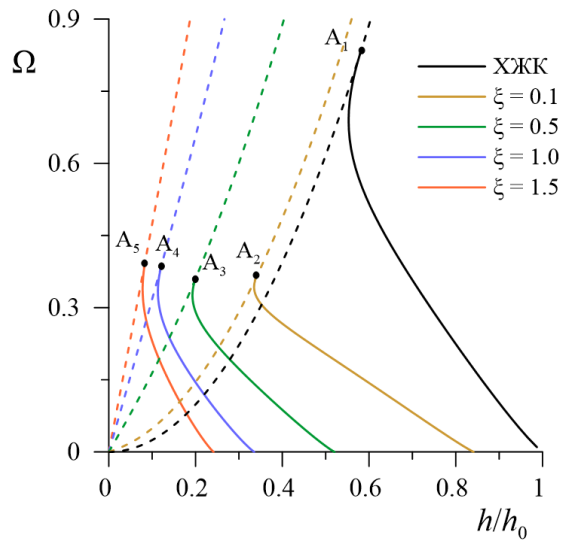


Рис. 3.5. Фазовая диаграмма перехода феррохолестерик – ферронематик во вращающемся магнитном поле. Область под кривой отвечает феррохолестерической фазе, над кривой – ферронематической; $h_0 = \pi/2$ – поле раскручивания спирали холестерика стационарным магнитным полем. Пунктирной линией обозначена граница синхронного и асинхронного режима вращения ферронематика. Координаты точек: $A_1(0.58h_0, 0.83)$, $A_2(0.34h_0, 0.36)$, $A_3(0.20h_0, 0.35)$, $A_4(0.12h_0, 0.38)$, $A_5(0.08h_0, 0.39)$

Зависимость $h_c(\xi)$ полученная в результате решения уравнений (3.60)

и (3.73) показана на рис. 3.6. Как видно из рис. 3.6, с увеличением скорости вращения Ω магнитное поле h_c перехода ФХ – ФН уменьшается по сравнению с его значением в статическом случае [121] для любого ξ . С увеличением ξ , то есть при переходе от квадрупольного ($\xi < 1$) к дипольному ($\xi > 1$) режиму раскручивания феррохолестерической спирали поле перехода уменьшается.

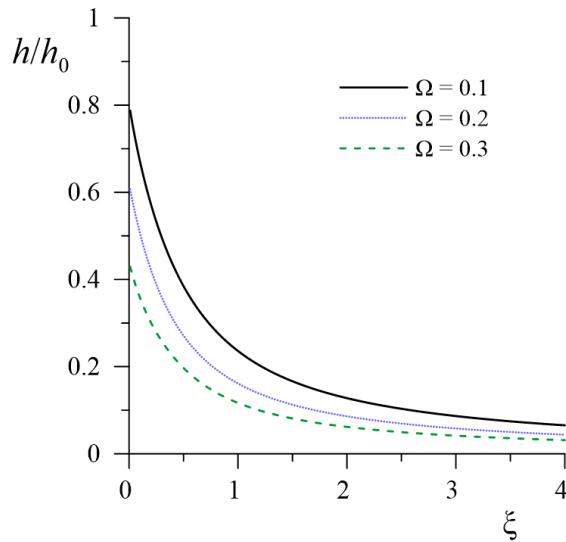


Рис. 3.6. Фазовая диаграмма перехода феррохолестерик – ферронематик во вращающемся магнитном поле. Область слева от кривой отвечает феррохолестерической фазе, справа – ферронематической; $h_0 = \pi/2$ – поле раскручивания спирали холестерика стационарным магнитным полем

Используя (3.60), (3.63), (3.71), можно построить зависимость шага геликоидальной структуры феррохолестерика от угловой скорости вращающегося магнитного поля Ω для фиксированного значения напряжённости h . Рис. 3.7 показывает зависимость шага спирали ФХ от скорости вращения Ω магнитного поля в дипольном ($\xi > 1$) и квадрупольном ($\xi < 1$) режиме раскручивания для различных величин магнитного поля h , отвечающих стационарному вращению ориентационной структуры, т.е. для $\Omega < \Omega_s$ (3.65). Как видно на рис. 3.7 возрастание магнитного поля h к уменьшению критической угловой скорости Ω_c , отвечающей переходу ФХ – ФН, что согласуется с диаграммой 3.5. Когда параметр влияния магнитного поля ξ возрастает, шаг спиральной структуры растёт быстрее, обращаясь в бесконечность при меньших значениях угловой скорости вращения Ω .

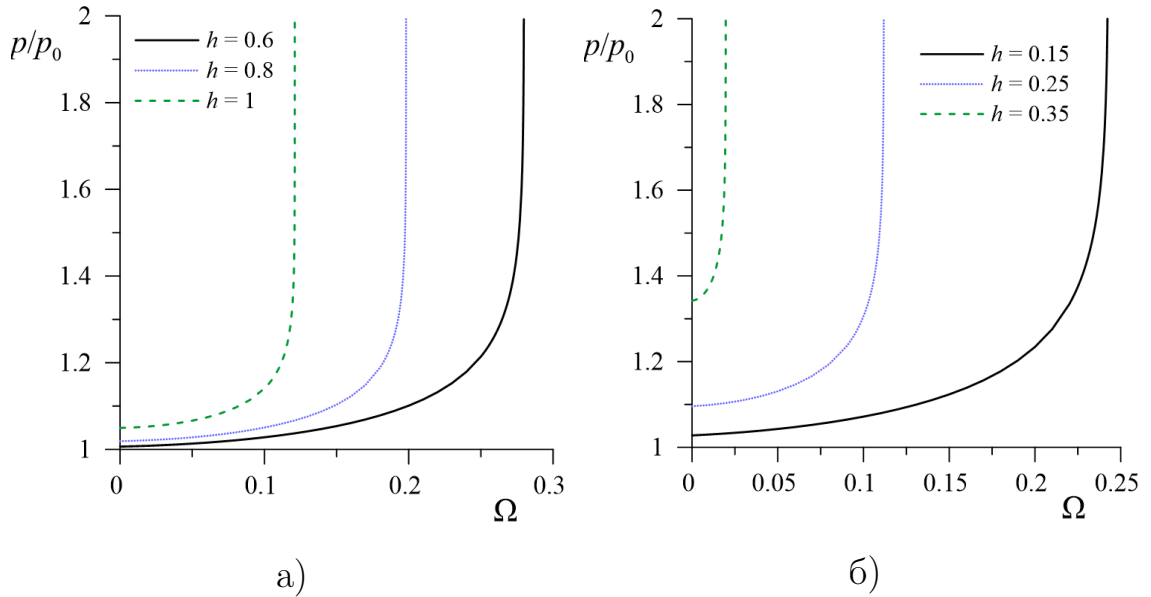


Рис. 3.7. Зависимость шага спирали от напряжённости магнитного поля h и скорости вращения Ω для а): $\xi = 0.1$, б): $\xi = 1.5$. Здесь $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали феррохолестерика

Для малых угловых скоростей $\Omega \ll 1$ вращения поля, отвечающих малым критическим углам δ_c , закон расходимости шага спирали (3.54) вблизи перехода ФХ – ФН может быть получен в аналитической форме.

В квадрупольном ($\xi \ll 1$) режиме раскручивания спирали ФХ вращающимся магнитным полем, пренебрегая линейными вкладами по h в уравнениях (3.63) и (3.71), получаем

$$p \approx \frac{p_0}{\pi h_c} \ln \frac{16h_c^2}{\sqrt{a(a + \pi\Omega_c)}}, \quad (3.74)$$

$$a = h_c^2 - h^2 + (\Omega_c - \Omega)\delta_c.$$

Здесь критические значения δ_c , h_c , и Ω_c определены уравнениями (3.60) и (3.73) для случая $\xi = 0$. Логарифмический закон расходимости шага ФХ (3.74) в этом предельном случае совпадает с результатом для перехода холестерик – нематик, который вызван вращающимся магнитным полем. В отсутствие вращения ($\Omega = 0$) из (3.74) следует классический результат [60]:

$$p \approx p_0 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \ln \frac{4h_c}{\sqrt{h_c^2 - h^2}}, \quad (3.75)$$

где $h_c = h_0 = \pi/2$ поле перехода в случае статического поля.

В дипольном ($\xi \gg 1$) режиме раскручивания ФХ, пренебрегая квадратичными по магнитному полю вкладами в уравнениях (3.54) и (3.71), получаем

$$p \approx \frac{p_0}{2\pi\sqrt{\xi h_c}} \ln \frac{64\xi h_c}{\sqrt{b(b + 2\pi\Omega_c)}}, \quad (3.76)$$

$$b = 2\xi(h_c - h) + (\Omega_c - \Omega)\delta_c.$$

Здесь критические значения δ_c , h_c , и Ω_c определяются уравнениями (3.60) и (3.73), с учётом малости вкладов, пропорциональных h^2 . Как видно из формулы (3.76), закон расходимости шага ФХ спирали в дипольном режиме остаётся логарифмическим, как и в переходе холестерик – нематик. В отсутствие вращения поля ($\Omega = 0$), выражение (3.76) значительно упрощается:

$$p \approx p_0 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \ln \sqrt{\frac{32h_c}{h_c - h}}, \quad (3.77)$$

здесь $h_c = \pi^2/(16\xi)$ – критическое поле перехода ФХ – ФН в постоянном магнитном поле, полученное в [4] при раскручивании спирали ФХ в дипольном режиме с однородным распределением частиц.

Таким образом, для стационарного вращения ориентационной структуры ФХ шаг спирали расходится логарифмически в обоих режимах влияния поля (дипольном и квадрупольном), а критические поля уменьшаются с возрастанием параметра влияния поля ξ и скорости его вращения Ω .

3.2.4. Заключение

В рамках континуальной теории изучена динамика ориентационной структуры феррохолестерического жидкого кристалла, помещённого во вращающееся относительно оси спирали магнитное поле. Сцепление между магнитной и жидкокристаллической подсистемами предполагалось мягким и планарным.

Получены уравнения движения директора феррохолестерика во вращающемся магнитном поле. В приближении слабого магнитного поля, ма-

лых и больших угловых скоростей вращения получены аналитические выражения для шага спирали феррохолестерика.

Численно и аналитически проанализирован случай стационарного режима вращения структуры. Построена ориентационная фазовая диаграмма перехода феррохолестерик – ферронематик для различных значений параметра влияния магнитного поля. Показано, что с ростом параметра влияния магнитного поля критические параметры перехода в ферронематическую фазу понижаются. Фазовая диаграмма также предполагает наличие возвратных ориентационных переходов феррохолестерик – ферронематик – феррохолестерик, вызванных изменением скорости вращения магнитного поля. Численно получены зависимости шага спирали феррохолестерика от величины внешнего магнитного поля при различных угловых скоростях вращения и параметрах влияния поля.

Глава 4. Влияние сдвиговых напряжений и магнитного поля на ориентационную динамику суспензии

4.1. Раскручивание холестерического жидкого кристалл в сдвиговом потоке и магнитном поле

В этой части главы теоретически изучено раскручивание спиральной структуры холестерического жидкого кристалла под действием магнитного поля и сдвигового течения. Оба фактора способны индуцировать переход холестерик – нематик независимо друг от друга, однако различие ориентирующих воздействий магнитного поля и сдвигового потока приводит к конкуренции между магнитными и гидродинамическими механизмами влияния на холестерический жидкий кристалл. Проанализированы различные ориентации магнитного поля относительно направления течения в плоскости сдвигового течения. В ряде предельных случаев получены аналитические зависимости для шага холестерической спирали, деформированной сдвиговым течением. Рассчитаны фазовые диаграммы переходов холестерик – нематик и шаг холестерической спирали для различных значений напряжённости и угла ориентации магнитного поля, градиента скорости течения и реактивного параметра. Показано, что магнитное поле, стабилизируя ориентацию директора в сдвиговом потоке, расширяет границы области ориентируемости холестериков. Установлено, что сдвиговое течение приводит к смещению критического значения напряжённости магнитного поля перехода. Показано, что поворотом магнитного поля в опре-

делённых интервалах значений напряжённости поля и градиента скорости сдвигового течения можно индуцировать последовательность возвратных ориентационных переходов холестерик – нематик – холестерик.

Основные результаты, описанные в этой части главы, опубликованы в статье [A1].

4.1.1. Холестерик в сдвиговом потоке и магнитном поле

Рассмотрим сдвиговое течение со скоростью $\mathbf{v} = [0, u(x), 0]$ в неограниченном ХЖК, ось спирали которого ориентирована вдоль оси z ортогонально плоскости сдвига xOy (рис. 4.1). Величину градиента скорости

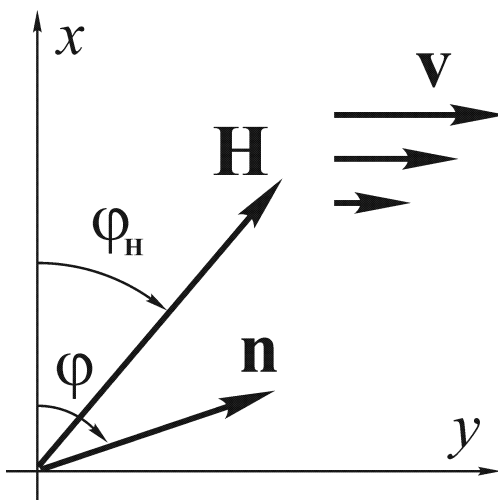


Рис. 4.1. Ориентация ХЖК в магнитном поле и сдвиговом потоке

сдвигового потока $A = du(x)/dx$ будем считать постоянной во всем образце. Как известно [9], такое течение приводит к упорядочению молекул ЖК в плоскости сдвига под некоторым углом к потоку. В рассматриваемой системе координат угол ориентации φ_0 , отсчитываемый от оси x , определяется соотношением [60]:

$$\cos 2\varphi_0 = -\frac{1}{\lambda}, \quad (4.1)$$

где $\lambda = -\gamma_2/\gamma_1$ – реактивный параметр ($\lambda > 0$ в ЖК, образованном палочкообразными молекулами [9]). Жидкие кристаллы, у которых $\lambda \geq 1$,

называют ориентируемыми течением. При $0 < \lambda < 1$ постоянное направление директора \mathbf{n} в потоке не устанавливается, так как он совершает беспорядочное движение, и поэтому такие ЖК называют неориентируемыми течением.

Ортогонально оси спирали холестерика под некоторым углом φ_H в плоскости сдвигового течения xOy приложим внешнее магнитное поле $\mathbf{H} = H(\cos \varphi_H, \sin \varphi_H, 0)$. Анизотропию диамагнитной восприимчивости χ_a жидкого кристалла считаем положительной, поэтому директор \mathbf{n} стремится ориентироваться по полю, тогда магнитное поле и сдвиговое течение оказывают конкурирующее действие на холестерик. Каждое из этих воздействий ориентирует директор холестерика в своём направлении в плоскости xOy , вызывая раскручивание его спиральной ориентационной структуры.

Объёмная плотность свободной энергии холестерика в магнитном поле F_V имеет вид [9]

$$\begin{aligned} F_V &= F_1 + F_2, & (4.2) \\ F_1 &= \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n} + q_0)^2 + \\ &\quad + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2], \\ F_2 &= -\frac{1}{2}\chi_a(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2. \end{aligned}$$

Здесь K_{11} , K_{22} , K_{33} – константы Франка, q_0 – волновое число невозмущенной спиральной структуры ХЖК (для определённости будем считать его положительным). Слагаемое F_1 в плотности свободной энергии (4.2) отвечает энергии ориентационно-упругих деформаций поля директора, вклад F_2 представляет собой объёмную плотность энергии взаимодействия магнитного поля \mathbf{H} с ХЖК.

Для однородного стационарного сдвигового потока с постоянным градиентом скорости A условие несжимаемости (2.2) выполняется тождественно, а уравнение движения (2.1) позволяет вычислить давление в системе. В рассматриваемой геометрии (рис. 4.1) директор можно искать в следующем виде:

$$\mathbf{n} = [\cos \varphi(z), \sin \varphi(z), 0], \quad (4.3)$$

тогда объёмная плотность свободной энергии холестерика (4.2) примет вид

$$F_V = \frac{K_{22}}{2} \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right)^2 - \frac{\chi_a H^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_H). \quad (4.4)$$

Проекция уравнения движения директора \mathbf{n} (2.5) на оси координат x и y с учётом (4.3) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} -K_{22} \left[\frac{d^2\varphi}{dz^2} \sin \varphi + 2 \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right) \frac{d\varphi}{dz} \cos \varphi \right] + \chi_a H^2 \cos \varphi_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \\ + \lambda_1 \cos \varphi = \frac{A}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) \sin \varphi, \\ K_{22} \left[\frac{d^2\varphi}{dz^2} \cos \varphi - 2 \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right) \frac{d\varphi}{dz} \sin \varphi \right] + \chi_a H^2 \sin \varphi_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \\ + \lambda_1 \sin \varphi = \frac{A}{2} (\gamma_2 - \gamma_1) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Исключая из уравнений (4.5) неопределенный множитель Лагранжа λ_1 , получим уравнение для угла $\varphi(z)$, описывающего ориентацию директора \mathbf{n} в магнитном поле и сдвиговом потоке:

$$K_{22} \frac{d^2\varphi}{dz^2} - \frac{\chi_a H^2}{2} \sin 2(\varphi - \varphi_H) + \frac{A}{2} (\gamma_1 - \gamma_2 \cos 2\varphi) = 0. \quad (4.6)$$

Введём безразмерные величины

$$\zeta = q_0 z, \quad h = \frac{H}{H_q}, \quad u = \frac{A}{A_0}. \quad (4.7)$$

Здесь $\zeta = q_0 z$ – безразмерная координата, h – безразмерная напряжённость магнитного поля. В качестве единицы измерения поля выбрана величина $H_q = q_0 \sqrt{K_{22}/\chi_a}$, полученная из сопоставления диамагнитного вклада F_2 в свободную энергию (4.2) и вклада энергии кручения F_1 . Эта величина определяет поле перехода холестерик – нематик $H_c = \pi H_q/2$ [9]. Параметр u является безразмерным значением градиента скорости сдвигового потока, в качестве единицы измерения которого выбрана величина $A_0 = K_{22} q_0^2 / |\gamma_2|$. Здесь коэффициент вращательной вязкости холестерика γ_2 взят по абсолютной величине, поскольку $\gamma_2 < 0$ для ЖК с палочкообразными молекулами [9].

Сделаем оценки безразмерных параметров (4.7). Полагая согласно [1], $\chi_a \approx 10^{-7}$, $q_0 \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$, $K_{22} \approx 10^{-7}$ дин, $\gamma_1, \gamma_2 \approx 10^{-1}$ пуаз, и выбирая $A \approx 1 \text{ с}^{-1}$, $H \approx 10^4 \text{ Э}$, получаем $\lambda \approx 1$, $h \approx 1$ и $u \approx 10^{-2}$.

В терминах безразмерных величин (4.7) уравнение (4.6) примет вид

$$\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2} - \frac{h^2}{2} \sin 2(\varphi - \varphi_H) + \frac{u}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \cos 2\varphi \right) = 0. \quad (4.8)$$

Это уравнение определяет стационарные значения угла ориентации директора в магнитном поле и однородном сдвиговом потоке с постоянным градиентом скорости. Его можно получить иначе, применяя подход, использованный в работах [55, 57, 66, 142]. Для этого введем эффективную плотность свободной энергии, которая в безразмерной форме может быть записана следующим образом:

$$F_{ef} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{d\zeta} - 1 \right)^2 - \frac{h^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_H) - \frac{u}{2} \left(\sin \varphi \cos \varphi + \frac{\varphi}{\lambda} \right). \quad (4.9)$$

Уравнение (4.8), определяющее угол φ ориентации директора как функцию напряжённости h и угла ориентации φ_H магнитного поля, реактивного параметра λ и интенсивности сдвигового потока u , получается из уравнения Эйлера – Лагранжа, записанного для функции плотности свободной энергии $F_{ef}[\varphi(\zeta), \varphi'(\zeta)]$.

Как отмечалось выше, холестерическую спираль можно раскрутить как магнитным полем [14, 15], так и сдвиговым потоком [55]. В первом случае при $H > H_c$ директор \mathbf{n} будет направлен вдоль поля \mathbf{H} , т.е. $\varphi = \varphi_H$. Во втором – в раскрученной фазе директор ориентируется сдвиговым течением под углом φ_0 , заданным соотношением (4.1).

Проанализируем совместное действие сдвигового течения и магнитного поля на спиральную структуру холестерика при различных направлениях поля в плоскости xOy (см. рис. 4.1).

В раскрученной (нематической) фазе при наличии магнитного поля и сдвигового потока директор ориентируется во всем образце под некоторым углом φ_c , зависящим от напряжённости h и угла ориентации φ_H

магнитного поля, а также интенсивности сдвигового течения u и реактивного параметра λ . Значение φ_c находится из уравнения (4.8) и определяется соотношением

$$h_c^2 \sin 2(\varphi_c - \varphi_H) = u_c (1/\lambda + \cos 2\varphi_c), \quad (4.10)$$

где h_c и u_c – критические значения напряжённости магнитного поля и величины градиента сдвигового потока, при которых происходит раскручивание спирали холестерика. Из формулы (4.10) видно, что $\varphi_c = \varphi_H$ в отсутствие сдвигового течения, т.е. когда $u = 0$, а в отсутствие магнитного поля $\varphi_c = \varphi_0$, где φ_0 определено формулой (4.1).

Однократное интегрирование уравнения (4.8) даёт

$$\frac{d\varphi}{d\zeta} = \pm \sqrt{R_{CLC}}, \quad (4.11)$$

$$R_{CLC} = C - h^2 \cos^2(\varphi - \varphi_H) - u(\sin \varphi \cos \varphi + \varphi/\lambda).$$

Поскольку невозмущенной ($h = u = 0$) структуре холестерика отвечает $\varphi(z) = \zeta = q_0 z$ [1], то при $q_0 > 0$ в уравнении (4.11) следует выбрать знак плюс. Константа интегрирования C , являющаяся функцией h , φ_H , u и λ , в отсутствие поля и сдвигового течения должна равняться единице.

Найдем шаг спирали холестерика p . Интегрирование по периоду структуры $p/2$ соответствует изменению угла φ на π , поэтому

$$p = 2 \int_0^{p/2} d\zeta = 2 \int_{\varphi_c - \pi}^{\varphi_c} \left(\frac{d\zeta}{d\varphi} \right) d\varphi = 2 \int_{\varphi_c - \pi}^{\varphi_c} \frac{d\varphi}{\sqrt{R_{CLC}}}. \quad (4.12)$$

Здесь в качестве верхнего предела интегрирования удобно [55] выбрать φ_c – угол, под которым ориентирован директор в раскрученной (нематической) фазе.

Константа интегрирования C может быть найдена из условия минимума эффективной свободной энергии, приходящейся на один полувиток спиральной структуры:

$$F_{p/2} = \frac{2}{p} \int_0^{p/2} F_{ef} d\zeta = \frac{2}{p} \int_{\varphi_c - \pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{CLC}} d\varphi - \frac{2\pi}{p} + \frac{1 - C}{2}.$$

Условие минимума $dF_{p/2}/dC = 0$ с учётом соотношений (4.11) – (4.12) даёт уравнение для C :

$$\int_{\varphi_c - \pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{CLC}} d\varphi = \pi. \quad (4.13)$$

Критическое значение C_c , соответствующее обращению шага спирали в бесконечность, может быть получено из уравнения (4.11). В раскрученной (нематической) фазе $d\varphi/d\zeta = 0$, поэтому:

$$C_c = h_c^2 \cos^2(\varphi_c - \varphi_H) + u_c(\sin \varphi_c \cos \varphi_c + \varphi_c/\lambda).$$

Подставляя C_c в (4.13), получим уравнение

$$\int_{\varphi_c - \pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{CLC}(C_c)} d\varphi = \pi, \\ R_{CLC}(C_c) = h_c^2 [\cos^2(\varphi_c - \varphi_H) - \cos^2(\varphi - \varphi_H)] + \\ + u_c [\sin \varphi_c \cos \varphi_c - \sin \varphi \cos \varphi + (\varphi_c - \varphi)/\lambda], \quad (4.14)$$

определяющее совместно с условием (4.10) критические значения u_c и h_c , отвечающие переходу холестерик – нематик.

Уравнение (4.10), определяющее угол φ_c при раскручивании спиральной структуры холестерика, совпадает с полученным в работе [60] для угла ориентации директора нематика в сдвиговом потоке и магнитном поле. Это уравнение имеет решения

$$\tan \varphi_c = \frac{-\cos 2\varphi_H \pm Q}{U - U/\lambda + \sin 2\varphi_H}, \quad (4.15) \\ Q = [1 + U^2(1 - 1/\lambda^2) + 2U \sin 2\varphi_H]^{1/2}, U = u_c/h_c^2.$$

Устойчивым по отношению к малым возмущениям является решение со знаком плюс [60]. Из соотношения (4.15) видно, что при раскручивании спирали магнитным полем ($U = 0$) критический угол ориентации директора определяется только направлением приложенного поля: $\varphi_c = \varphi_H$. При раскручивании спирали сдвиговым течением ($U = \infty$) получаем выражение: $\tan \varphi_c = \sqrt{(\lambda + 1)/(\lambda - 1)}$. Откуда видно, что в отсутствие магнитного поля при $\lambda < 1$ подкоренное выражение становится отрицательным

и вещественные решения для φ_c исчезают. Однако включение магнитного поля приводит к появлению дополнительных вкладов в (4.15), которые могут компенсировать отрицательные слагаемые в подкоренном выражении, уменьшая допустимые λ для режима ориентирования холестерика сдвиговым потоком. Минимально возможное значение реактивного параметра λ в этом случае находится из условия $Q = 0$. Таким образом, постоянное направление директора в сдвиговом потоке и магнитном поле устанавливается для холестериков при

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{U^2}{1 + U^2 + 2U \sin 2\varphi_H}}. \quad (4.16)$$

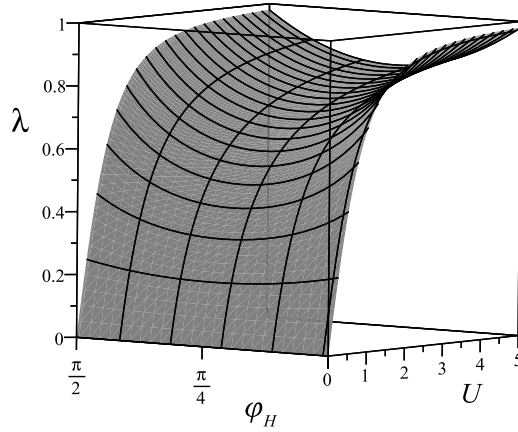


Рис. 4.2. Трёхмерная фазовая диаграмма состояний директора в пространстве параметров λ - U - φ_H при наличии сдвигового потока и магнитного поля

На рис. 4.2 показана поверхность, определяемая формулой (4.16), которая отделяет ориентируемые течением ЖК от неориентируемых при наличии магнитного поля в пространстве параметров λ - U - φ_H . Область над поверхностью соответствует ориентируемым ЖК, область под поверхностью – неориентируемым ЖК. Видно, что при наличии магнитного поля значение реактивного параметра может быть меньше, чем в случае ориентирования ЖК только сдвиговым потоком (см. формулу (4.1)), т.е. допустимы $\lambda < 1$. Уменьшение критического λ соответствует расширению области ориентируемых ЖК и происходит при приложении магнитного поля

под углом $\varphi_H \in [0, \pi/2]$. Именно в этом диапазоне лежат все значения угла φ_0 (4.1), определяющие устойчивые положения директора в сдвиговом потоке. Кроме того, по мере уменьшения параметра U , т. е. уменьшения величины градиента скорости сдвига или увеличения напряжённости магнитного поля, минимально возможное значение λ стремится к нулю.

4.1.2. Раскручивание спирали холестерика магнитным полем

При воздействии на ориентационную структуру холестерика только магнитного поля h , т.е. при $u = 0$, система уравнений (4.10) – (4.14), определяющая шаг спирали холестерика, существенно упрощается и может быть записана в следующем виде

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 E(k)K(k), \quad (4.17)$$

$$h = \frac{\pi k}{2E(k)}, \quad (4.18)$$

где $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика, $K(k)$ и $E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода [140]. Соотношения (4.17) и (4.18) совпадают с выражениями, полученными в работе [14]. Из этих соотношений следует, что в слабых магнитных полях ($h \ll 1$) шаг холестерической спирали медленно растёт с увеличением напряжённости

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \frac{h^4}{32}, \quad (4.19)$$

а вблизи перехода холестерик – нематик логарифмически расходится:

$$\frac{p}{p_0} \approx \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \ln \frac{4}{\sqrt{1 - h^2/h_0^2}}, \quad (4.20)$$

здесь критическая величина безразмерной напряжённости магнитного поля $h_0 = \pi/2$.

4.1.3. Раскручивание спирали холестерика сдвиговым потоком

В отсутствие магнитного поля ($h = 0$), когда спираль холестерика раскручивается только сдвиговым потоком, критическую величину градиента скорости сдвигового течения u_0 , при которой шаг спирали расходится, можно найти из выражения

$$\frac{\pi}{\sqrt{u_0}} = \int_{\varphi_0 - \pi}^{\varphi_0} \sqrt{(\sin 2\varphi_0 - \sin 2\varphi)/2 + (\varphi_0 - \varphi)/\lambda} d\varphi, \quad (4.21)$$

где угол поворота директора в раскрученной (нематической) фазе φ_0 , определен соотношением (4.1). Критическое значение величины градиента скорости сдвигового течения u_0 и шаг спирали p для $\lambda = 1.026$ были рассчитаны ранее в работе [55].

График функции $u_0(\lambda)$, заданной соотношением (4.21), представлен на рис. 4.3. На этом рисунке область под кривой соответствует холестерической фазе, область над кривой – нематической фазе. Наименьшему возможному значению реактивного параметра $\lambda = 1$, при котором ХЖК ориентируется сдвиговым течением, соответствует значение угла $\varphi_0 = \pi/2$ и критическая величина сдвига $u_1 = 0.834$. Из рис. 4.3 видно, что с увеличением λ порог перехода холестерик – нематик сначала понижается до $u_{min} = 0.754$ при $\lambda_{min} = 1.094$, а затем повышается, асимптотически стремясь к значению $u_\infty = \pi^2/4$ при $\lambda \rightarrow \infty$.

При $h = 0$ выражения (4.12) и (4.13) для шага спирали упрощаются и могут быть представлены в параметрическом виде:

$$p = \frac{2}{\pi} I_1(a) I_2(a), \quad (4.22)$$

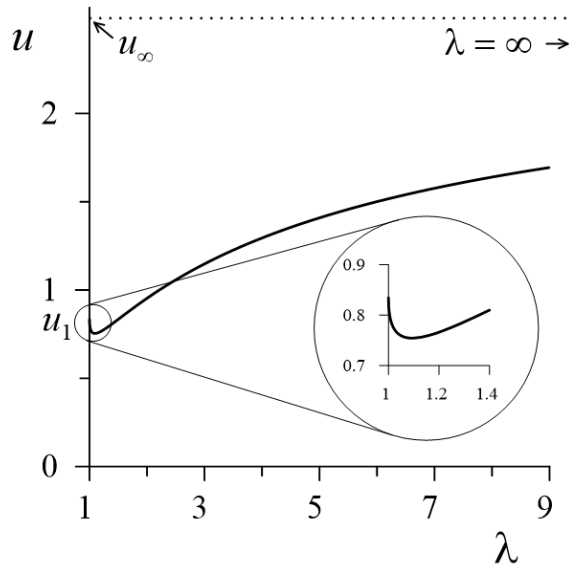


Рис. 4.3. Диаграмма ориентационного перехода холестерик – нематик, индуцированного сдвиговым течением. Область ориентируемых течением ЖК соответствует $\lambda \geq 1$. Здесь $u_1 = 0.834$, $u_\infty = \pi^2/4$

где определены функции

$$I_1(a) = \int_{\varphi_0 - \pi}^{\varphi_0} \sqrt{1 - a(\sin \varphi \cos \varphi + \varphi/\lambda)} d\varphi,$$

$$I_2(a) = \int_{\varphi_0 - \pi}^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - a(\sin \varphi \cos \varphi + \varphi/\lambda)}}.$$

Здесь параметр

$$a = u \left[\frac{I_1(a)}{\pi} \right]^2 \quad (4.23)$$

меняется от нуля до $(\sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \varphi/\lambda)^{-1}$ при изменении величины градиента скорости u от нуля до критического значения u_0 .

Результаты численного решения уравнений (4.22) и (4.23), определяющие зависимость приведённого шага спирали холестерика p/p_0 от величины градиента скорости сдвигового течения u для различных значений λ , представлены на рис. 4.4. Видно, что с увеличением u при малых градиентах сдвиговых течений ($u \ll 1$) шаг спирали медленно растёт, а при $u \rightarrow u_0$ расходится. Заметим, что наблюдаемое на диаграмме перехода холестерик

– нематик (рис. 4.3) немонотонное поведение критической величины градиента скорости сдвига u_0 при $\lambda \gtrsim 1$ проявляется и в зависимости $p = p(u)$ на рис. 4.4.

Изучим поведение шага холестерической спирали как функции градиента скорости сдвига u в ряде предельных случаев.

При малой величине градиента скорости сдвигового течения ($u \ll 1$) параметр a мал, поэтому, раскладывая функции $I_1(a)$ и $I_2(a)$ в ряды и учитывая формулу (4.1), из соотношений (4.22) и (4.23) для шага спирали получаем

$$\frac{p}{p_0} \approx 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi^2 + 6}{3\lambda^2} \right) \frac{u^2}{16}. \quad (4.24)$$

Из формулы (4.24) видно, что при слабых сдвиговых течениях шаг спирали ($p - p_0 \sim A^2$) увеличивается квадратично с ростом величины градиента скорости сдвига (см. рис. 4.4).

Отметим следующую аналогию в поведении шага спирали холестерика при слабых сдвиговых течениях с соответствующими зависимостями в слабых магнитных полях. При $\lambda \rightarrow \infty$ ($\varphi_0 = \pi/4$), формула (4.24) в точности совпадает с формулой (4.19), описывающей полевую зависимость шага спирали холестерика $p = p(h)$, если в последней осуществить замену $h = H/H_c$ на $\sqrt{u} = \sqrt{A/A_0}$. Здесь H_c является критическим полем магнитного перехода холестерик – нематик.

В предельном случае $\lambda \rightarrow \infty$ шаг спирали $p(u)$, определяемый формулой (4.22), может быть представлен следующим образом

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 E(k)K(k), \quad (4.25)$$

$$u = \left[\frac{\pi k}{2E(k)} \right]^2, \quad (4.26)$$

где $K(k)$ и $E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно [140]. В точке перехода холестерик – нематик шаг спирали p обращается в бесконечность. Этому значению, как видно из соотношений (4.25) и (4.26), соответствует параметр $k = 1$, при котором $K(1) = \infty$ и

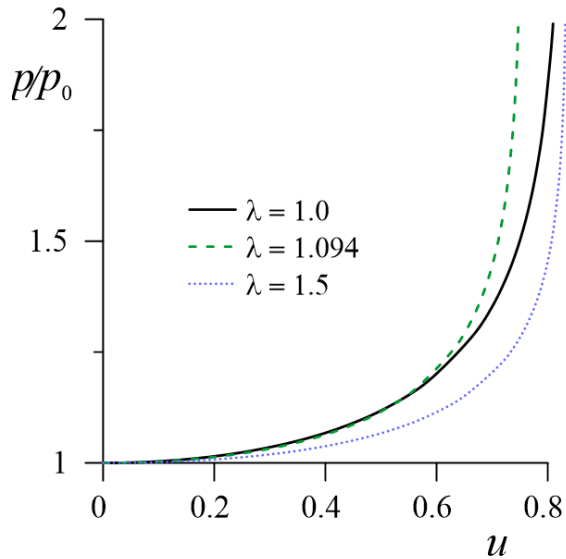


Рис. 4.4. Зависимость шага спирали холестерика от величины градиента скорости сдвигового течения u при различных значениях λ ; $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика

$E(1) = 1$. Критическая величина градиента скорости сдвига в этом случае принимает значение $u_\infty = \pi^2/4$.

Вблизи порога перехода холестерик – нематик, т.е. при $u \lesssim u_\infty$, параметр $k^2 \lesssim 1$. Подставляя асимптотические разложения для эллиптических функций [140]

$$K(k) \approx \ln \frac{4}{\sqrt{1-k^2}} + \dots, \quad E(k) \approx 1 + \dots$$

в соотношения (4.25) и (4.26), получаем

$$\frac{p}{p_0} \approx \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \ln \frac{4}{\sqrt{1-u/u_\infty}}. \quad (4.27)$$

Таким образом, вблизи перехода холестерик – нематик, индуцированного сдвиговым потоком, шаг спирали логарифмически расходится, как и при переходе в магнитном поле [14].

4.1.4. Раскручивание спирали холестерика сдвиговым потоком и магнитным полем

Обратимся теперь к случаю совместного действия сдвигового течения и магнитного поля на холестерик.

Уравнения (4.10) и (4.14), определяющие кривые ориентационного перехода холестерик – нематик, решались численно. Полученные фазовые диаграммы представлены на рис. 4.5 – 4.10. Области под кривыми отвечают холестерической фазе, а внешние по отношению к кривым области соответствуют нематической фазе.

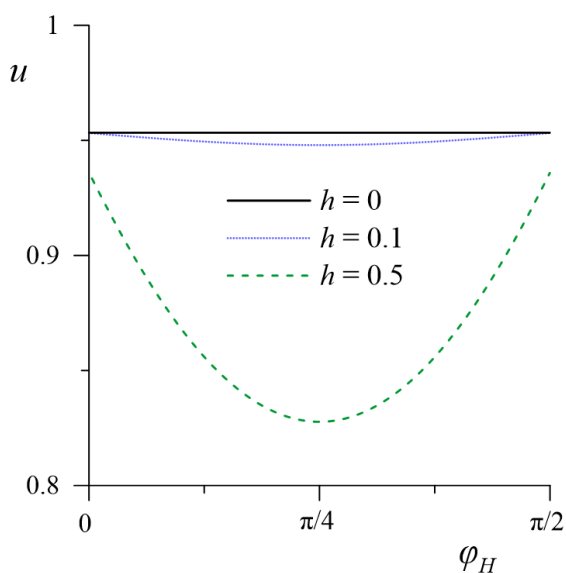


Рис. 4.5. Диаграмма фазового перехода холестерик – нематик на плоскости $u - \varphi_H$ при различных значениях магнитного поля h для $\lambda = 2$

На рис. 4.5 изображена диаграмма фазового перехода холестерик – нематик на плоскости $u - \varphi_H$ при различных значениях напряжённости магнитного поля h . Из рис. 4.5 видно, что критическое значение u_c в отсутствие магнитного поля ($h = 0$), как это и должно быть, не зависит от угла ориентации поля. С ростом поля h порог перехода холестерик – нематик u_c понижается для $\varphi_H \in [0, \pi/2]$, достигая минимального значения при ориентации магнитного поля под углом $\varphi_H = \pi/4$. Характерной особенностью диаграммы является наличие области неоднозначности при $h \neq 0$, в которой одному и тому же значению u_c соответствуют два значения уг-

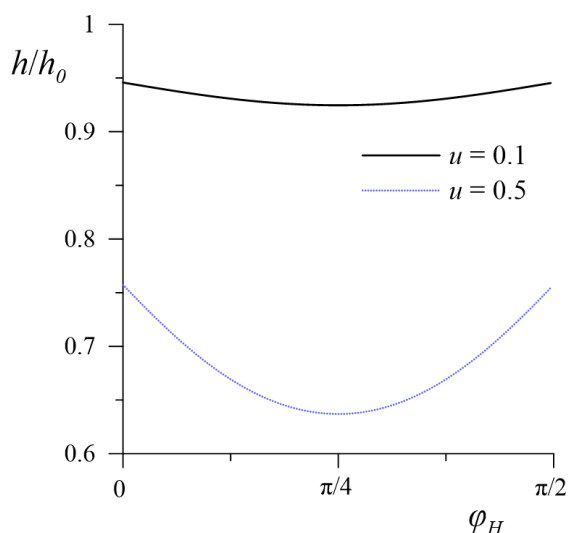


Рис. 4.6. Диаграмма фазового перехода холестерик – нематик на плоскости $h - \varphi_H$ при различных значениях величины градиента скорости сдвигового течения u для $\lambda = 2$

ла ориентации поля. Это означает, что при фиксированных значениях u и h поворотом магнитного поля можно индуцировать последовательность возвратных переходов холестерик – нематик – холестерик. Причина появления возвратных ориентационных переходов связана с конкуренцией между магнитным и гидродинамическим механизмами воздействия, которые стремятся раскрутить спиральную структуру в разных направлениях. На рис. 4.6 изображена диаграмма ориентационных переходов на плоскости $h - \varphi_H$. Из неё видно, что критическое значение магнитного поля в отсутствие сдвигового течения ($u = 0$) не зависит от угла ориентации поля φ_H . При наличии течения с ростом градиента скорости критическое поле h_c уменьшается и на диаграмме появляются области неоднозначности, отвечающие возвратным переходам, которые происходят при повороте магнитного поля. Диапазон значений магнитного поля, допускающий возвратную холестерическую фазу расширяется с ростом u , т.е. с увеличением градиента скорости сдвига.

На рис. 4.7 представлена диаграмма фазового перехода холестерик-нематик на плоскости $u - \varphi_H$ для $h = 1$ при различных значениях реактивного параметра $\lambda < 1$, соответствующих ЖК, неориентируемым сдвиговым

потоком (4.1). Как было показано выше, магнитное поле стабилизирует ориентационную структуру в сдвиговом потоке, расширяя область допустимых значений реактивного параметра (4.16), для которых существуют стационарные состояния директора. Это приводит к возможности раскручивания спиральной структуры холестериков с $\lambda < 1$. Из рис. 4.7 видно, что уменьшение λ понижает критическое значение u_c , кривая переходов уплотняется и пороговая величина градиента скорости сдвигового течения слабо зависит от ориентации внешнего поля.

На рис. 4.8 представлена диаграмма фазового перехода холестерик-нематик на плоскости $u-h$ при различных значениях угла ориентации магнитного поля φ_H . Расчёты выполнены для реактивного параметра $\lambda = 2$, соответствующего углу ориентации директора в потоке $\varphi_0 = \pi/3$. При изменении угла ориентации поля φ_H от нуля до $\pi/4$, происходит монотонное уменьшение критического градиента скорости сдвига u_c . Дальнейшее увеличение угла φ_H от $\pi/4$ до $\pi/2$, напротив, приводит к увеличению u_c , возвращая кривую переходов в состояние, соответствующее углу $\varphi_H = 0$.

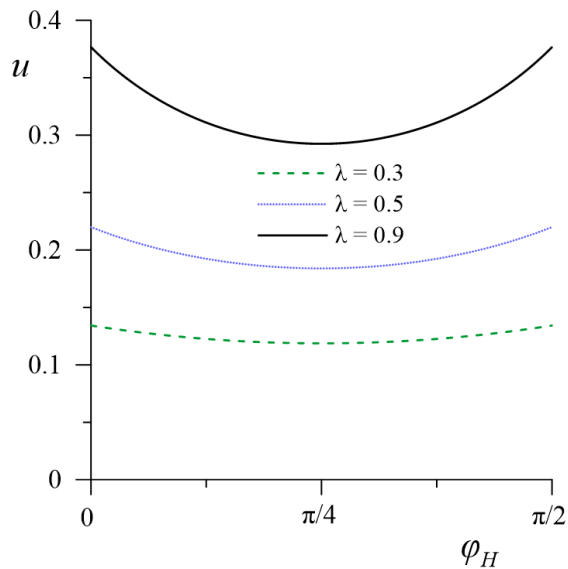


Рис. 4.7. Диаграмма фазового перехода холестерик-нематик на плоскости $u - \varphi_H$ для $h = 1$ при различных значениях реактивного параметра $\lambda < 1$

На рис. 4.9 изображена диаграмма фазового перехода холестерик-нематик на плоскости $u-h$ для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = \varphi_0$ при различных значениях реактивного параметра λ . Как видно из диа-

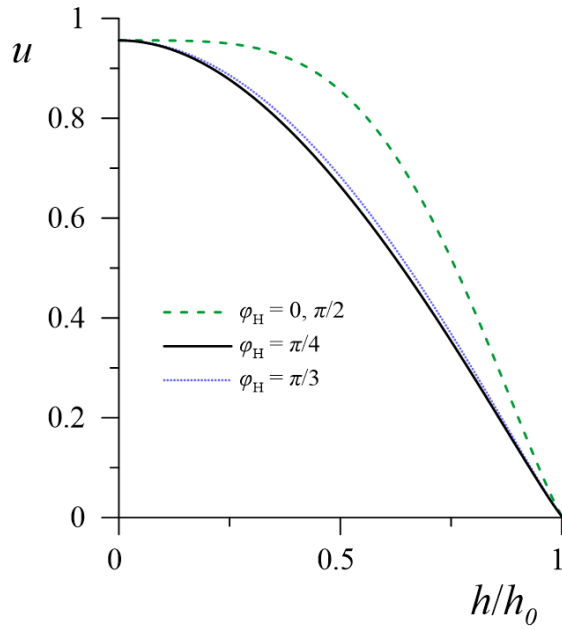


Рис. 4.8. Диаграмма ориентационного фазового перехода холестерик – нематик на плоскости $u - h$ при различных значениях угла ориентации магнитного поля φ_H для реактивного параметра $\lambda = 2$

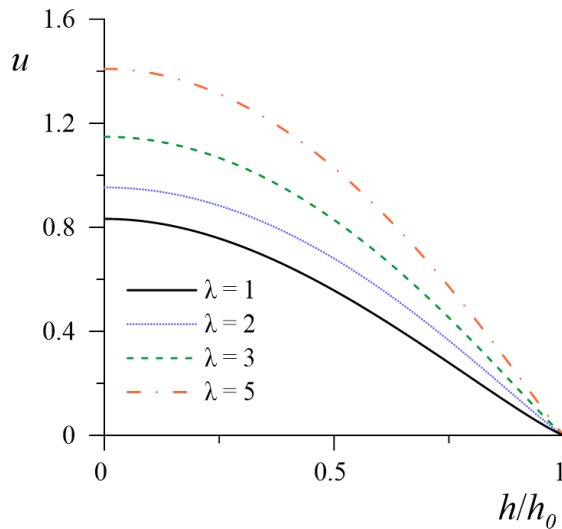


Рис. 4.9. Диаграмма ориентационного фазового перехода холестерик – нематик на плоскости $u - h$ для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = \varphi_0$ при различных значениях реактивного параметра λ

граммы, в отсутствие сдвигового течения ($u = 0$) раскручивание спирали холестерика происходит при $h_0 = \pi/2$, что совпадает с известным результатом [9]. При включении сдвигового потока критическое магнитное поле понижается, обращаясь в нуль при критическом значении градиента ско-

рости u_0 , зависящем от реактивного параметра λ . Таким образом, для рассматриваемой ориентации магнитного поля течение помогает раскрутить спираль холестерика. Увеличение реактивного параметра (уменьшение коэффициента вращательной вязкости γ_1) приводит к росту критического значения величины градиента скорости сдвига.

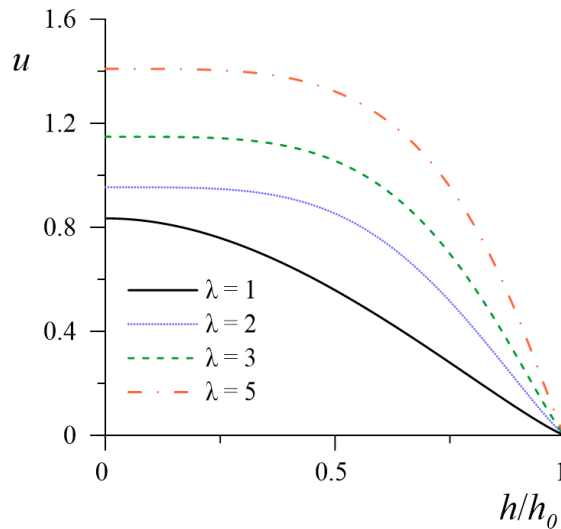


Рис. 4.10. Диаграмма ориентационного фазового перехода холестерик – нематик на плоскости $u - h$ для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = 0$ при различных значениях реактивного параметра λ

Как видно из диаграммы переходов холестерик – нематик, соответствующей ориентации магнитного поля по направлению градиента скорости под углом $\varphi_H = 0$ (рис. 4.10), линии ориентационных переходов аналогичны тем, что были получены для угла $\varphi_H = \varphi_0$ (рис. 4.9).

Шаг спирали холестерика может быть найден из системы уравнений (4.10) – (4.14). На рис. 4.11 – 4.13 изображены зависимости шага спирали p от интенсивности сдвигового течения u , напряжённости h и угла ориентации φ_H магнитного поля, построенные путём численного решения этой системы уравнений.

На рис. 4.11 представлена зависимость шага спирали холестерика от угла ориентации магнитного поля φ_H для параметров, соответствующих области существования возвратных ориентационных переходов (см. диаграмму на рис. 4.5). При фиксированных значениях поля h и гради-

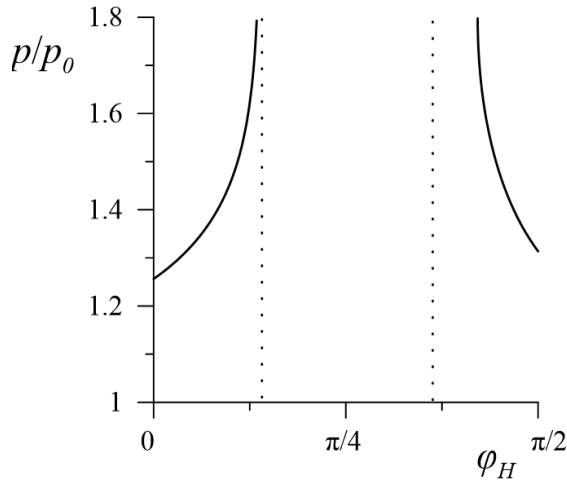


Рис. 4.11. Зависимость шага спирали холестерика от угла ориентации магнитного поля φ_H для $\lambda = 2$, $h = 0.5$, $u = 0.85$; $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика

ента скорости течения u , когда холестерическая спираль деформирована ($p > p_0$), поворот магнитного поля, т.е. увеличение угла φ_H , приводит к более эффективному совместному воздействию поля и течения на холестерик, раскручивая спираль и вызывая ориентационный переход холестерик – нематик. Последующее увеличение угла ориентации поля φ_H уменьшает эффективное действие поля и течения на систему и происходит возвратный переход в холестерическую фазу.

На рис. 4.12 показаны зависимости приведённого шага спирали холестерика p/p_0 от напряжённости магнитного поля h и величины градиента сдвигового течения u для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = \varphi_0$. Шаг частично раскрученной сдвигом (рис. 4.12а, $u = 0.2$) или полем (рис. 4.12б, $h = 0.1$) холестерической спирали медленно растёт в слабых полях h и при малых градиентах сдвига u , но начинает сильно увеличиваться, приближаясь к критическим значениям h_c или u_c , при которых обращается в бесконечность. Значения h_c и u_c , как это и следует из рис. 4.9, меньше h_0 и u_0 соответственно. Напомним, что величиной h_0 обозначено критическое значение напряжённости перехода холестерик – нематик в магнитном поле, а u_0 – критическая величина градиента скорости при переходе холестерик – нематик в сдвиговом потоке.

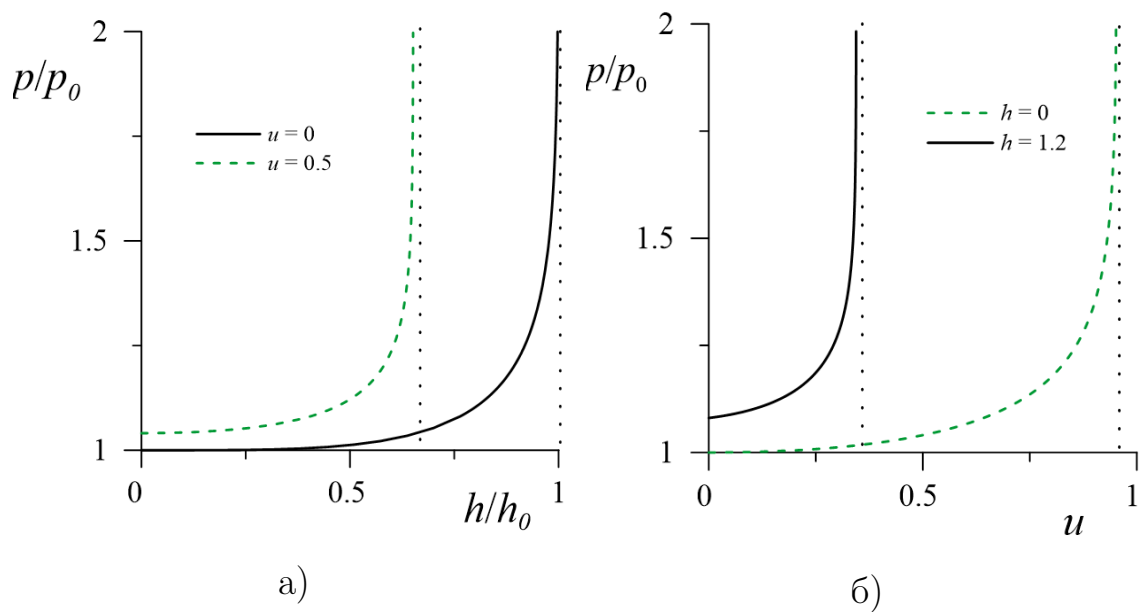


Рис. 4.12. Зависимость шага спирали холестерика от а) напряженности магнитного поля h и б) величины градиента сдвигового течения u . Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = \varphi_0$, $\lambda = 2$; $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика

Зависимости шага спирали холестерика от напряжённости магнитного поля h и величины градиента сдвигового течения u для ориентации магнитного поля по направлению градиента скорости под углом $\varphi_H = 0$, как это видно из рис. 4.13, качественно похожи на те, что получены для случая $\varphi_H = \varphi_0$.

4.1.5. Заключение

Теоретически исследовано совместное действие магнитного поля и сдвигового течения на спиральную ориентационную структуру холестерического жидкого кристалла. Ось спирали холестерика была ориентирована ортогонально плоскости сдвигового потока, величина градиента скорости которого предполагалась постоянной во всем образце.

В случае воздействия на холестерик только сдвигового течения обнаружена немонотонная зависимость критического значения величины градиента скорости сдвига от реактивного параметра. Для малых и больших

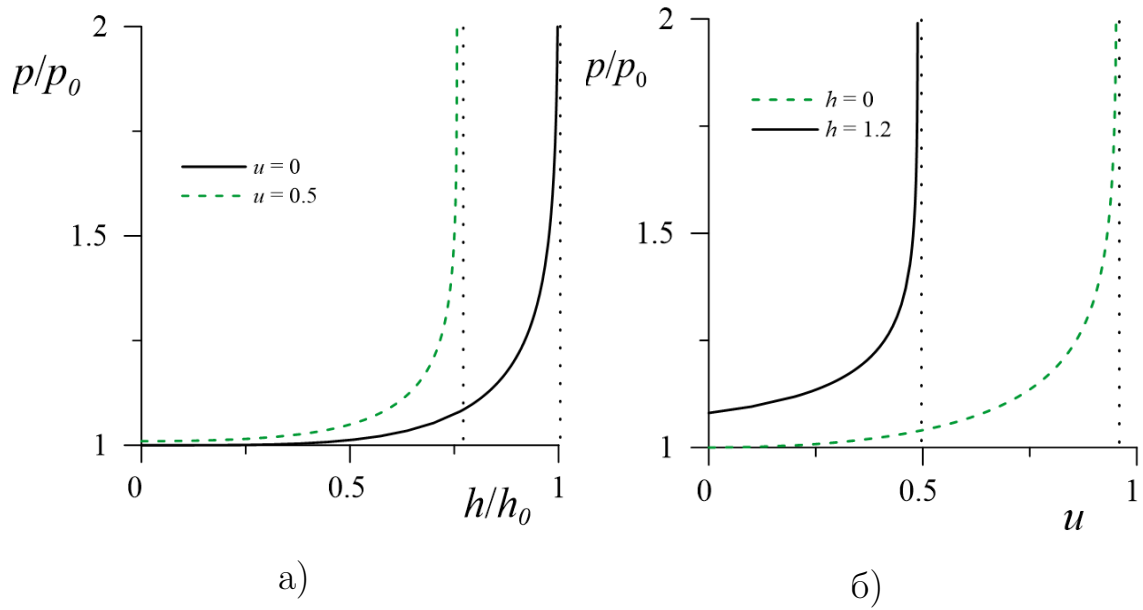


Рис. 4.13. Зависимость шага спирали холестерика от а) напряженности магнитного поля h и б) величины градиента сдвигового течения u . Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = 0$, $\lambda = 2$; $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика

градиентов сдвига получены аналитические выражения для шага холестерической спирали. Показано, что при слабых сдвиговых течениях шаг спирали зависит от градиента скорости сдвига квадратично, а вблизи перехода холестерик – нематик в сдвиговом потоке он расходится логарифмически.

Рассмотрены конфигурации, отвечающие различным ориентациям магнитного поля в плоскости сдвига: от направления вдоль градиента скорости ($\varphi_H = 0$) до направления вдоль сдвигового потока ($\varphi_H = \pi/2$). Для различных значений параметров системы построены диаграммы ориентационных переходов холестерик – нематик и зависимость шага спирали ориентационной структуры от величины градиента скорости сдвигового потока, реактивного параметра, напряжённости и угла ориентации магнитного поля. Показано, что магнитное поле, стабилизируя ориентацию директора в сдвиговом потоке, расширяет границы области ориентируемости холестериков, что позволяет сдвиговым потоком раскручивать спиральную структуру холестериков с реактивным параметром $\lambda < 1$.

Установлено, что конкурирующее воздействие магнитного поля и сдви-

гового течения, может привести к последовательности возвратных ориентационных переходов холестерик – нематик – холестерик, вызванных поворотом магнитного поля в плоскости сдвига. Наличие сдвигового течения в рассматриваемой геометрии приводит к понижению критической напряжённости магнитного поля перехода холестерик – нематик.

4.2. Ориентационные переходы в феррохолестерике с жёстким сцеплением в сдвиговом потоке и магнитном поле

В этой части главы исследовано раскручивание спиральной структуры феррохолестерика, вызванное совместным действием сдвигового потока и магнитного поля. Оба воздействия способны независимо индуцировать переход феррохолестерик – ферронематик, однако различия между ориентацией магнитным полем и направлением ориентации потоком приводят к конкуренции между магнитными и гидродинамическими механизмами воздействия на феррохолестерическую структуру. Были проанализированы различные ориентации внешнего магнитного поля относительно направления сдвигового потока. Шаг феррохолестерической спирали вычислялся как функция напряжённости и угла ориентации магнитного поля, градиента скорости сдвига, параметра влияния поля и реактивного параметра. Были рассчитаны ориентационные фазовые диаграммы перехода феррохолестерик – ферронематик и шаг феррохолестерической спирали как функция параметров системы. Установлено, что наложение сдвигового потока приводит к смещению порога раскручивания магнитным полем. Величина критического магнитного поля зависит от ориентации магнитного поля, градиента скорости, параметра влияния магнитного поля и коэффициентов вязкости. Показано, что совместное действие магнитного поля и сдвигового потока может вызывать возвратные ориентационные переходы типа феррохолестерик – ферронематик – феррохолестерик.

Основные результаты, представленные в этой части главы, опубликованы в статье [A2].

4.2.1. Феррохолестерик в сдвиговом потоке и магнитном поле

Рассмотрим сдвиговое течение со скоростью $\mathbf{v} = [0, u(x), 0]$ феррохолестерического жидкого кристалла, ось спирали которого ориентирована вдоль оси z ортогонально плоскости сдвигового течения xOy (рис. 4.14).

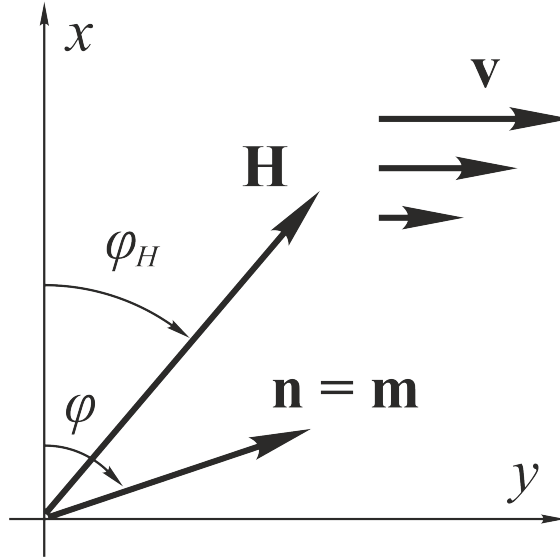


Рис. 4.14. Ориентация директора и намагниченности феррохолестерика в магнитном поле и сдвиговом потоке. Ось z направлена от наблюдателя.

Величину градиента скорости сдвигового потока $A = du(x)/dx$ будем считать постоянной во всем образце. Такое течение приводит к упорядочению молекул ЖК в плоскости сдвига под некоторым углом φ_0 относительно направления потока, который в рассматриваемой системе координат определяется соотношением $\cos 2\varphi_0 = -1/\lambda$ [60].

Исследуем деформации спиральной ориентационной структуры ФХ при жёстком сцеплении между магнитными частицами и ЖК-матрицей ($w \rightarrow \infty$).

Приложим магнитное поле $\mathbf{H} = H(\cos \varphi_H, \sin \varphi_H, 0)$ ортогонально оси спирали феррохолестерика под некоторым углом φ_H в плоскости сдвигового течения xOy . Анизотропию диамагнитной восприимчивости χ_a жидкого кристалла будем считать положительной, поэтому вектор \mathbf{n} стремится ориентироваться по полю. В этом случае магнитное поле и сдвиговое те-

чение оказывают конкурирующее воздействие на феррохолестерик. Каждое из этих воздействий ориентирует директор феррохолестерика в своем направлении в плоскости xOy , индуцируя раскручивание его спиральной ориентационной структуры.

Система (2.1) – (2.5) в этом случае упрощается, а объёмную плотность свободной энергии феррохолестерического жидкого кристалла F_V с учётом жёсткого поверхностного сцепления магнитных частиц с ЖК-матрицей можно записать в следующем виде [4, 9, 121]

$$\begin{aligned}
 F_V &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4, & (4.28) \\
 F_1 &= \frac{1}{2} \left[K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n} + q_0)^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2 \right], \\
 F_2 &= -\frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, & F_3 &= -M_S f \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}, \\
 F_4 &= \frac{k_B T}{v_p} f \ln f.
 \end{aligned}$$

Здесь K_{11} , K_{22} , K_{33} – константы Франка, q_0 – волновое число невозмущенной спиральной структуры холестерического жидкого кристалла (для определённости будем считать его положительным), M_S – намагниченность насыщения материала магнитных частиц, v_p – объем магнитной частицы, k_B – постоянная Больцмана, T – температура.

Вклад F_1 в плотность свободной энергии (4.28) определяет энергию ориентационно-упругих деформаций поля директора, F_2 – объёмная плотность энергии взаимодействия магнитного поля \mathbf{H} с ЖК-матрицей, F_3 – объёмная плотность энергии взаимодействия магнитного поля \mathbf{H} с магнитными моментами $\boldsymbol{\mu} = M_S v_p \mathbf{n}$ частиц, F_4 – вклад энтропии смешения идеального раствора магнитных частиц в свободную энергию феррохолестерика. Из-за малой объёмной доли феррочастиц $f \ll 1$ в суспензии пренебрегаем магнитными диполь-дипольными взаимодействиями.

Изучим ориентационные эффекты в феррохолестерическом жидком кристалле в бессегрегационном пределе [4], считая распределение N магнитных частиц в объёме V суспензии однородным со средней объёмной долей частиц $f(\mathbf{r}) = \bar{f} \equiv N v_p / V$.

В силу жёсткого сцепления подсистем положение директора и единичного вектора намагниченности описывается одним вектором

$$\mathbf{n} = [\cos \varphi(z), \sin \varphi(z), 0], \quad (4.29)$$

как показано на рисунке рис. 4.14. Вследствие пространственной геликоидальной структуры директора ХЖК-матрицы вектор намагниченности также спирально закручен в пространстве и в этом отношении феррохолестерик является жидкокристаллическим аналогом геликоидального ферромагнетика.

Для однородного стационарного сдвигового потока с постоянным градиентом скорости условие несжимаемости (2.2) выполняется тождественно, а уравнение движения среды (2.1) позволяет вычислить давление в системе. Уравнение движения директора (2.5) запишется следующим образом:

$$\gamma_1 \frac{\partial n_i}{\partial t} = -\frac{\partial F_V}{\partial n_i} + \nabla_k \frac{\partial F_V}{\partial (\nabla_k n_i)}, \quad (4.30)$$

С учётом (4.29) объёмная плотность свободной энергии феррохолестерика (4.28) примет вид

$$F_V = \frac{K_{22}}{2} \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right)^2 - \frac{\chi_a H^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_H) - M_S \bar{f} H \cos(\varphi - \varphi_H) + \frac{k_B T}{v_p} \bar{f} \ln \bar{f}. \quad (4.31)$$

Проекция уравнения ориентационного движения (4.30) для поля директора \mathbf{n} (4.29) на оси координат x и y запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} -K_{22} \left[\frac{d^2 \varphi}{dz^2} \sin \varphi + 2 \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right) \frac{d\varphi}{dz} \cos \varphi \right] + \chi_a H^2 \cos \varphi_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \\ + M_S \bar{f} H \cos \varphi_H + \lambda_1 \cos \varphi = \frac{A}{2} (\gamma_1 + \gamma_2 + \bar{f} (\gamma_{1p} + \gamma_{2p})) \sin \varphi, \\ K_{22} \left[\frac{d^2 \varphi}{dz^2} \cos \varphi - 2 \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right) \frac{d\varphi}{dz} \sin \varphi \right] + \chi_a H^2 \sin \varphi_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \\ + M_S \bar{f} H \sin \varphi_H + \lambda_1 \sin \varphi = \frac{A}{2} (\gamma_2 - \gamma_1 - \bar{f} (\gamma_{1p} + \gamma_{2p})) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Исключая из уравнений (4.32) неопределенный множитель Лагранжа λ_1 , с учётом малости $\bar{f}(\gamma_{1p} + \gamma_{2p})/\gamma_1 \ll 1$ получим уравнение для угла $\varphi(z)$ ориентации директора и намагниченности

$$K_{22} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} - \frac{\chi_a H^2}{2} \sin 2(\varphi - \varphi_H) - M_S \bar{f} H \sin(\varphi - \varphi_H) + \frac{A}{2} (\gamma_1 - \gamma_2 \cos 2\varphi) = 0. \quad (4.33)$$

Введём безразмерные величины

$$\begin{aligned} \zeta &= q_0 z, & h &= \frac{H}{H_q}, & u &= \frac{A}{A_0}, \\ \lambda &= -\frac{\gamma_2}{\gamma_1}, & \xi &= \frac{M_S \bar{f}}{q_0 \sqrt{K_{22} \chi_a}}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

здесь ζ – безразмерная координата, h – безразмерная напряжённость магнитного поля. В качестве единицы измерения поля выбрана величина $H_q = q_0 \sqrt{K_{22}/\chi_a}$, при которой диамагнитный F_2 и упругий F_1 вклады в свободную энергию (4.28) оказываются одного порядка. Она простым образом связана с полем перехода холестерик – нематик: $H_c = \pi H_q/2$ [9]. Сопоставление упругого F_1 и ферромагнитного F_3 вкладов определяет ещё одно характерное поле $H_d = K_{22} q_0^2 / M_S \bar{f}$, которое соответствует полю перехода феррохолестерик – ферронематик при преобладании дипольного механизма влияния магнитного поля над квадрупольным [121].

Величина $\xi = H_q/H_d$ является отношением двух указанных выше характерных магнитных полей [121]. Если $\xi < 1$, то преобладающим механизмом влияния магнитного поля на ориентационную структуру феррохолестерика является воздействие на ЖК подсистему. При $\xi > 1$ основным механизмом оказывается воздействие на примесную магнитную подсистему.

Параметр u определяет безразмерное значение градиента скорости сдвигового потока, в качестве единицы измерения которого выбрана величина $A_0 = K_{22} q_0^2 / |\gamma_2|$. Здесь коэффициент вращательной вязкости холестерика γ_2 взят по абсолютной величине, поскольку он отрицателен в ЖК с

палочкообразными молекулами [9]. Реактивный параметр λ задаётся отношением коэффициентов вращательной вязкости жидкого кристалла.

Для проведения численных расчетов сделаем предварительно оценки безразмерных параметров (4.34), полагая, согласно [1, 71] $\chi_a \approx 10^{-7}$, $f \approx 10^{-5}$, $q_0 \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$, $K_{22} \approx 10^{-7} \text{ дин}$, $M_s \approx 10^2 \text{ Гс}$, $\gamma_1, \gamma_2 \approx 10^{-1} \text{ пуаз}$, $d \approx 10^{-5} \text{ см}$. Выбирая $H \approx 10^4 \text{ Э}$, $A \approx 1 \text{ с}^{-1}$, получаем $\lambda \approx 1$, $h \approx 1$, $\xi \approx 1$ и $u \approx 10^{-2}$.

В безразмерной форме уравнение (4.33) примет следующий вид

$$\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2} - \frac{h^2}{2} \sin 2(\varphi - \varphi_H) - \xi h \sin(\varphi - \varphi_H) + \frac{u}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \cos 2\varphi \right) = 0. \quad (4.35)$$

Уравнение (4.35) определяет угол φ ориентации директора и намагниченности ФХ как функцию напряжённости h и угла ориентации магнитного поля φ_H , параметра влияния поля на систему ξ , реактивного параметра λ и интенсивности сдвигового потока u . Его можно получить также, воспользовавшись подходом, предложенным в работах [55, 57, 66, 142]. Для этого введём эффективный потенциал F_{ef} , который в безразмерном виде может быть записан следующим образом:

$$F_{ef} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{d\zeta} - 1 \right)^2 - \frac{h^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_H) - \xi h \cos(\varphi - \varphi_H) - \frac{u}{2} \left(\sin \varphi \cos \varphi + \frac{\varphi}{\lambda} \right). \quad (4.36)$$

Уравнение (4.35) получается из уравнения Эйлера – Лагранжа, записанного для функции $F_{ef}[\varphi(\zeta), \varphi'(\zeta)]$.

Проанализируем совместное действие сдвигового течения и магнитного поля на спиральную структуру феррохолестерика для различных ориентаций магнитного поля в плоскости сдвигового течения xOy (см. рис. 4.14).

В раскрученной (ферронематической) фазе при наличии магнитного поля и сдвигового потока директор ориентируется во всем образце под

некоторым углом $\varphi_c = \text{const}$ к направлению градиента скорости, который находится из уравнения (4.35):

$$h_c^2 \sin 2(\varphi_c - \varphi_H) + 2\xi h_c \sin(\varphi_c - \varphi_H) = u_c (1/\lambda + \cos 2\varphi_c), \quad (4.37)$$

где h_c и u_c – критические значения магнитного поля и величины градиента сдвигового потока, при которых происходит раскручивание феррохолестерической спирали.

Интегрируя уравнение (4.35), получаем

$$\frac{d\varphi}{d\zeta} = \pm \sqrt{R_{FC}}, \quad (4.38)$$

$$R_{FC} = C - h^2 \cos^2(\varphi - \varphi_H) - 2\xi h \cos(\varphi - \varphi_H) - u(\sin \varphi \cos \varphi + \varphi/\lambda).$$

Возможное направление закручивания феррохолестерической спирали осуществляется выбором одного из знаков в выражении (4.38). Невозмущенная ($h = u = 0$) структура феррохолестерика описывается решением $\varphi = \zeta = q_0 z$. Мы полагаем $q_0 > 0$, чему отвечает верхний знак в формуле (4.38). Константа интегрирования C зависит от $h, \varphi_H, \xi, u, \lambda$ и равна единице в отсутствие поля и сдвига.

Найдём шаг спирали феррохолестерика. Интегрирование по периоду структуры p соответствует изменению угла φ на 2π , поэтому, учитывая выражение (4.38), получим:

$$p = \int_0^p d\zeta = \int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \left(\frac{d\zeta}{d\varphi} \right) d\varphi = \int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \frac{d\varphi}{\sqrt{R_{FC}}}. \quad (4.39)$$

Константа интегрирования C может быть найдена из условия минимума эффективной свободной энергии, приходящейся на виток спиральной структуры ФХ:

$$F_p = \frac{1}{p} \int_0^p F_{ef} d\zeta = \frac{1}{p} \int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{FC}} d\varphi - \frac{2\pi}{p} + \frac{1 - C}{2}.$$

Условие минимума $dF_p/dC = 0$ с учётом соотношений (4.38) – (4.39)

даёт уравнение для C :

$$\int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{FC}} d\varphi = 2\pi. \quad (4.40)$$

Критическое значение C_c , соответствующее переходу феррохолестерик – ферронематик, т.е. обращению шага спирали в бесконечность, может быть получено из уравнения (4.38). В раскрученной (нематической) фазе $d\varphi/d\zeta = 0$, следовательно

$$C_c = h_c^2 \cos^2(\varphi_c - \varphi_H) + 2\xi h_c \cos(\varphi_c - \varphi_H) + u_c(\sin \varphi_c \cos \varphi_c + \varphi_c/\lambda).$$

Подставляя C_c в (4.40), получим условие

$$\int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{FC}(C_c)} d\varphi = 2\pi, \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} R_{FC}(C_c) = & h_c^2 [\cos^2(\varphi_c - \varphi_H) - \cos^2(\varphi - \varphi_H)] + \\ & + 2\xi h_c [\cos(\varphi_c - \varphi_H) - \cos(\varphi - \varphi_H)] + \\ & + u_c [\sin \varphi_c \cos \varphi_c - \sin \varphi \cos \varphi + (\varphi_c - \varphi)/\lambda], \end{aligned}$$

определяющее совместно с выражением (4.37) критические значения u_c и h_c , при которых происходит переход феррохолестерик – ферронематик.

В отсутствие магнитной примеси ($\xi = 0$) и сдвигового течения ($u = 0$) в раскрученной нематической фазе директор ориентируется вдоль магнитного поля: $\varphi_c = \varphi_H$. В этом случае система уравнений (4.37) – (4.41), определяющая шаг спирали, упрощается:

$$p = p_0 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 E(k)K(k), \quad (4.42)$$

$$h = \frac{\pi k}{2E(k)}, \quad (4.43)$$

где $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика, $K(k)$ и $E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода [140]. Соотношения (4.42) и (4.43) совпадают с выражениями, полученными в работе [14]. В

точке перехода холестерик – нематик шаг спирали (4.42) обращается в бесконечность. Этому значению шага отвечает $k = 1$, при котором $K(1) = \infty$ и $E(1) = 1$, тогда из уравнения (4.43) следует, что безразмерное критическое поле магнитного перехода холестерик – нематик принимает значение $h_0 = \pi/2$.

Уравнения (4.37) – (4.41), определяющие кривые ориентационного перехода феррохолестерик – ферронематик, решались численно. Полученные фазовые диаграммы представлены на рис. 4.15 – 4.19. Области, ограниченные на этих диаграммах кривыми и осями координат, отвечают феррохолестерической фазе; внешние к кривым области соответствуют ферронематической фазе.

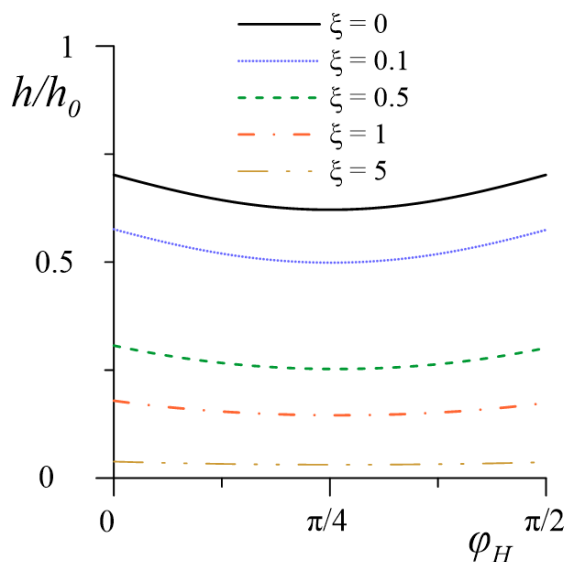


Рис. 4.15. Диаграмма ориентационного фазового перехода ФХ – ФН на плоскости $h - \varphi_H$ при различных значениях параметра ξ для $\lambda = 2$ и $u = 0.3$

На рис. 4.15 изображена диаграмма фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $h - \varphi_H$ при различных значениях параметра влияния магнитного поля ξ . Отметим, что случай $\xi = 0$ соответствует ХЖК без магнитной примеси. Из полученной диаграммы видно, что критическое значение h_c в ФХ при наличии течения $u \neq 0$ меньше поля магнитного перехода холестерик – нематик h_0 , а в диапазоне значений угла ориентации магнитного поля $\varphi_H \in [0, \pi/2]$ поле перехода достигает

минимального значения при $\varphi_H = \pi/4$.

Характерной особенностью диаграммы на рис. 4.15 является наличие области неоднозначности, в которой одному и тому же значению h_c соответствуют два значения угла ориентации поля из рассматриваемого интервала. Это означает, что при фиксированных значениях u и h поворотом магнитного поля можно индуцировать последовательность возвратных переходов феррохолестерик – ферронематик – феррохолестерик. Причина появления возвратных ориентационных переходов связана с конкуренцией между магнитным и гидродинамическим механизмами воздействия, которые стремятся раскрутить спиральную структуру в разных направлениях. Как видно из рис. 4.15, диапазон значений магнитного поля, допускающий возвратную холестерическую фазу уменьшается с ростом ξ , т.е. с увеличением концентрации магнитной примеси.

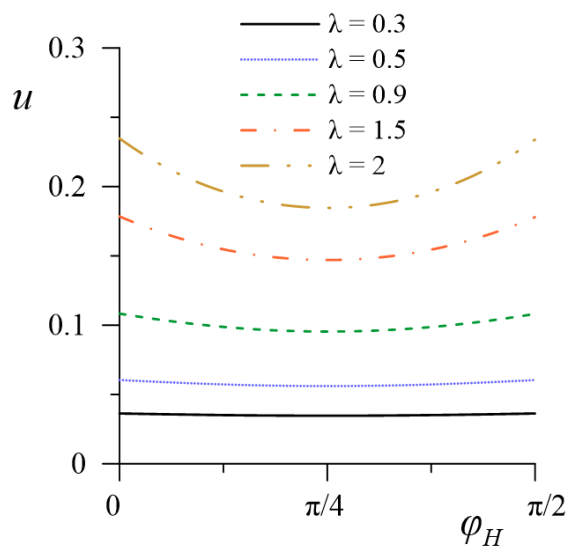


Рис. 4.16. Диаграмма ориентационного фазового перехода ФХ – ФН на плоскости $u - \varphi_H$ для $\xi = 0.1$ и $h = 1$ при различных значениях реактивного параметра λ

На рис. 4.16 представлена диаграмма фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - \varphi_H$ для $h = 1$ при различных значениях реактивного параметра, в том числе, соответствующих ЖК-матрицам с $\lambda < 1$, неориентируемым сдвиговым потоком. Как показывают численные расчеты, магнитное поле стабилизирует ориентационную

структуру ФХ в сдвиговом потоке, расширяя область допустимых значений реактивного параметра, для которых существуют стационарные состояния директора. Это приводит к возможности раскручивания спиральной структуры феррохолестериков с $\lambda < 1$. Из рис. 4.16 видно, что при уменьшении λ критическое значение u_c понижается и начинает слабо зависеть от ориентации внешнего магнитного поля.

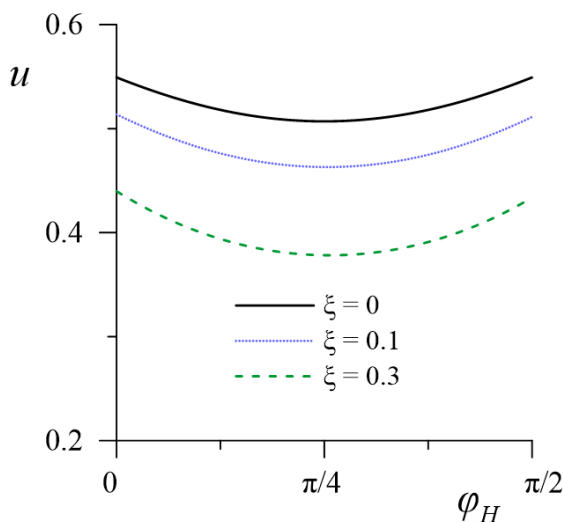


Рис. 4.17. Диаграмма ориентационного фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - \varphi_H$ при $h = 0.4$, $\lambda = 2$

На рис. 4.17 изображена диаграмма ориентационных фазовых переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - \varphi_H$. На диаграмме присутствуют области неоднозначности, отвечающие возвратным переходам, которые происходят при повороте магнитного поля. Увеличение параметра ξ уменьшают величину градиента сдвигового потока, отвечающую переходам феррохолестерик – ферронематик – феррохолестерик.

На рис. 4.18 и 4.19 представлены диаграммы переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - h$ для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = \varphi_0$ при различных значениях реактивного параметра λ и параметра влияния магнитного поля ξ . Как видно из рис. 4.18а и 4.18б, в рассматриваемой конфигурации сдвиговое течение понижает критическое магнитное поле, обращая его в нуль при некоторой величине градиента скорости сдвига u_{c0} , зависящей от реактивного параметра λ . Увеличение реактивного параметра приводит к повышению критического значения гради-

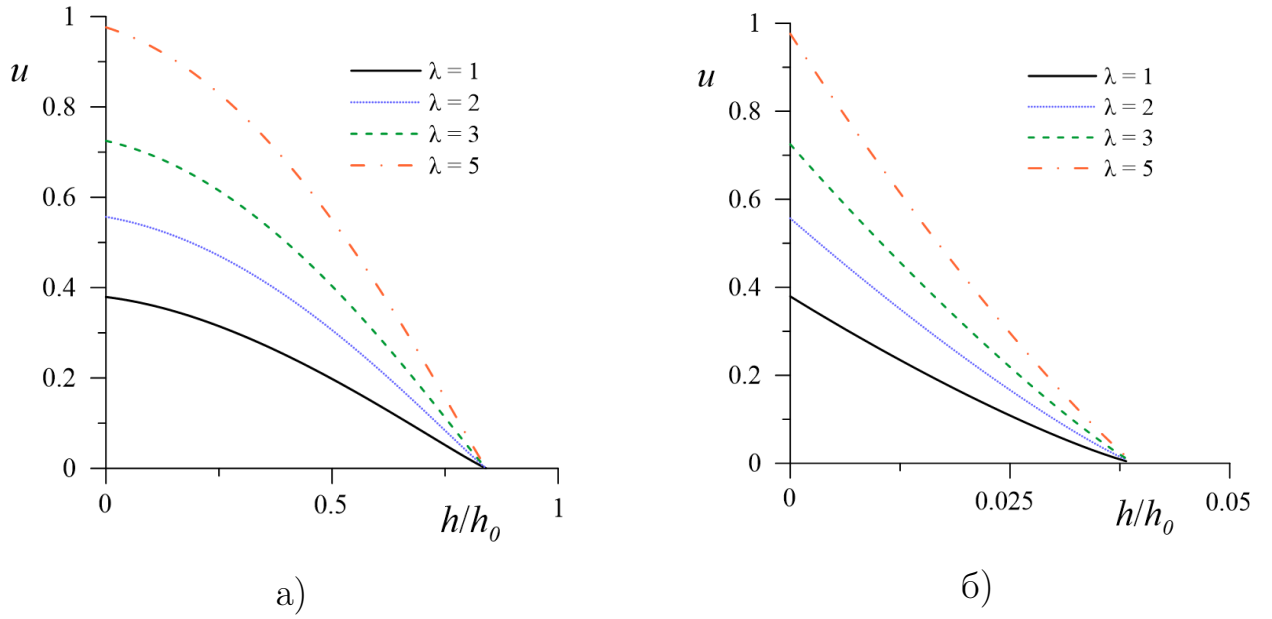


Рис. 4.18. Диаграмма ориентационного фазового перехода ФХ – ФН на плоскости $u - h$ в зависимости от реактивного параметра λ для а) квадрупольного ($\xi = 0.1$) и б) дипольного ($\xi = 10$) режимов. Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = \varphi_0$

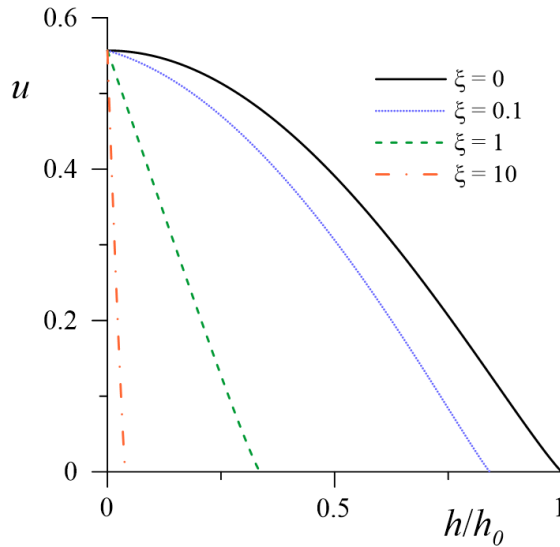


Рис. 4.19. Диаграмма ориентационного фазового перехода ФХ – ФН на плоскости $u - h$ для различных значений параметра влияния магнитного поля ξ при $\lambda = 2$, $\varphi_H = \varphi_0$

ента скорости сдвига u_c . Как видно из рис. 4.19, при фиксированном реактивном параметре λ для $\xi \neq 0$ поле перехода h_c меньше соответствующего критического значения h_0 в чистом холестерике. Этот эффект понижения

поля перехода проявляется сильнее в дипольном режиме ($\xi > 1$) с ростом величины ξ .

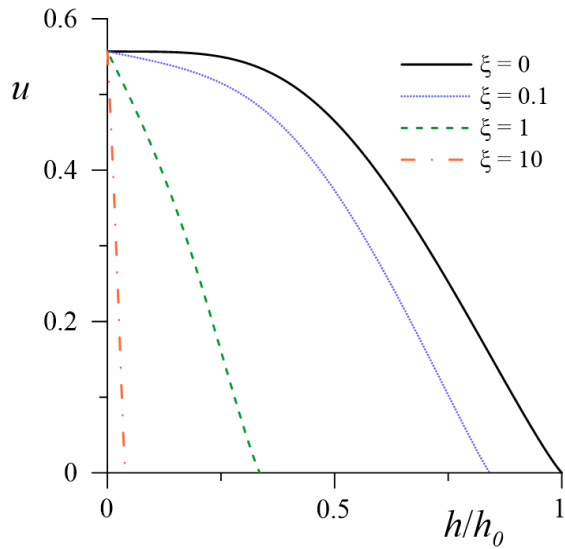


Рис. 4.20. Диаграмма ориентационного фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - h$ для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = 0$ при различных значениях ξ

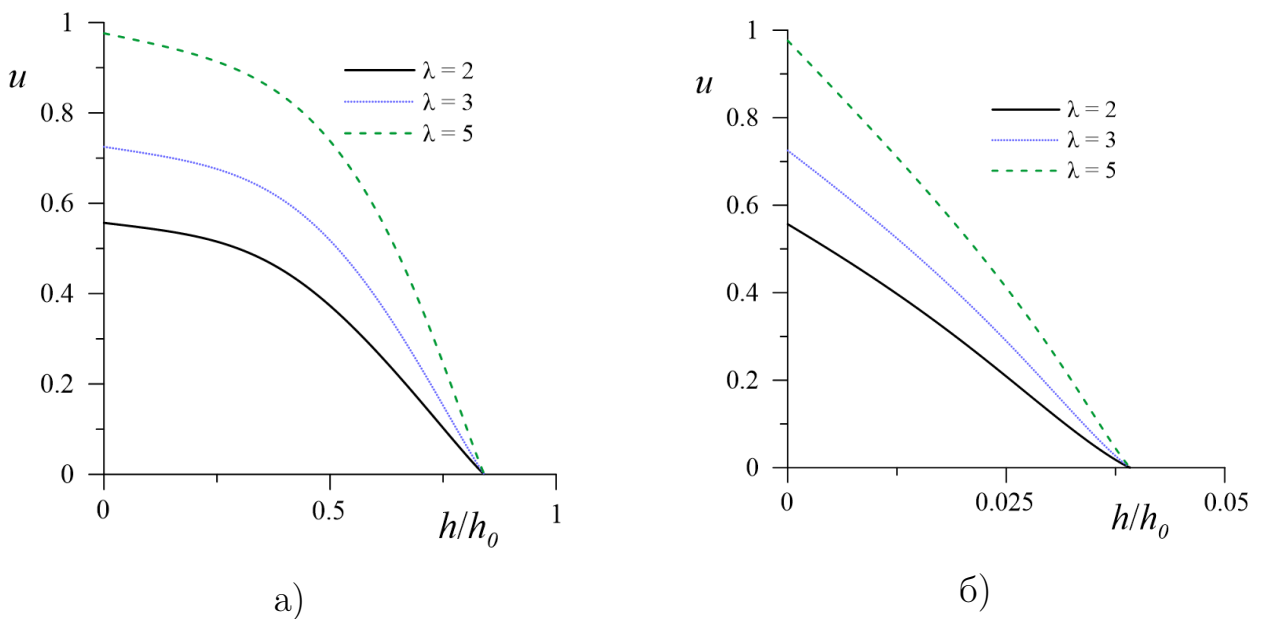


Рис. 4.21. Диаграмма ориентационного фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - h$ в зависимости от реактивного параметра λ для а) квадрупольного ($\xi = 0.1$) и б) дипольного ($\xi = 10$) режимов. Магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = 0$

Расчёты, проведённые для других углов ориентации поля $\varphi_H \in [0, \pi/2]$,

не выявляют качественных различий в диаграммах переходов ФХ – ФН при сравнении их с зависимостями, представленными на рис. 4.18 и 4.19. Как видно из диаграммы переходов феррохолестерик – ферронематик, отвечающей ориентации магнитного поля по направлению градиента скорости под углом $\varphi_H = 0$ (рис. 4.20), линии ориентационных переходов аналогичны тем, что были получены для угла $\varphi_H = \varphi_0$ (рис. 4.18).

На рис. 4.21 представлены диаграммы переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - h$ для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = 0$ при различных значениях реактивного параметра λ и параметра влияния магнитного поля ξ . Как видно из рис. 4.21а и 4.21б, в рассматриваемой конфигурации сдвиговое течение понижает критическое магнитное поле, обращая его в нуль при некоторой величине градиента сдвига u_0 , зависящей от реактивного параметра λ . Увеличение реактивного параметра (уменьшение коэффициента вращательной вязкости γ_1) приводит к повышению критического значения градиента скорости сдвига u_c . При фиксированном значении реактивного параметра λ для всех отличных от нуля значений параметра влияния магнитного поля ξ поле перехода h_c меньше соответствующего критического значения $h_0 = \pi/2$ в чистом холестерике. Эффект понижения поля перехода проявляется сильнее в дипольном режиме ($\xi > 1$) с ростом величины ξ .

Наиболее интересным оказывается случай ориентации магнитного поля перпендикулярно ориентирующему направлению сдвигового потока ($\varphi_H = \varphi_0 - \pi/2$). В этом случае в системе наблюдаются различные возвратные ориентационные переходы. Из диаграммы 4.22а видно, что в квадрупольном режиме ($\xi < 1$) при $\lambda > 1$ сначала появляется возможность для возвратных ориентационных переходов, индуцированных магнитным полем h . С увеличением реактивного параметра ширина δ_u области таких переходов растёт, одновременно с этим становится отличной от нуля ширина δ_h области возвратных переходов, индуцируемых сдвиговым потоком u . Из диаграмм на рис. 4.22б и 4.22в следует, что при переходе к дипольному режиму ($\xi > 1$) индуцировать магнитным полем возвратные переходы нельзя. В то же время при увеличении реактивного параметра λ возможными оказыва-

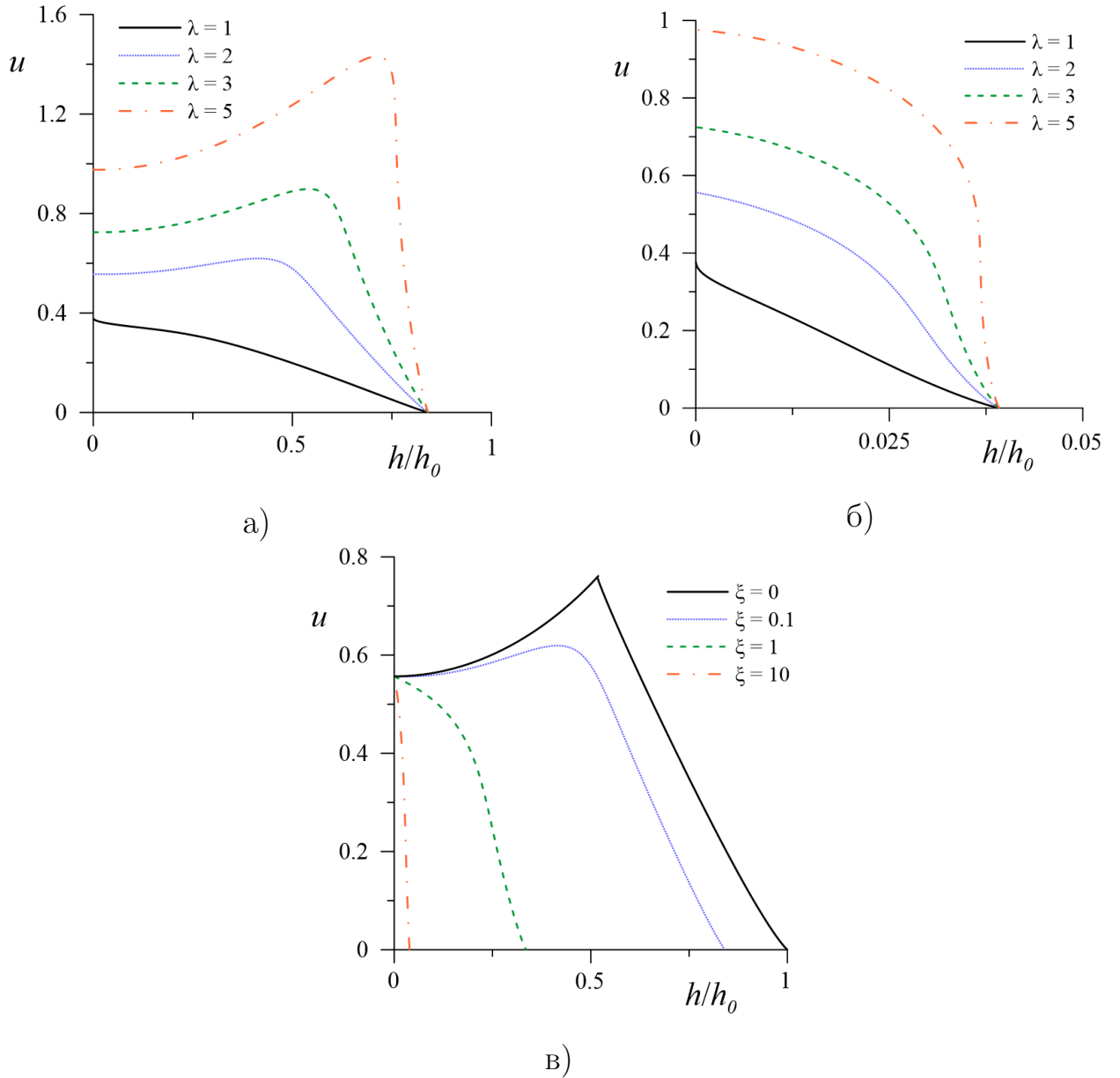


Рис. 4.22. Диаграмма ориентационного фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - h$ в зависимости от реактивного параметра λ для а) квадрупольного ($\xi = 0.1$) и б) дипольного ($\xi = 10$) режимов, а также для в) различных значений параметра влияния магнитного поля ξ при $\lambda = 2$. Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = \varphi_0 - \pi/2$

ются возвратные переходы, вызываемые сдвиговым потоком.

Шаг спирали феррохолестерика находится путем численного решения уравнений (4.37) – (4.41). На рис. 4.23 показаны зависимости приведённого шага спирали p/p_0 от напряжённости магнитного поля h и величины

градиента сдвигового течения u при различных значениях параметра влияния магнитного поля ξ для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = \varphi_0$. Шаг феррохолестерической спирали, частично раскрученной сдвиговым

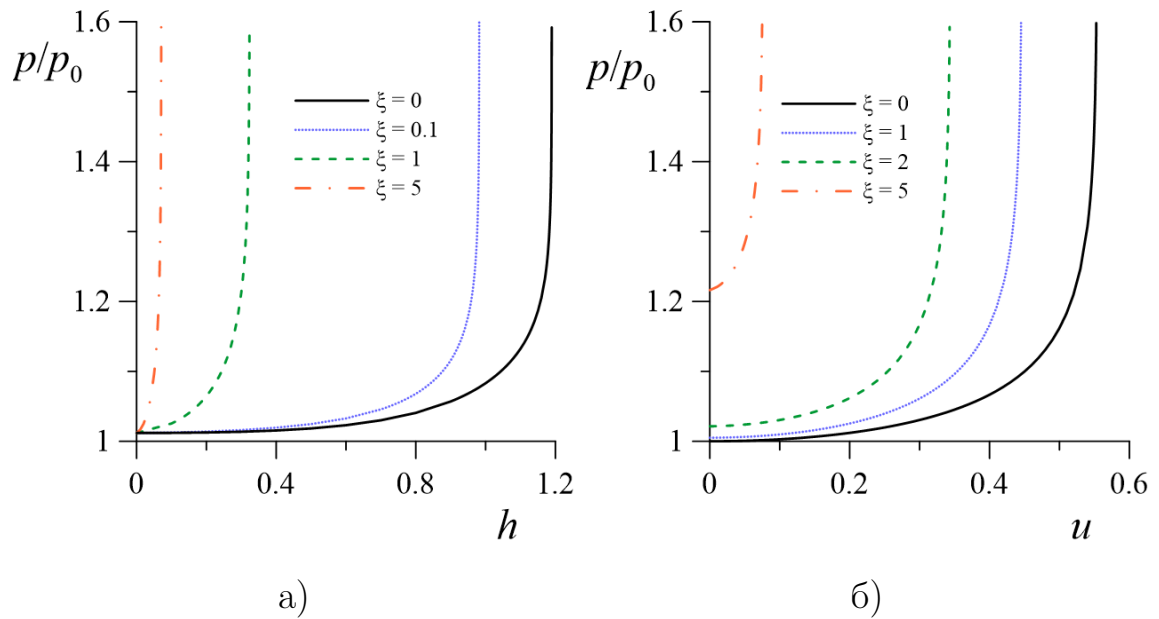


Рис. 4.23. Зависимость шага спирали феррохолестерика от а) напряжённости магнитного поля h и б) величины градиента сдвигового течения u при различных режимах влияния магнитного поля, ориентированного под углом $\varphi_H = \varphi_0$; здесь $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спиральной структуры

поток (рис. 4.23а, $u = 0.2$) или полем (рис. 4.23б, $h = 0.1$) медленно растёт в слабых полях h и малых градиентах скорости сдвига u , но начинает сильно увеличиваться, приближаясь к критическим значениям h_c или u_c , при которых он расходится. Как видно из фазовой диаграммы на рис. 4.19, пороговые значения $h_c < h_0$ и $u_c < u_0$. Здесь h_0 представляет собой критическое значение напряжённости магнитного поля перехода холестерик – нематик, а под u_0 – критическая величина градиента скорости при переходе холестерик – нематик только в сдвиговом потоке.

На рис. 4.24 показана зависимость шага спирали ФХ от угла ориентации магнитного поля φ_H для параметров, соответствующих области существования возвратных ориентационных переходов (см. кривую $\xi = 0.1$ на рис. 4.15). При фиксированных значениях поля h и градиента скорости течения u , когда феррохолестерическая спираль деформирована ($p/p_0 > 1$),

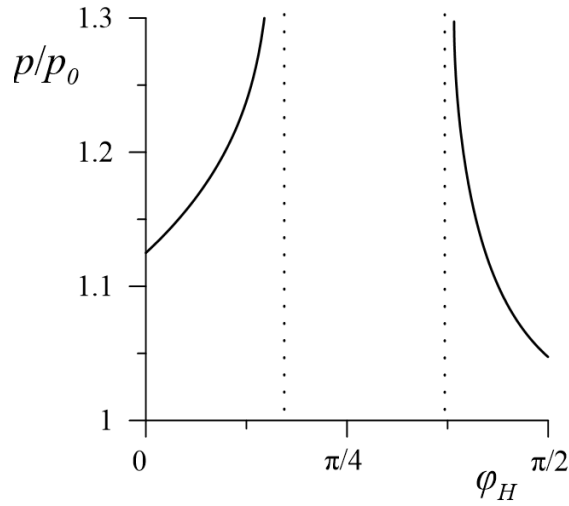


Рис. 4.24. Зависимость шага спирали феррохолестерика от угла ориентации магнитного поля φ_H для $\lambda = 2$, $h = 0.8$, $u = 0.3$, $\xi = 0.1$; здесь $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спиральной структуры

поворот магнитного поля, соответствующий увеличению угла φ_H , приводит к более эффективному совместному влиянию поля и течения на ФХ, раскручивая спираль и вызывая ориентационный переход ФХ – ФН. Последующее увеличение угла ориентации поля φ_H уменьшает эффект совместного действия поля и течения на ФХ и происходит обратный переход в феррохолестерическую фазу.

На рис. 4.25 показаны зависимости приведённого шага спирали феррохолестерика p/p_0 от напряжённости магнитного поля h и величины градиента сдвигового течения u для угла ориентации магнитного поля $\varphi_H = 0$. Поведение шага аналогично случаю раскручивания спирали магнитным полем, ориентированным под углом $\varphi_H = \varphi_0$.

4.2.2. Заключение

Теоретически исследовано совместное воздействие магнитного поля и сдвигового течения на спиральную ориентационную структуру феррохолестерического ЖК. Сцепление между ЖК-матрицей и магнитными частицами считалось жёстким и планарным. Ось спирали феррохолестерика

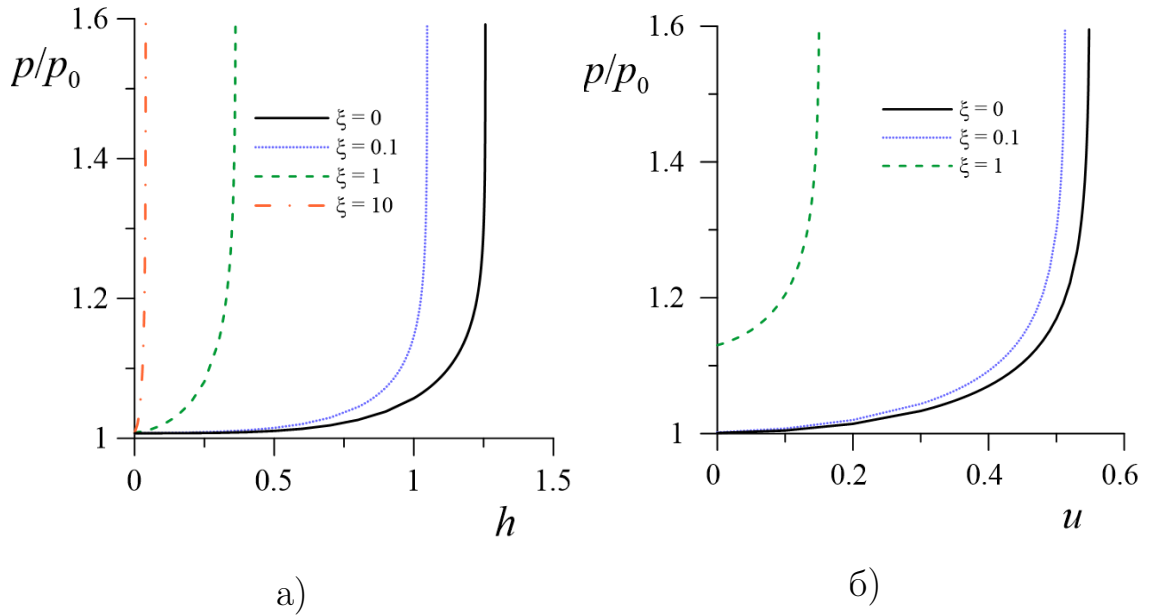


Рис. 4.25. Зависимость шага спирали феррохолестерика от а) напряжённости магнитного поля h для $u = 0.2$ и б) величины градиента сдвигового течения u для $h = 0.4$ для различных значений параметра ξ . Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = 0$, $\lambda = 2$. Здесь $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали холестерика

была ориентирована ортогонально плоскости сдвигового потока, величина градиента скорости которого предполагалась постоянной во всем образце.

Построены диаграммы ориентационных переходов ФХ – ФН для разных значений величины градиента скорости сдвигового потока, реактивного параметра, параметра влияния поля, напряжённости и угла ориентации магнитного поля. Получены зависимости шага спирали ориентационной структуры от напряжённости магнитного поля и величины градиента скорости сдвигового потока в дипольном ($\xi > 1$) и квадрупольном ($\xi < 1$) режимах влияния магнитного поля для различных значений параметра λ .

Показано, что добавление феррочастиц в холестерик приводит к понижению полей перехода ФХ – ФН для рассматриваемых ориентаций магнитного поля. Установлено, что конкурирующее действие магнитного поля и сдвигового течения приводит к возвратным переходам ФХ – ФН – ФХ, вызванных поворотом магнитного поля в плоскости сдвигового потока.

4.3. Влияние конечного сцепления на ориентационные переходы феррохолестерик – ферронематик в сдвиговом потоке и магнитном поле

В этой части главы в рамках континуальной теории исследованы эффекты мягкого поверхностного сцепления жидкокристаллической и магнитной подсистем при совместном действии сдвигового течения и магнитного поля на феррохолестерический жидкий кристалл. Рассматривается геометрия, в которой ось спиральной структуры перпендикулярна магнитному полю и плоскости сдвигового потока. Магнитное поле и течение вызывают конкуренцию между механизмами влияния на систему, раскручивая спиральную структуру. Получена зависимость шага спирали от материальных параметров системы. Построены диаграммы переходов феррохолестерик – ферронематик. Показано, что увеличение энергии сцепления приводит к уменьшению необходимых для раскручивания спиральной структуры критических полей. Исследованы магнитные характеристики деформированного состояния феррохолестерика и изучена возможность намагничивать феррохолестерический ЖК с помощью сдвиговых напряжений.

Основные результаты, представленные в этой части главы, опубликованы в статьях [А5–А6].

4.3.1. Мягкий феррохолестерик в сдвиговом потоке и магнитном поле

Рассмотрим сдвиговое течение $\mathbf{v} = [0, u(x), 0]$ с постоянным градиентом скорости сдвигового потока $A = du(x)/dx$ неограниченного феррохолестерического жидкого кристалла, ось спирали которого ориентирована ортогонально плоскости сдвига xOy вдоль оси z (рис. 4.26). Такое течение приводит к упорядочению молекул ЖК в плоскости сдвига под некоторым углом φ_0 относительно направления потока. В рассматриваемой системе

координат φ_0 определяется соотношением $\cos 2\varphi_0 = -1/\lambda$ [60].

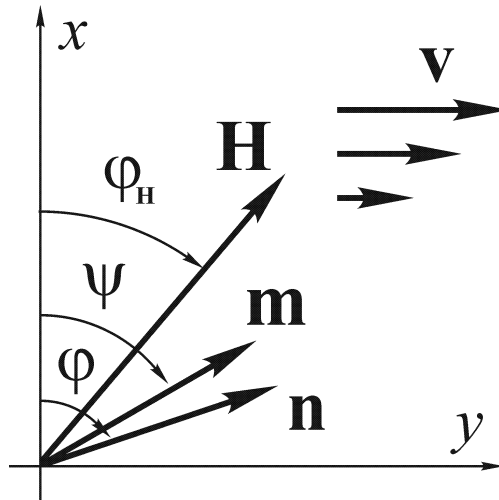


Рис. 4.26. Ориентация директора и намагниченности феррохолестерика в магнитном поле и сдвиговом потоке

Приложим ортогонально оси спирали ФХ под некоторым углом φ_H в плоскости сдвига xOy магнитное поле $\mathbf{H} = H(\cos \varphi_H, \sin \varphi_H, 0)$. Единичный вектор намагниченности \mathbf{m} феррохолестерика имеет тенденцию к выстраиванию вдоль магнитного поля. Анизотропию диамагнитной восприимчивости χ_a жидкого кристалла будем считать положительной, поэтому директор \mathbf{n} также стремится ориентироваться по полю. Мы будем полагать сцепление между магнитными частицами и ЖК-матрицей конечным и планарным, то есть в отсутствие внешних воздействий директор и намагниченность параллельны ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$), а при наличии внешних полей могут быть ориентированы друг по отношению к другу под некоторым углом в зависимости от приложенного поля.

В рассматриваемом случае магнитное поле и сдвиговое течение оказывают конкурирующее воздействие на феррохолестерик. Каждое из воздействий ориентирует директор феррохолестерика в своем направлении в плоскости xOy , индуцируя раскручивание его спиральной ориентационной структуры.

Объёмная плотность свободной энергии феррохолестерика F_V с учетом мягкого (конечного) поверхностного сцепления магнитных частиц с

ЖК матрицей [4, 9, 121, 130, 141, 143] запишется в следующем виде

$$\begin{aligned}
 F_V &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5, & (4.44) \\
 F_1 &= \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n} + q_0)^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2], \\
 F_2 &= -\frac{1}{2}\chi_a(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, & F_3 &= -M_S f \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}, \\
 F_4 &= \frac{k_B T}{v_p} f \ln f, & F_5 &= -\frac{w}{d} f(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2.
 \end{aligned}$$

Здесь K_{11} , K_{22} , K_{33} – константы Франка, q_0 – волновое число невозмущенной спиральной структуры холестерического жидкого кристалла (будем считать $q_0 > 0$, что соответствует недеформированной спирали $\varphi = q_0 z$), M_S – намагниченность насыщения материала феррочастиц, v_p и d – объем и диаметр частиц, k_B – постоянная Больцмана, T – температура, w – поверхностная плотность энергии сцепления молекул ЖК с феррочастицами. Для случая $w > 0$ в отсутствие магнитного поля минимуму энергии соответствуют параллельная ориентация директора и единичного вектора намагниченности ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$), называемая планарным сцеплением между директором и намагниченностью.

Вклад F_1 в плотность свободной энергии F_V (4.44) определяет энергию ориентационно-упругих деформаций поля директора, F_2 – объёмную плотность энергии взаимодействия магнитного поля \mathbf{H} с ЖК-матрицей, F_3 – объёмную плотность энергии взаимодействия магнитного поля \mathbf{H} с магнитными моментами $\boldsymbol{\mu} = M_S v_p \mathbf{m}$ феррочастиц, F_4 – вклад энтропии смешения идеального раствора феррочастиц в объёмную плотность свободной энергии феррохолестерика, F_5 – объёмную плотность энергии поверхностного взаимодействия магнитных частиц с директором. Считая объёмную долю феррочастиц в суспензии $f \ll 1$, можно пренебречь магнитными диполь-дипольными взаимодействиями.

Изучим ориентационные эффекты в феррохолестерическом жидком кристалле в бессегрегационном пределе [4], считая распределение магнитных частиц в суспензии однородным $f(\mathbf{r}) = \bar{f} \equiv \frac{N v_p}{V}$.

Векторные поля директора и намагниченности феррохолестерика при

указанном выше совместном действии магнитного поля и сдвигового потока можно искать в виде:

$$\mathbf{n} = [\cos \varphi(z), \sin \varphi(z), 0], \quad \mathbf{m} = [\cos \psi(z), \sin \psi(z), 0]. \quad (4.45)$$

Объёмная плотность свободной энергии феррохолестерика (4.44) с учётом параметризации директора и намагниченности (4.45) для рассматриваемой геометрии задачи примет вид

$$F_V = \frac{K_{22}}{2} \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right)^2 - \frac{\chi_a H^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_H) - M_S \bar{f} H \cos(\psi - \varphi_H) - \frac{w \bar{f}}{d} \cos^2(\varphi - \psi) + \frac{k_B T}{v_p} \bar{f} \ln \bar{f}. \quad (4.46)$$

Проекция уравнения движения директора \mathbf{n} (2.6) на оси координат x и y с учётом (4.45) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} -K_{22} \left[\frac{d^2 \varphi}{dz^2} \sin \varphi + 2 \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right) \frac{d\varphi}{dz} \cos \varphi \right] + \chi_a H^2 \cos \varphi_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \\ + \frac{2w \bar{f}}{d} \cos \psi \cos(\varphi - \psi) + \lambda_1 \cos \varphi = \frac{A}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) \sin \varphi, \\ K_{22} \left[\frac{d^2 \varphi}{dz^2} \cos \varphi - 2 \left(\frac{d\varphi}{dz} - q_0 \right) \frac{d\varphi}{dz} \sin \varphi \right] + \chi_a H^2 \sin \varphi_H \cos(\varphi - \varphi_H) + \\ + \frac{2w \bar{f}}{d} \sin \psi \cos(\varphi - \psi) + \lambda_1 \sin \varphi = \frac{A}{2} (\gamma_2 - \gamma_1) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Проекция уравнения движения намагниченности \mathbf{m} (2.6) на оси координат x и y имеют вид:

$$M_S \bar{f} H \cos \varphi_H + \frac{2w \bar{f}}{d} \cos \varphi \cos(\varphi - \psi) + \lambda_2 \cos \psi = \frac{A}{2} \bar{f} (\gamma_{1p} + \gamma_{2p}) \sin \psi, \quad (4.48)$$

$$M_S \bar{f} H \sin \varphi_H + \frac{2w \bar{f}}{d} \sin \varphi \cos(\varphi - \psi) + \lambda_2 \sin \psi = \frac{A}{2} \bar{f} (\gamma_{2p} - \gamma_{1p}) \cos \psi. \quad (4.49)$$

Исключая из уравнений (4.47) и (4.48) неопределённые множители Лагранжа λ_1 и λ_2 , получим замкнутую систему уравнений для углов φ и

ψ , описывающих ориентацию единичных векторов директора \mathbf{n} и намагниченности \mathbf{m}

$$K_{22} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} - \frac{\chi_a H^2}{2} \sin 2(\varphi - \varphi_H) - \frac{w \bar{f}}{d} \sin 2(\varphi - \psi) + \frac{A}{2} (\gamma_1 - \gamma_2 \cos 2\varphi) = 0, \quad (4.50)$$

$$M_S \bar{f} H \sin(\psi - \varphi_H) - \frac{w \bar{f}}{d} \sin 2(\varphi - \psi) - \frac{A}{2} \bar{f} (\gamma_{1p} - \gamma_{2p} \cos 2\psi) = 0. \quad (4.51)$$

Введем безразмерные параметры

$$\begin{aligned} \zeta = q_0 z, \quad \sigma = \frac{w \bar{f}}{d K_{22} q_0^2}, \quad u = \frac{A}{A_0}, \quad \tilde{\gamma}_{1p} = \frac{\gamma_{1p}}{|\gamma_2|}, \\ h = \frac{H}{H_q}, \quad \xi = \frac{M_S \bar{f}}{q_0 \sqrt{K_{22} \chi_a}}, \quad \lambda = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad \tilde{\gamma}_{2p} = \frac{\gamma_{2p}}{|\gamma_2|}, \end{aligned} \quad (4.52)$$

и обезрамерим систему уравнений (4.50) и (4.51)

$$\frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} - \frac{h^2}{2} \sin 2(\varphi - \varphi_H) - \sigma \sin 2(\varphi - \psi) + \frac{u}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \cos 2\varphi \right) = 0, \quad (4.53)$$

$$\xi h \sin(\psi - \varphi_H) - \sigma \sin 2(\varphi - \psi) - \frac{u \bar{f}}{2} (\tilde{\gamma}_{1p} - \tilde{\gamma}_{2p} \cos 2\psi) = 0. \quad (4.54)$$

Здесь $\zeta = q_0 z$ – безразмерная координата, σ – безразмерная энергия сцепления между магнитной и жидкокристаллической подсистемами, h – безразмерная напряжённость магнитного поля. В качестве единицы измерения поля выбрана величина $H_q = q_0 \sqrt{K_{22} / \chi_a}$, полученная из сопоставления диамагнитного вклада F_2 и вклада энергии кручения F_1 в свободную энергию феррохолестерика F_V (4.44). Поле H_q характеризует ориентационные искажения феррохолестерика, обусловленные ЖК-матрицей и оно связано с полем H_c перехода холестерик – нематик: $H_c = \pi H_q / 2$ [9].

Величина $\xi = H_q / H_d$ является отношением двух характерных магнитных полей. Поле $H_d = K_{22} q_0^2 / M_S \bar{f}$ получено из сопоставления упругого F_1 и ферромагнитного F_3 вкладов и характеризует ориентационные искажения феррохолестерика, обусловленные магнитными частицами. Если

$\xi < 1$ ($H_q < H_d$), то главный механизм влияния магнитного поля на ориентационную структуру феррохолестерика – воздействие на жидкокристаллическую подсистему (квадрупольный механизм). При $\xi > 1$ ($H_q > H_d$) основным механизмом оказывается воздействие на примесную магнитную подсистему (дипольный механизм). Таким образом, смена от одного механизма к другому происходит при $\xi \sim 1$.

Параметр u определяет безразмерное значение градиента скорости сдвигового потока, для единицы измерения которого выбрана величина $A_0 = K_{22}q_0^2/|\gamma_2|$. Коэффициент вращательной вязкости холестерика γ_2 взят по абсолютной величине, поскольку он имеет отрицательное значение для всех ЖК с палочкообразными молекулами [9].

Сделаем оценки безразмерных параметров (4.52), полагая [1,9,35,144] $\chi_a \approx 10^{-7}$, $H \approx 10^4$ Э, $f \approx 10^{-5}$, $q_0 \approx 10^4$ см $^{-1}$, $K_{22} \approx 10^{-7}$ дин, $M_s \approx 10^2$ Гс, $w \approx 10^{-1}$ эрг/см 2 , $\gamma_1, \gamma_2 \approx 10^{-1}$ пуаз, $\gamma_{1p}, \gamma_{2p} \approx 1$ пуаз, $d \approx 10^{-5}$ см и $A \approx 1$ с $^{-1}$. В результате получаем $\lambda \approx 1$, $a_{1p}, a_{2p} \approx 10$, $h \approx 1$, $\sigma \approx 10^{-2}$, $\xi \approx 1$ и $u \approx 10^{-2}$.

Как видно из сделанных выше оценок, из-за низкой по объёму концентрации магнитных частиц $uf\tilde{\gamma}_{1p} \approx 10^{-6} \ll \sigma$, поэтому можно пренебречь последним слагаемым в уравнении (4.54), описывающим ориентирующее влияние сдвигового потока на намагниченность \mathbf{m} . В этом случае система уравнений (4.53) – (4.54) примет более простой вид:

$$\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2} - \frac{h^2}{2} \sin 2(\varphi - \varphi_H) - \sigma \sin 2(\varphi - \psi) + \frac{u}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \cos 2\varphi \right) = 0, \quad (4.55)$$

$$\xi h \sin(\psi - \varphi_H) - \sigma \sin 2(\varphi - \psi) = 0. \quad (4.56)$$

Полученную систему уравнений, которая определяет стационарные углы ориентации директора и вектора намагниченности в магнитном поле и однородном сдвиговом потоке с постоянным градиентом скорости, можно получить, воспользовавшись подходом, предложенным в работах [55, 57, 66, 142]. Для этого введём безразмерный эффективный потенциал F_{ef} , представляющий собой модификацию плотности свободной энергии F_V следующего вида:

$$F_{ef} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{d\zeta} - 1 \right)^2 - \frac{h^2}{2} \cos^2(\varphi - \varphi_H) - \xi h \cos(\psi - \varphi_H) - \sigma \cos^2(\varphi - \psi) - \frac{u}{2} \left(\sin \varphi \cos \varphi + \frac{\varphi}{\lambda} \right). \quad (4.57)$$

Уравнения Эйлера – Лагранжа, записанные для функции плотности свободной энергии $F_{ef}[\varphi(\zeta), \varphi'(\zeta), \psi(\zeta)]$, дают ту же самую систему уравнений (4.55) – (4.56), которая определяет углы φ и ψ поворота директора и намагниченности ФХ в зависимости от напряженности h и угла ориентации магнитного поля φ_H , энергии сцепления σ , параметра влияния магнитного поля на систему ξ , реактивного параметра λ и интенсивности сдвигового потока u .

4.3.2. Раскручивание спирали феррохолестерика сдвиговым потоком и магнитным полем

Известно, что раскрутить холестерическую спираль можно как магнитным полем [14, 15], так и сдвиговым потоком [55]. В первом случае директор ЖК при напряжённостях больше порога перехода холестерик – нематик будет направлен вдоль магнитного поля под углом φ_H . Во втором, также после раскручивания спирали, сдвиговое течение ориентирует директор под углом φ_0 .

Проанализируем совместное действие сдвигового течения и магнитного поля на спиральную структуру феррохолестерика с мягким сцеплением между частицами и ЖК-матрицей. При достижении напряжённости магнитного поля и величины градиента сдвига критических значений h_c и u_c , спираль феррохолестерика раскручивается, при этом происходит переход в ферронематик. В раскрученной ферронематической фазе директор и единичный вектор намагниченности ориентированы во всем образце под некоторыми углами φ_c и ψ_c , зависящими от напряжённости h и угла ориентации φ_H магнитного поля, интенсивности сдвигового течения u

и реактивного параметра λ , а также энергии поверхностного сцепления σ между молекулами ЖК и примесью. Изучим ориентационную структуру ферронематической фазы.

В раскрученной фазе углы φ_c и ψ_c не зависят от координат, тогда система уравнений (4.55) – (4.56) для перехода феррохолестерик – ферронематик может быть записана следующим образом

$$-\frac{h_c^2}{2} \sin 2(\varphi_c - \varphi_H) - \sigma \sin 2(\varphi_c - \psi_c) + \frac{u_c}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \cos 2\varphi_c \right) = 0, \quad (4.58)$$

$$\xi h_c \sin(\psi_c - \varphi_H) - \sigma \sin 2(\varphi_c - \psi_c) = 0, \quad (4.59)$$

где h_c и u_c – критические значения магнитного поля и величины градиента сдвигового потока, при которых происходит раскручивание спирали феррохолестерика.

Однократное интегрирование уравнения (4.55) дает

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\zeta} &= \pm \sqrt{R_{FC}}, \\ R_{FC} &= C - h^2 \cos^2(\varphi - \varphi_H) - u(\sin \varphi \cos \varphi + \varphi/\lambda) - \\ &\quad - 2\sigma \cos^2(\varphi - \psi) - 2\xi h \cos(\psi - \varphi_H). \end{aligned} \quad (4.60)$$

Возможное направление закручивания спирали осуществляется выбором в соотношении (4.60) одного из знаков перед радикалом. Невозможная ($h = u = 0$) структура холестерика описывается решением $\varphi(z) = \zeta = q_0 z$. Поскольку ранее для определённости было выбрано $q_0 > 0$, оставим знак плюс. Константа интегрирования C , являющаяся функцией $h, \varphi_H, u, \lambda, \sigma$ при выключении поля и сдвигового потока должна равняться $1 + 2\sigma$.

Найдём шаг спирали феррохолестерика. Интегрирование по периоду структуры, т.е. p , соответствует изменению угла φ на 2π . В соответствии с определением шага спирали и, учитывая выражение (4.60), получим:

$$p = \int_0^p d\zeta = \int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \left(\frac{d\zeta}{d\varphi} \right) d\varphi = \int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \frac{d\varphi}{\sqrt{R_{FC}}}. \quad (4.61)$$

Константа интегрирования C может быть найдена из условия минимума эффективной свободной энергии

$$F_p = \frac{1}{p} \int_0^p F_{ef} d\zeta = \frac{1}{p} \int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{FC}} d\varphi - \frac{2\pi}{p} + \frac{1 - C}{2}, \quad (4.62)$$

здесь F_p – безразмерная эффективная свободная энергия, приходящаяся на один виток спирали феррохолестерика. Минимизируя это соотношение по C с учётом соотношений (4.60) – (4.62), получим уравнение для нахождения константы интегрирования:

$$\int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{FC}} d\varphi = 2\pi. \quad (4.63)$$

Критическое значение C_c , соответствующее обращению шага спирали в бесконечность, может быть получено из уравнения (4.60). В раскрученной фазе $d\varphi/d\zeta = 0$, поэтому:

$$C_c = h_c^2 \cos^2(\varphi_c - \varphi_H) + u_c(\sin \varphi_c \cos \varphi_c + \varphi_c/\lambda) + 2\sigma \cos^2(\varphi_c - \psi_c) + 2\xi h_c \cos(\psi_c - \varphi_H).$$

Подставляя C_c в уравнение (4.63), получим соотношение

$$\int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} \sqrt{R_{FC}(C_c)} d\varphi = 2\pi, \quad (4.64)$$

$$R_{FC}(C_c) = h_c^2 [\cos^2(\varphi_c - \varphi_H) - \cos^2(\varphi - \varphi_H)] + u_c [\sin \varphi_c \cos \varphi_c - \sin \varphi \cos \varphi + (\varphi_c - \varphi)/\lambda] + 2\sigma [\cos^2(\varphi_c - \psi_c) - \cos^2(\varphi - \psi)] + 2\xi h_c [\cos(\psi_c - \varphi_H) - \cos(\psi - \varphi_H)],$$

определяющее неявным образом совместно с условиями (4.58) – (4.59) критические значения u_c и h_c , при которых происходит раскручивание спиральной структуры феррохолестерика. Уравнения (4.58) – (4.61), (4.63) и (4.64) образуют замкнутую систему, позволяющую найти шаг спирали феррохолестерика.

4.3.3. Фазовые диаграммы и шаг спирали

Уравнения (4.58) – (4.59) и (4.64), определяющие кривые ориентационного перехода феррохолестерик – ферронематик, решались численно. Полученные фазовые диаграммы показаны на рис. 4.27 – 4.30.

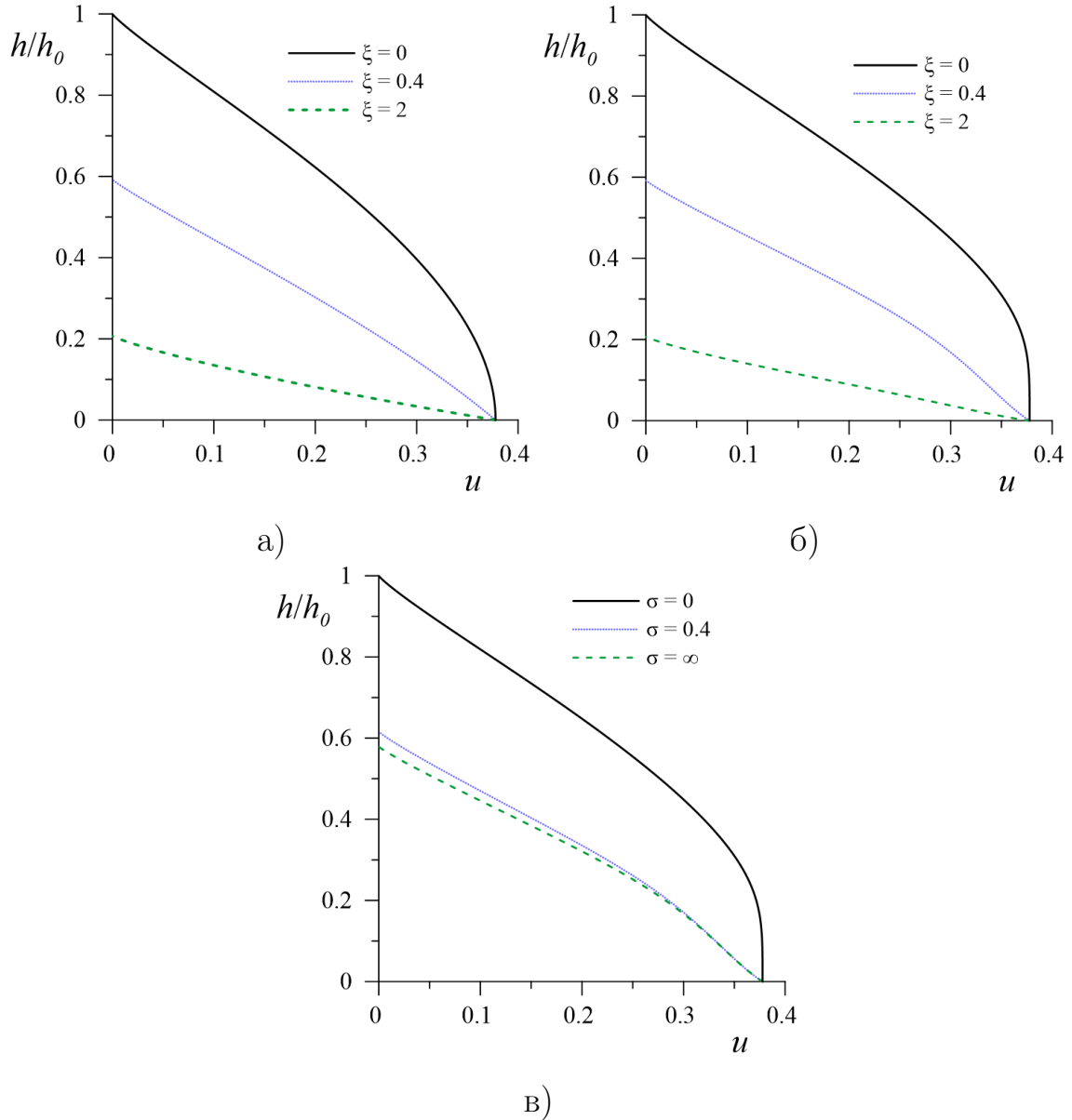


Рис. 4.27. Диаграммы ориентационных фазовых переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $h - u$ для а) $\lambda = 1.1, \sigma = 1, \varphi_H = \varphi_0$, б) $\lambda = 1.1, \sigma = 1, \varphi_H = 0$, в) $\lambda = 1.1, \xi = 0.4, \varphi_H = 0$. Здесь $h_0 = \pi/2$ – поле раскручивания спирали холестерика в магнитном поле

На рис. 4.27а представлена диаграмма фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - h$ для угла ориентации маг-

нитного поля $\varphi_H = \varphi_0$ при различных значениях ξ . Области под кривыми отвечают феррохолестерической фазе, а внешние по отношению к кривым области соответствуют ферронематической фазе. При включении сдвигового потока критическое магнитное поле понижается, обращаясь в нуль при некоторой критической величине градиента сдвига u_0 . Таким образом, для рассматриваемой ориентации магнитного поля течение помогает раскрутить спираль феррохолестерика. Аналогично выглядит диаграмма на плоскости $u - h$ для случая ориентации магнитного поля под углом $\varphi_H = 0$, как показано на рис. 4.27б.

На рис. 4.27в представлена диаграмма перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - h$ для ориентации магнитного поля $\varphi_H = 0$ для разных значений σ . Области под кривыми ограничивают феррохолестерическую фазу, внешние области соответствуют раскрученной ферронематической фазе. Увеличение энергии сцепления приводит к уменьшению критических значений поля и сдвига, необходимых для раскручивания спирали феррохолестерика.

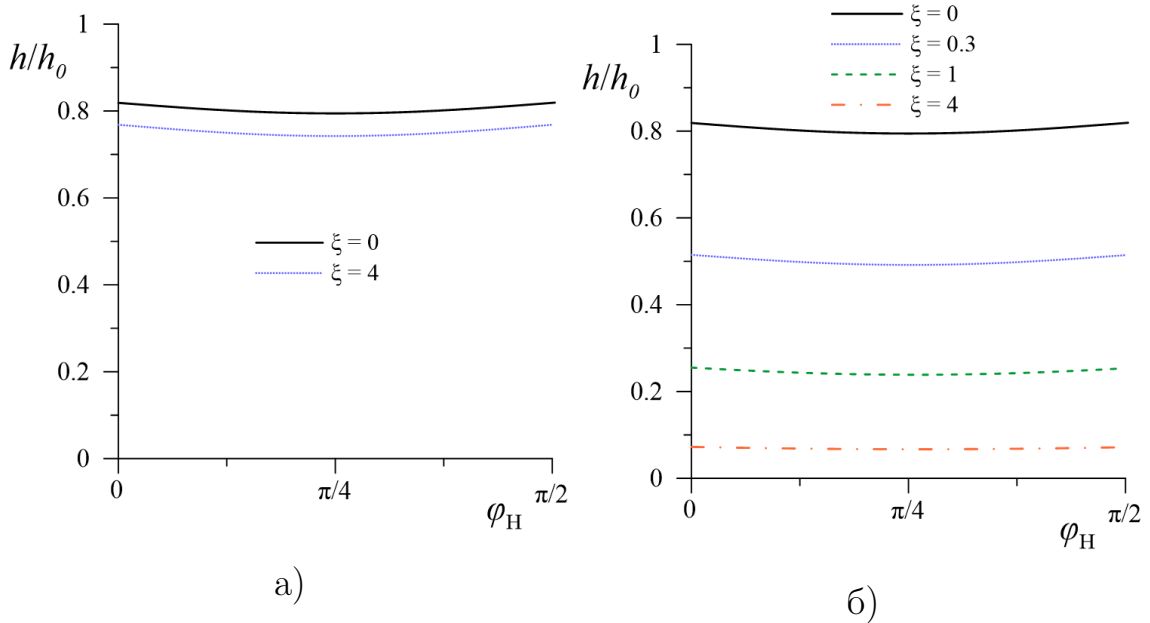


Рис. 4.28. Диаграммы ориентационных фазовых переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $h - \varphi_H$ для а) $\lambda = 1.1, \sigma = 0.1, u = 0.1$, б) $\lambda = 1.1, \sigma = 1, u = 0.1$. Здесь $h_0 = \pi/2$ – поле раскручивания спирали холестерика в магнитном поле

На рис. 4.28а показана диаграмма фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $h - \varphi_H$ при различных значениях ξ для случая слабого сцепления ($\sigma = 0.1$). Область над кривой отвечает ферронематической фазе, область под кривой отвечает феррохолестерической фазе. При изменении ориентации внешнего поля (т.е. увеличении φ_H) критическая напряжённость сначала уменьшается, достигая минимального значения, а потом снова увеличивается. Из рис. 4.28а видно, что при слабом сцеплении для $\xi = 4$ критическое значение поля h_c незначительно меньше, чем в случае $\xi = 0$ для всего диапазона углов ориентации магнитного поля φ_H . Из-за слабых сцеплений дипольный механизм влияния на ФХ структуру оказывается значительно слабее, чем квадрупольный, который является доминирующим. Увеличение параметра влияния поля не приводит к значительному изменению критических полей. Характерной особенностью диаграммы является наличие области неоднозначности при $h \neq 0$, в которой одному и тому же значению h_c соответствуют два значения угла ориентации поля. Это означает, что при фиксированных значениях u и h поворотом магнитного поля можно индуцировать последовательность возвратных переходов феррохолестерик – ферронематик – феррохолестерик. Причина появления возвратных ориентационных переходов связана с конкуренцией между магнитным и гидродинамическим механизмами воздействия, которые стремятся раскрутить спиральную структуру в разных направлениях.

На рис. 4.28б изображена диаграмма фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $h - \varphi_H$ для величины энергии сцепления $\sigma = 1$. Благодаря сцеплению между молекулами ЖК и примесными частицами с увеличением параметра ξ дипольный механизм становится доминирующим, позволяя более эффективно деформировать спиральную структуру ФХ. Рост параметра ξ смещает кривую перехода вниз, уменьшая необходимое для раскручивания спирали феррохолестерика магнитное поле.

На рис. 4.29а изображена диаграмма фазового перехода феррохолестерик – ферронематик на плоскости $h - \varphi_H$ при различных значениях

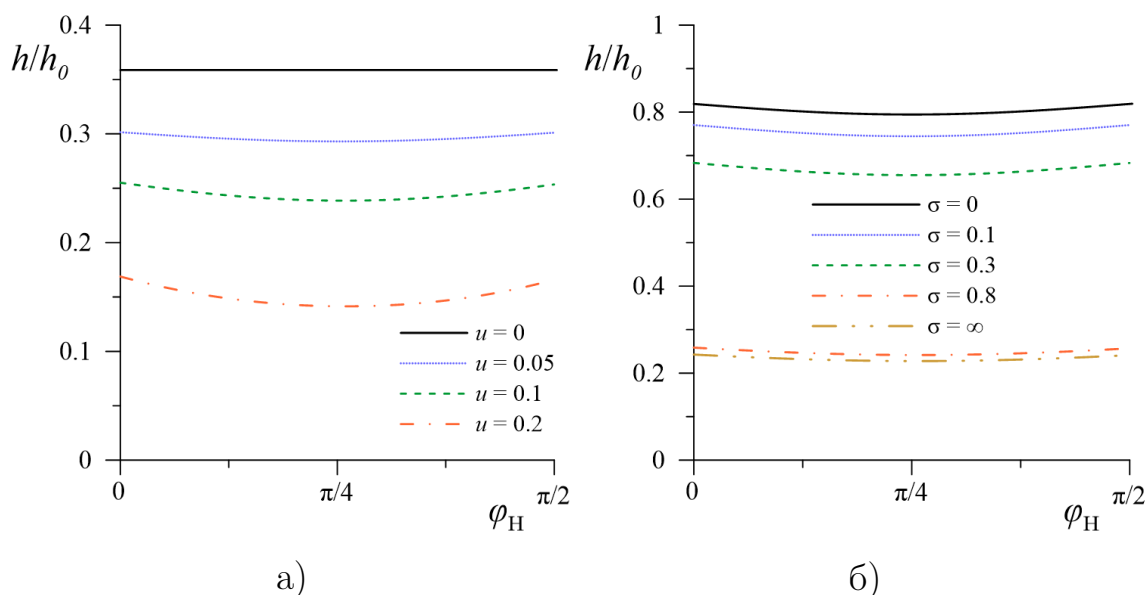


Рис. 4.29. Диаграммы фазовых переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $h - \varphi_H$ для а) $\lambda = 1.1, \sigma = 1, \xi = 1$, б) $\lambda = 1.1, u = 0.1, \xi = 1$. Здесь $h_0 = \pi/2$ – поле раскручивания спирали холестерика в магнитном поле

течения u . Область ниже кривой соответствует феррохолестерической фазе, область выше кривой соответствует ферронематической фазе. В случае отсутствия течения $u = 0$, как и ожидается, величина критического поля не зависит от ориентации магнитного поля. При наличии течения появляется различие в критических полях для различных ориентаций магнитного поля φ_H . Течение помогает раскрутить спираль феррохолестерика, уменьшая критическое магнитное поле.

Рис. 4.29б показывает кривые перехода феррохолестерик – ферронематик для различных энергий сцепления σ . Наличие сцепления между жидкокристаллической и магнитной подсистемой увеличивает искажения ЖК-матрицы, вызванное действием магнитного поля на феррочастицы. Увеличение сцепления между частицами и ЖК-матрицей приводит к более эффективному воздействию магнитного поля и сдвигового течения, в результате чего критическое поле значительно уменьшается.

На рис. 4.30а изображена диаграмма переходов ФХ – ФН на плоскости $u - \varphi_H$ для разных значений ξ . Область под кривой отвечает феррохолестерической фазе, область над кривой – раскрученной ферронематической.

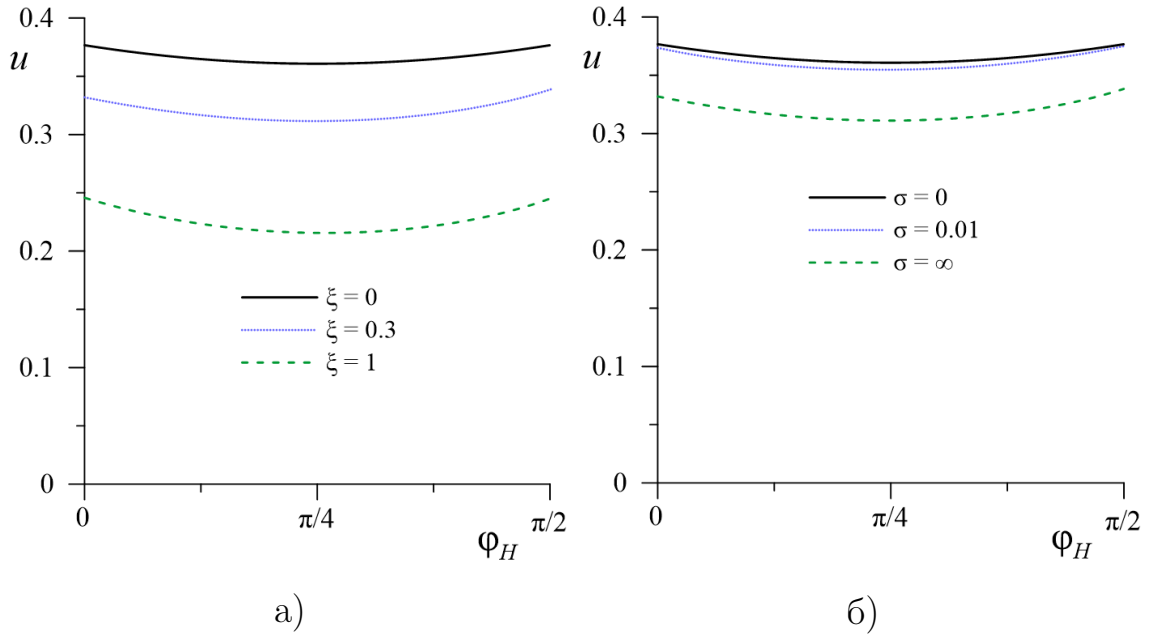


Рис. 4.30. Диаграммы фазовых переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - \varphi_H$ для а) $\lambda = 1.1, \sigma = 1, h = 0.2$, б) $\lambda = 1.1, \xi = 0.3, h = 0.2$

Величина критического течения зависит от ориентации приложенного магнитного поля в пространстве. Увеличение параметра влияния поля ξ приводит к уменьшению сдвигового течения, необходимого для раскручивания спирали, на диаграмме это соответствует смещению вниз кривой перехода.

Рис. 4.30б показывает величину критического сдвигового течения, необходимого для раскручивания спирали феррохолестерика, как функцию угла ориентации магнитного поля φ_H при различных сцеплениях σ . В этом случае наличие сцепления между магнитной и ЖК-подсистемами незначительно уменьшает интенсивность сдвигового течения, приводящего к раскручиванию спирали, так как основным механизмом влияния остаётся квадрупольный механизм ($\xi = 0.3$).

Кривые на рис. 4.31 соответствует переходам феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - \sigma$ для однородного магнитного поля $h = 1.3$. Здесь нераскрученная феррохолестерическая фаза соответствует области под кривой. Увеличение энергии сцепления уменьшает величину градиента скорости сдвига для перехода в ферронематик. Влияние сцепления между частицами и ЖК-матрицей более эффективно проявляется в слу-

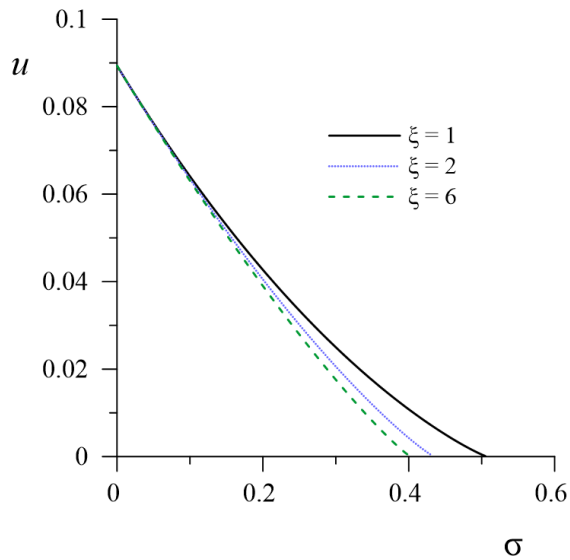


Рис. 4.31. Диаграмма фазовых переходов феррохолестерик – ферронематик на плоскости $u - \sigma$ для $\lambda = 1.1, h = 1.3, \varphi_H = \varphi_0$

чае больших ξ – наличие квадрупольного механизма позволяет понизить критические градиенты скорости сдвигового течения.

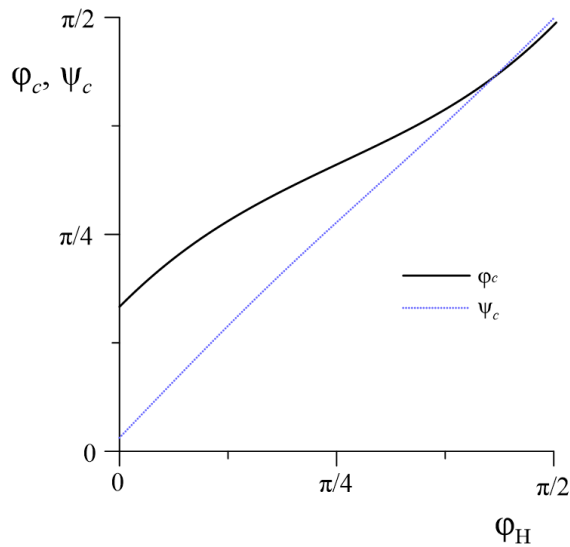


Рис. 4.32. Зависимость критических углов φ_c и ψ_c от угла ориентации магнитного поля φ_H вдоль кривой перехода феррохолестерик-ферронематик для $\lambda = 1.1, \sigma = 0.1, u = 0.3, \xi = 3$

Решая уравнения (4.58) – (4.59), (4.64) можно получить зависимость критических углов ориентации директора φ_c и намагниченности ψ_c , соответствующих раскручиванию спирали ФХ, от угла ориентации приложенного магнитного поля φ_H . На рис. 4.32 представлены углы поворота дирек-

тора φ_c и намагниченности ψ_c для перехода феррохолестерик – ферронематик для случая слабого сцепления ($\sigma = 0.1$). В зависимости от направления приложения внешнего магнитного поля раскручивание феррохолестерической спирали под действием течения и поля происходит в различно ориентированные ферронематические фазы. Интересно понаблюдать изменение критических углов ориентации директора и намагниченности с изменением исходной ориентации магнитного поля. При $\varphi_H < \varphi_0$ для критических углов ориентации директора и намагниченности ФН: $\psi_c < \varphi_c$, при $\varphi_H = \varphi_0$ директор и вектор намагниченности ориентированы одинаково: $\psi_c = \varphi_c = \varphi_0$, а при $\varphi_H > \varphi_0$ директор и намагниченность меняются местами и более выгодной становится ориентация $\psi_c > \varphi_c$.

Шаг спирали феррохолестерика может быть получен из системы уравнений (4.61) – (4.63), где критический угол ориентации директора φ_c находится из системы уравнений (4.58) – (4.59), соответствующих переходу феррохолестерик – ферронематик. На рис. 4.33 – 4.34 изображены зависимости шага спирали p от интенсивности сдвигового течения u , напряжённости h магнитного поля, построенные путем численного решения этой системы уравнений.

На рис. 4.33 показаны зависимости приведённого шага спирали холестерика p/p_0 от напряжённости магнитного поля h и величины градиента сдвигового течения u для угла ориентации внешнего магнитного поля $\varphi_H = \varphi_0$. В обоих случаях шаг феррохолестерической спирали, частично раскрученный сдвигом (рис. 4.33а, $u = 0.1$) или полем (рис. 4.33б, $h = 0.2$) медленно растёт в слабых полях h и градиентах сдвига u , сильно увеличивается вблизи критических значений h_c или u_c , при которых он обращается в бесконечность. Значения h_c и u_c , как это и следует из фазовой диаграммы на рис. 4.27, меньше h_0 и u_0 соответственно. Напомним, что величиной h_0 обозначено критическое значение напряжённости при переходе холестерик – нематик в магнитном поле, а u_0 – критическая величина градиента скорости при переходе холестерик – нематик только в сдвиговом потоке.

Зависимости шага спирали феррохолестерика от напряжённости маг-

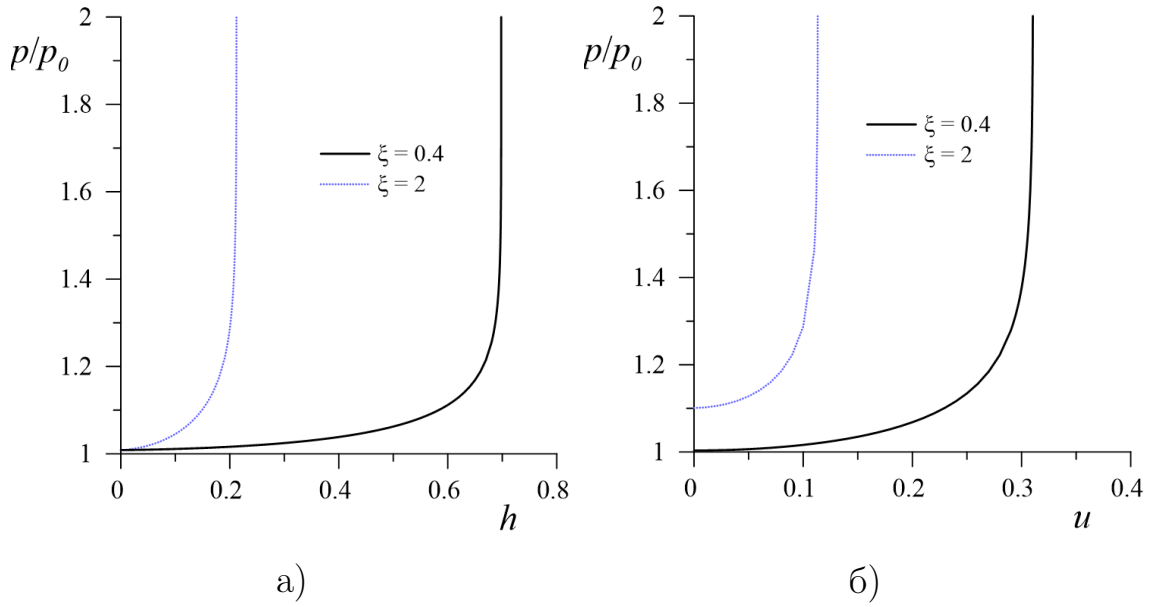


Рис. 4.33. Зависимость шага спирали феррохолестерика от а) напряжённости магнитного поля h и б) величины градиента сдвигового течения u . Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = \varphi_0$; $\lambda = 1.1$; $\sigma = 1$; $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали феррохолестерика

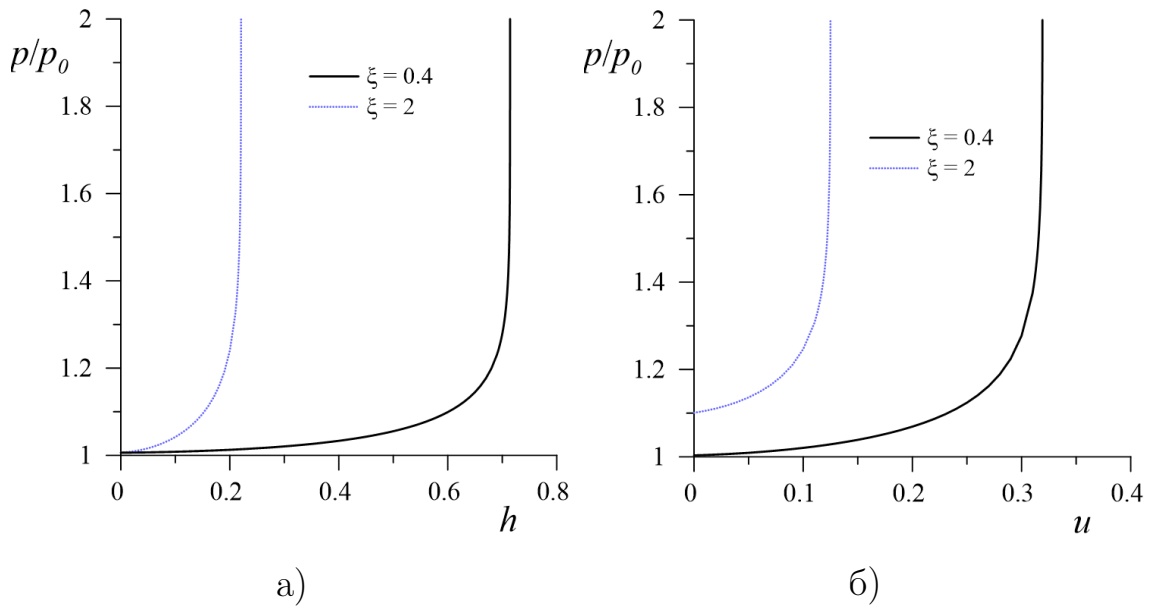


Рис. 4.34. Зависимость шага спирали феррохолестерика от а) напряженности магнитного поля h и б) величины градиента сдвигового течения u . Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = 0$, $\lambda = 1.1$, $\sigma = 1$, $p_0 = 2\pi$ – шаг невозмущенной спирали феррохолестерика

нитного поля h и величины градиента сдвигового течения u для ориентации магнитного поля по направлению градиента скорости под углом $\varphi_H = 0$,

как это видно из рис. 4.34, качественно похожи на те, что получены для случая $\varphi_H = \varphi_0$.

4.3.4. Расчет магнитных характеристик суспензии

Определим магнитные характеристики суспензии. Приложение магнитного поля и сдвигового потока вызывает искажение магнитной структуры феррохолестерика, изменяя намагниченность $\mathcal{M} = M_s f \mathbf{m}$. Приведённая намагниченность с учётом однородной концентрации частиц в суспензии полностью определяется вектором \mathbf{m} :

$$\mathbf{M} = \frac{\mathcal{M}}{M_s f} = \mathbf{m},$$

в этом случае проекция приведённой намагниченности на направление магнитного поля задаётся простым соотношением:

$$M_H = \cos(\psi - \varphi_H). \quad (4.65)$$

Численное решение системы дифференциальных уравнений (4.55) – (4.56) совместно с (4.65) позволяет найти зависимость намагниченности M_H от пространственной координаты для различных управляющих параметров задачи.

Усредняя проекцию приведённой намагниченности M_H (4.65) по периоду структуры p , получаем следующее выражение для средней намагниченности на направление поля:

$$\langle M_H \rangle = \frac{1}{p} \int_{\varphi_c - 2\pi}^{\varphi_c} R_{FC}^{-1/2} \cos(\psi - \varphi_H) d\varphi. \quad (4.66)$$

Угловые характеристики ориентационной структуры ФХ, изначально деформированной полем ($h = 0.2$), для различных значений градиента скорости сдвига показаны на рис. 4.35. Здесь сплошные линии соответствуют локальному углу поворота директора φ , а штриховые – углу поворота намагниченности ψ , магнитное поле приложено под углом $\varphi_H = \varphi_0$, реактивный параметр $\lambda = 1.1$. Наличие конечного сцепления ($\sigma = 1$) способствует

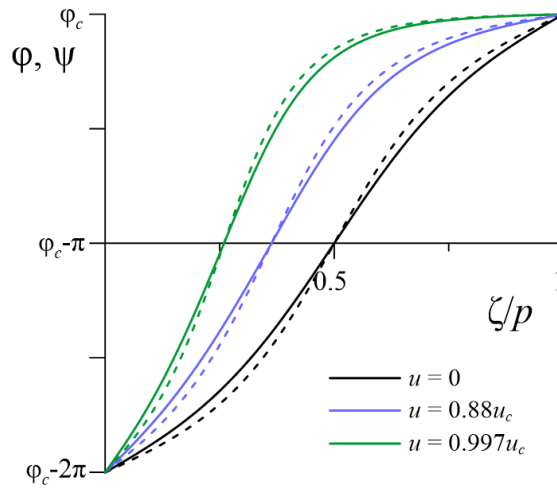


Рис. 4.35. Зависимость углов поворота директора \mathbf{n} (сплошная линия) и единичного вектора намагниченности \mathbf{m} (штриховая линия) от ζ/p для $\lambda = 1.1$, $\sigma = 1$, $h = 0.2$, $\xi = 2$. Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = \varphi_0$, $u_c = 0.11333$

расщеплению векторов \mathbf{n} и \mathbf{m} в магнитном поле, что проявляется как различие углов φ , ψ на графике. Включение течения $u = 0.88u_c$ приводит к повороту векторов \mathbf{n} , \mathbf{m} в более выгодном направлении, соответствующем большим углам φ , ψ , происходит большее искажение исходной структуры. В подкритических значениях течения $u = 0.997u_c$ образуется широкие плато вблизи критических углов $\varphi_H = \varphi_0$.

Искажение структуры под действием течения и внешнего магнитного поля приводит к намагничиванию ФХ. Посмотрим за изменением намагниченности вдоль оси спирали для различных значений параметров системы. На рис. 4.36а и 4.36б построена проекция приведённой намагниченности на направление приложенного поля как функция координаты ζ , в обоих случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = \varphi_0$, $\lambda = 1.1$, $\xi = 2$, $\sigma = 1$. Рис. 4.36а соответствует случаю приложения различных магнитных полей к изначально деформированной течением ($u = 0.1$) структуре феррохолестерика. Магнитное поле приводит к смещению положения минимума намагниченности вдоль оси спирали в левую сторону по сравнению с начальным положением вблизи середины витка. В подкритическом магнитном поле ($h = 0.9996h_c$) происходит увеличение намагниченности

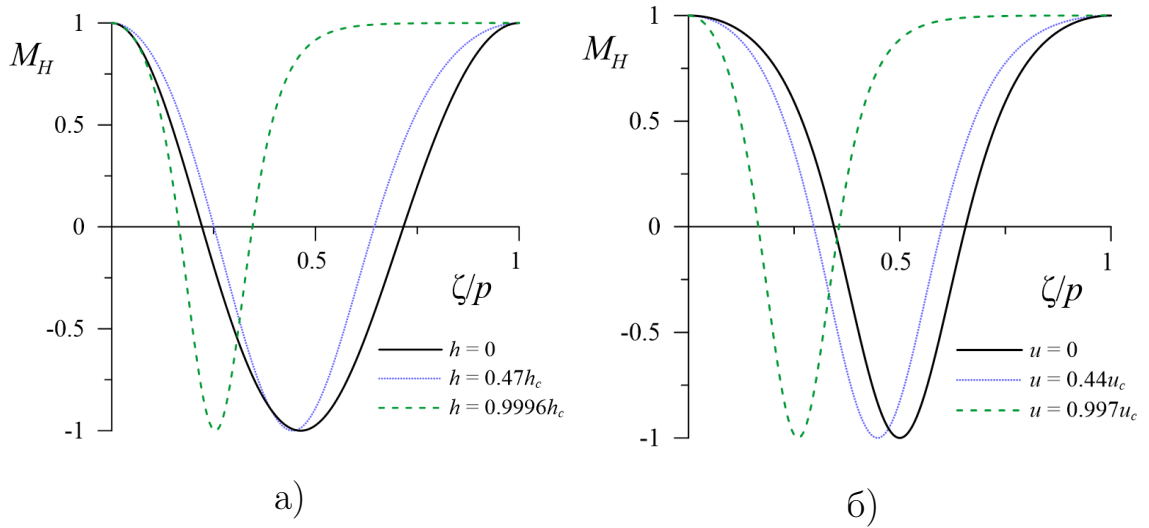


Рис. 4.36. Зависимость намагниченности от ζ/p а) для различной напряженности магнитного поля h ($h_c = 0.21208$) для $\lambda = 1.1$, $\sigma = 1$, $u = 0.1$, $\varphi_H = \varphi_0$ и б) величины градиента сдвигового течения u ($u_c = 0.11333$) для $\lambda = 1.1$, $\xi = 1$, $h = 0.2$, $\varphi_H = \varphi_0$

вдоль некоторого направления, определяемого критическим углом раскручивания в ферронематик ψ_c . На периоде структуры появляются широкие области одинаковой намагниченности, разделённые узкими переходными зонами, в которых намагниченность значительно меняется. На рис. 4.36а это проявляется в виде области с проекцией приведенной намагниченности M_H близкой к единице, что означает выстраивание вектора \mathbf{m} вдоль направления поля.

Аналогичным образом происходит искажение структуры при увеличении градиента течения. На рис. 4.36б показана структура феррохолестерика, частично искажённого действием магнитного поля ($h = 0.2$). Управляющим параметром здесь является градиент скорости сдвигового течения. При включении течения положение минимума намагниченности смещается вдоль оси спирали, также появляется широкое плато, соответствующее максимуму намагниченности.

Проанализируем влияние энергии сцепления на магнитную структуру ФХ. На рис. 4.37 показана намагниченность, измеряемая в направлении раскручивания магнитным полем, как функция приведенной координаты ζ/p для ФХ структуры, частично раскрученной полем и сдвигом ($\lambda = 1.1$,

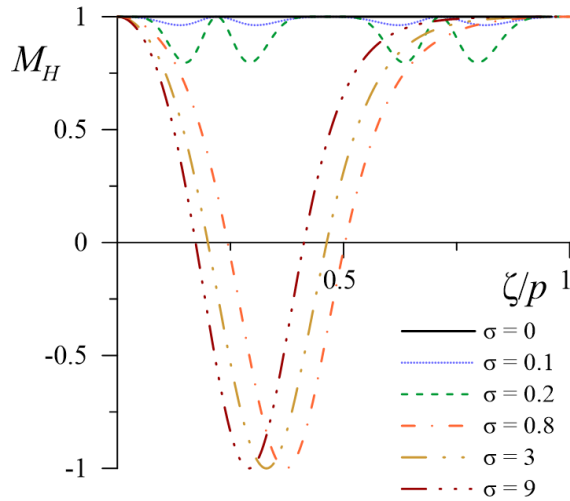


Рис. 4.37. Зависимость проекции намагниченности M_H от ζ/p для различных значений энергии сцепления σ для $\lambda = 1.1, \xi = 2, u = 0.1, h = 0.2$ $\varphi_H = \varphi_0$.

$\xi = 2, u = 0.1, h = 0.2$ $\varphi_H = \varphi_0$). В отсутствие сцепления ($\sigma = 0$) все магнитные моменты ориентированы по полю, что соответствует $M_H = 1$. Для слабых сцеплений намагниченность испытывает незначительные отклонения от единицы на интервале координат ζ/p . В случае сильных сцеплений намагниченность вдоль шага спирали изменяется в интервале значений от -1 до 1 , что отвечает повороту вектора \mathbf{m} на угол 2π . Таким образом, мы видим в системе наличие двух возможных ориентационных магнитных конфигураций ФХ, реализация которых зависит от величины энергии сцепления между частицами и ЖК матрицей. Увеличение σ смещает минимум намагниченности, расширяя область, в которой магнитные моменты ориентированы вдоль поля.

В результате с ростом поля и течения растёт средняя намагниченность ФХ. На рис. 4.38а показана зависимость усреднённой проекции намагниченности на направление приложенного магнитного поля от величины напряжённости внешнего магнитного поля, построенная исходя из формулы (4.66). В слабых магнитных полях средняя намагниченность стабильно увеличивается с ростом поля, и резко вырастает вблизи поля раскручивания спирали h_c . Происходит раскручивание спирали феррохолестерика, а все магнитные моменты ориентируются в определенном направлении,

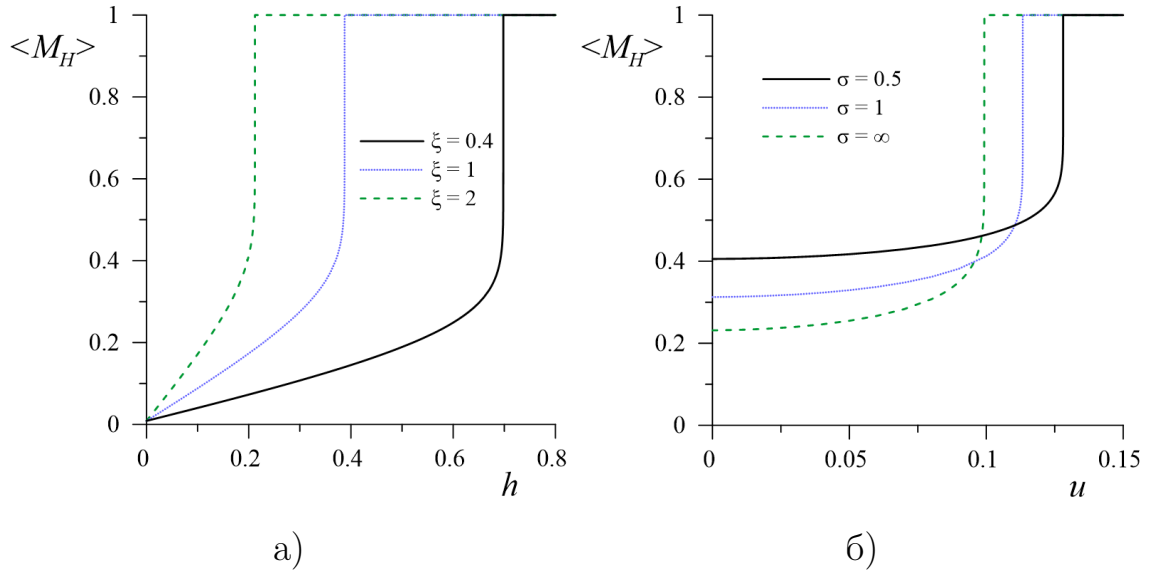


Рис. 4.38. Зависимость средней намагниченности вдоль направления магнитного поля от а) напряжённости магнитного поля h и б) величины градиента сдвигового течения u . Во всех случаях магнитное поле ориентировано под углом $\varphi_H = \varphi_0$; $\lambda = 1.1$

определяемом значением ψ_c .

Рис. 4.38б представляет среднюю намагниченность как функцию градиента сдвигового течения для разных значений энергии сцепления σ . При малых течениях намагниченность растёт слабо и увеличивается в подкритических значениях u . В результате увеличения течения происходит упорядочивание магнитной подсистемы и намагниченность феррохолестерика растёт. Для более сильного сцепления намагниченность в отсутствие течения оказывается меньше, однако, переход феррохолестерик – ферронематик и соответствующий ему скачок намагниченности происходит в меньших градиентах скорости сдвига.

4.3.5. Заключение

В рамках континуальной теории изучено совместное действие магнитного поля и сдвигового течения на неограниченную феррохолестерическую структуру жидкого кристалла. Направление оси спирали феррохолестери-

ка выбрано перпендикулярно плоскости сдвигового потока и магнитного поля. Поверхностное сцепление между ЖК матрицей и магнитными частицами считалось мягким (конечным) и планарным. Получена система уравнений, описывающая динамику ориентационной и магнитной структуры феррохолестерика в сдвиговом потоке и магнитном поле.

Построены диаграммы перехода феррохолестерик – ферронематик для различных значений энергии сцепления σ , параметра влияния поля ξ , напряжённости h и угла ориентации φ_H магнитного поля, градиента течения u и реактивного параметра λ . Показано, что увеличение энергии сцепления приводит к понижению критических значений напряжённости и градиента течения, необходимых для раскручивания спиральной структуры. В некоторых случаях сильное сцепление уменьшает величину управляющих полей в несколько раз.

Построены зависимости углов ориентации директора и вектора намагниченности от координаты для различных параметров системы. Показано, что течение приводит к искажению исходной структуры, а конечное сцепление способствует расцеплению молекул ЖК и магнитных частиц. Построена зависимость проекции приведённой намагниченности как функция координаты z . Установлено наличие двух принципиально разных ориентационных магнитных конфигураций ФХ в зависимости от энергии сцепления. При слабом сцеплении ориентация магнитных частиц меняется вблизи направления приложения поля, в случае сильных сцеплений на периоде структуры магнитные частицы поворачиваются вместе с молекулами ЖК. Получена зависимость шага спирали ФХ от сдвигового течения и приложенного магнитного поля при различных значениях энергии сцепления между директором и вектором намагниченности. Построена средняя проекция приведённой намагниченности на направление поля как функция напряжённости магнитного поля и градиента сдвигового течения.

Основные результаты и выводы

- Теоретически изучено раскручивание спиральной структуры ХЖК под действием вращающегося магнитного поля. Проанализирован нестационарный режим вращения ориентационной структуры раскручивания холестерической спирали в слабых магнитных полях. Для малых деформаций ориентационной структуры аналитически получена зависимость шага холестерической спирали от напряжённости и скорости вращения магнитного поля. В стационарном режиме вращения в магнитном поле построена диаграмма перехода холестерик – нематик. Численно и аналитически изучены зависимости шага спирали от величины и скорости вращения магнитного поля. Показано, что шаг спирали вблизи перехода в раскрученную однородную фазу расходится по логарифмическому закону. Установлено, что в узком диапазоне напряжённостей вращающегося магнитного поля возможны возвратные ориентационные переходы холестерик – нематик – холестерик. Показано, что в режиме стационарного вращения увеличение скорости вращения поля приводит к уменьшению поля перехода холестерик – нематик.
- Исследована динамика спиральной ориентационной структуры ФХ под действием вращающегося магнитного поля. Проанализированы нестационарные и стационарные режимы вращения спиральной структуры феррохолестерика в магнитном поле. Для слабых полей, малых и больших скоростей вращения получены аналитические выражения для шага спирали. В стационарном вращательном режиме построена ориентационная фазовая диаграмма для различных значений магнитного поля и угловой скорости. Показано, что с увеличением этих

параметров поле перехода уменьшается. Численно получена зависимость шага спирали феррохолестерика от величины и скорости вращения магнитного поля, как и в беспримесном ХЖК установлен логарифмический закон расходимости шага спирали.

- Теоретически изучено раскручивание спиральной структуры ХЖК под действием магнитного поля и сдвигового течения. Проанализированы различные ориентации магнитного поля в плоскости сдвига относительно направления градиента течения. В предельных случаях получены аналитические зависимости для шага холестерической спирали, деформированной сдвиговым течением. Рассчитаны фазовые диаграммы переходов холестерик – нематик и шаг холестерической спирали для различных значений напряжённости и угла ориентации магнитного поля, градиента скорости течения и реактивного параметра. Показано, что магнитное поле, стабилизируя ориентацию директора в сдвиговом потоке, расширяет границы области ориентируемости холестериков. Установлено, что сдвиговое течение приводит к смещению критического значения напряжённости магнитного поля перехода. Показано, что поворотом магнитного поля в определённых интервалах значений напряжённости поля и градиента скорости сдвигового течения можно индуцировать последовательность возвратных ориентационных переходов холестерик – нематик – холестерик.
- Изучено раскручивание феррохолестерической спиральной структуры, вызванное совместным действием магнитного поля и сдвигового потока. Различия между ориентацией магнитного поля и направлением выравнивания потока приводят к конкуренции между магнитными и гидродинамическими механизмами влияния на ФХ структуру. Рассмотрены различные ориентации магнитного поля относительно направления сдвигового потока. Найдена зависимость шага ФХ спирали от величины напряжённости и угла ориентации магнитного поля, градиента скорости сдвига и реактивного параметра. Рассчитаны фазовые диаграммы перехода ФХ – ФН. Установлено, что действие

сдвигового потока приводит к смещению величины порогового магнитного поля. Величина критического магнитного поля зависит от ориентации магнитного поля, градиента скорости и коэффициентов вязкости. Показано, что совместное действие магнитного поля и сдвигового потока может индуцировать возвратные ориентационные переходы $\Phi X - \Phi H - \Phi X$.

- Проанализировано влияние конечного планарного сцепления между магнитными наночастицами и ЖК матрицей на раскручивание геликоидальной структуры ΦX сдвиговым потоком и магнитным полем. Установлено наличие двух принципиально разных ориентационных магнитных конфигураций ΦX в зависимости от энергии сцепления. При слабом сцеплении ориентация магнитных частиц меняется вблизи направления приложения поля, в случае сильных сцеплений на периоде структуры магнитные частицы поворачиваются вместе с молекулами ЖК. Установлено, что увеличение энергии сцепления приводит к уменьшению пороговых полей, необходимых для раскручивания спиральной структуры. Показана возможность намагничивать ΦX с помощью сдвиговых напряжений.

Список публикаций автора

Публикации в международных журналах, индексируемых Web of Science, Scopus, и журналах, рекомендованных ВАК:

- A1. Захлевных, А. Н. Переходы холестерик–нематик, индуцированные сдвиговым потоком и магнитным полем / А. Н. Захлевных, Д. В. Макаров, А. А. Новиков // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2017. – Т. 152, № 4(10). – С. 799–811.
- A2. Makarov, D. V. Ferrocholesteric–ferronematic transitions induced by shear flow and magnetic field / D. V. Makarov, A. A. Novikov, A. N. Zakhlevnykh // Beilstein Journal of Nanotechnology. – 2017. – Vol. 8. – P. 2552–2561.
- A3. Cholesteric–nematic transition induced by a rotating magnetic field / D. V. Makarov, A. A. Novikov, A. N. Zakhlevnykh, S. D. Mandrykin // Journal of Molecular Liquids. – 2018. – Vol. 263. – P. 375–381.
- A4. Effect of rotating magnetic field on orientational dynamics of ferrocholesteric liquid crystals / D. V. Makarov, S. D. Mandrykin, A. A. Novikov, A. N. Zakhlevnykh // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2018. – Vol. 468. – P. 287–293.
- A5. Novikov, A. N. Untwisting of a soft ferrocholesteric liquid crystal by shear flow and magnetic field / A. N. Novikov, D. V. Makarov // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1389. – Art. No. 012053.
- A6. Makarov, D. V. Shear-induced ferrocholesteric-to-ferronematic transitions in magnetic field / D. V. Makarov, A. A. Novikov // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2021. – Vol. 532. – Art. No. 167967.

Авторские свидетельства:

- A7. Свидетельство о госрегистрации программы для ЭВМ 2020666513. Рос. Федерация. Численный расчет фазовой диаграммы и шага спирали холестерического жидкого кристалла, помещенного во вращающееся магнитное поле / А. А. Новиков, Д. В. Макаров; правообладатель ФГБОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет». – № 2020665931; заявл. 04.12.2020; зарегистрир. 10.12.2020; опубл. 10.12.2020, Бюл. № 12. – 1 с.

Статьи в журналах и трудах конференций:

- A8. Новиков, А. А. Влияние слабого магнитного поля на спиральную структуру феррохолестерика в сдвиговом потоке / А. А. Новиков, Д. В. Макаров // Физика для Пермского края: материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Пермь, 2016. – Вып. 9. – С. 72–75.
- A9. Макаров, Д. В. Спиральная структура феррохолестерика в магнитном поле и сдвиговом потоке / Д. В. Макаров, А. А. Новиков // Пермские гидродинамические научные чтения: материалы IV Всероссийской конференции. – Пермь, 2016. – С. 71–72.
- A10. Новиков, А. А. Критические параметры перехода холестерик–нематик, индуцированного магнитным полем и сдвиговым потоком / А. А. Новиков, А. Н. Захлевных, Д. В. Макаров / Неравновесные процессы в сплошных средах: материалы международного симпозиума. – Пермь, 2017. – Т. 2. – С. 116–118.
- A11. Макаров, Д. В. Ориентационная структура хиральных жидкокристаллических суспензий магнитных наночастиц во вращающемся магнитном поле / Д. В. Макаров, А. А. Новиков, А. Н. Захлевных // XVIII Международная Плесская конференция по нанодисперсным магнитным жидкостям: сборник научных трудов. – Плес, 2018.

– С. 273–278.

Тезисы конференций:

- A12. Макаров, Д. В. Раскручивание спирали феррохолестерического жидкого кристалла комбинированным воздействием магнитного поля и сдвигового потока / Д. В. Макаров, А. А. Новиков // XX Зимняя школа по механике сплошных сред: Тезисы докладов. – Пермь, 2017. – С. 208.
- A13. Makarov, D. V. Untwisting of a Cholesteric Structure by Shear Flow and Magnetic Field / D. V. Makarov, A. N. Novikov, A. N. Zakhlevnykh // 14-th European Conference on Liquid Crystals (ECLC-2017). Book of abstracts. – Moscow, 2017. – P. 84.
- A14. Makarov, D. V. Chiral magnetic liquid crystalline suspension in a rotating magnetic field / D. V. Makarov, A. A. Novikov, A. N. Zakhlevnykh / Russian conference on Magnetohydrodynamics (RMHD-2018). Book of abstracts. – Perm, 2018. – P. 80.
- A15. Захлевных, А. Н. Эффекты мягкого сцепления при переходе феррохолестерик–ферронематик, вызванном сдвиговым потоком и магнитным полем / А. Н. Захлевных, Д. В. Макаров, А. А. Новиков // XXI Зимняя школа по механике сплошных сред: Тезисы докладов. – Пермь, 2019. – С. 119.
- A16. Новиков, А. А. Конкурирующее воздействие сдвигового течения и магнитного поля на хиральную жидкокристаллическую суспензию магнитных наночастиц / А. А. Новиков, Д. В. Макаров // Электронные, спиновые и квантовые процессы в молекулярных и кристаллических системах: Сборник тезисов докладов и сообщений на Всероссийской конференции – Уфа, 2019. – С. 63.
- A17. Makarov, D. V. Effect of finite anchoring on ferrocholesteric-ferro-nematic transitions induced by a magnetic field and shear flow / D. V. Makarov,

A. A. Novikov // VII Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism» (EASTMAG-2019). Book of abstracts. – Ekaterinburg, 2019. – Vol. 2. – P. 452.

- A18. Новиков, А. А. Мягкий феррохолестерический жидкий кристалл в сдвиговом потоке и магнитном поле: фазовые диаграммы и кривые намагничивания // А. А. Новиков, Д. В. Макаров / Сборник тезисов докладов Научного семинара «Математическое моделирование свойств магнитных нанокompозитов» с международным участием. – Екатеринбург, 2020. – С. 11.
- A19. Новиков, А. А. Ориентационные переходы мягкого феррохолестерика во вращающемся магнитном поле / А. А. Новиков, Д. В. Макаров// XXII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. – Пермь, 2021. – С. 238.

Список литературы

1. Blinov L. M. Structure and Properties of Liquid Crystals. Dordrecht: Springer, 2011. 439 p.
2. Reznikov Y., Glushchenko A., Garbovskiy Y. Ferromagnetic and ferroelectric nanoparticles in liquid crystals // Liquid Crystals with Nano and Microparticles / Ed. by Giusy Scalia Jan P. F. Lagerwall. Singapore: World Scientific Publishing Co, 2016. P. 657–693.
3. Yuan Y., Martinez A., Senyuk B. et al. Chiral liquid crystal colloids // Nature materials. 2018. Vol. 17. P. 71–79.
4. Brochard F., de Gennes P. G. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals // Journal de Physique (France). 1970. Vol. 31, no. 7. P. 691–708.
5. Mertelj A., Lisjak D., Drofenik M., Čopič M. Ferromagnetism in suspensions of magnetic platelets in liquid crystal // Nature. 2013. Vol. 504. P. 237–241.
6. Brand H. R., Fink A., Pleiner H. Macroscopic behavior of ferrocholesteric liquid crystals and ferrocholesteric gels and elastomers // The European Physical Journal E. 2015. Vol. 38. P. 65.
7. Reinitzer F. Beitrage zur kenntniss des cholesterins // Monatshefte fur Chemie und verwandte Teile anderer Wissenschaften. 1888. Vol. 9. P. 421–441.
8. Lehmann O. Uber fließende krystalle // Zeitschrift fur Physikalische Chemie. 1889. Vol. 4. P. 462.

9. de Gennes P. G., Prost J. The Physics of Liquid Crystals. Oxford: Clarendon Press, 1993. 596 p.
10. Fréedericksz V., Reppiewa A. Theoretisches und experimentelles zur frage nach der natur der anisotropen flussigkeiten // Zeitschrift fur Physik. 1927. Vol. 42. P. 532–546.
11. Фредерикс В., Цветков В. Воздействие электрического поля на анизотропные жидкости // Ученые записки Лен. гос. университета. 1935. Т. 2. С. 3.
12. Friedel G. Les états mésomorphes de la matière // Annales de Physique. 1922. Vol. 9, no. 18. P. 273–474.
13. Blinov L. M., Chigrinov V. G. Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials. New York: Springer-Verlag, 1994. 488 p.
14. de Gennes P. G. Calcul de la distorsion d'une structure cholesterique par un champ magnetique // Solid State Communication. 1968. Vol. 6. P. 163–165.
15. Meyer R. Effects of electric and magnetic fields on the structure of cholesteric liquid crystals // Applied Physics Letters. 1968. Vol. 12, no. 9. P. 281–282.
16. Baessler H., Labes M. M. Relationship between electric field strength and helix pitch in induced cholesteric – nematic phase transitions // Physical Review Letters. 1968. Vol. 21, no. 27. P. 1791–1793.
17. Durand G., Leger L., Rondelez F., Veyssie M. Magnetically induced cholesteric-to-nematic phase transition in liquid crystals // Physical Review Letters. 1969. Vol. 22, no. 6. P. 227–228.
18. Meyer R. B. Distortion of a Cholesteric Structure by a Magnetic Field // Applied Physics Letters. 1969. Vol. 14. P. 208–209.

19. Kedney P. J., Stewart I. W. On the magnetically induced cholesteric to nematic phase transition // *Letters in Mathematical Physics*. 1994. Vol. 31. P. 261–269.
20. Dreher R. Remarks on the distortion of a cholesteric structure by a magnetic field // *Solid State Communications*. 1973. Vol. 13. P. 1571–1574.
21. Zakhlevnykh A. N., Shavkunov V. S. Magnetic-field-induced stepwise director reorientation and untwisting of a planar cholesteric structure with finite anchoring energy // *Physical Review E*. 2016. Vol. 94. P. 042708.
22. Schlangen L., Pashai A., Cornelissen H. The field-induced cholesteric – nematic phase transition and its dependence on layer thickness, boundary conditions, and temperature // *Journal of Applied Physics*. 2000. Vol. 87. P. 3723–3729.
23. Scarfone A. M., Lelidis I., Barbero G. Cholesteric – nematic transition induced by a magnetic field in the strong-anchoring model // *Physical Review E*. 2011. Vol. 84. P. 021708.
24. Smalyukh I. I., Senyuk B. I., Palffy-Muhoray P. et al. Electric-field-induced nematic – cholesteric transition and three-dimensional director structures in homeotropic cells // *Physical Review E*. 2005. Vol. 72. P. 061707.
25. Fan C., Kramer L., Stephen M. J. Fluctuations and Light Scattering in Cholesteric Liquid Crystals // *Physical review A*. 1970. Vol. 2. P. 2482–2489.
26. Hornreich R. M., Shtrikman S. Dynamic response of a helicoidal cholesteric phase to an applied field // *Physical Review A*. 1991. Vol. 44. P. R3430–R3433.
27. Chattopadhyay A. K., Mukherjee P. K. Dynamics of cholesteric liquid crystals in the presence of random magnetic fields // *Europhysics Letters*. 2015. Vol. 112. P. 60002.

28. Malet G., Marignan J., Parodi O. Dynamical analysis of magnetic field effects on a cholesteric cano wedge // *Journal de Physique Lettres*. 1975. Vol. 36. P. 317–320.
29. Marignan J., Malet G., Parodi O. Dynamics of the director alignment in cholesterics under applied magnetic field // *Journal de Physique France*. 1976. Vol. 37, no. 4. P. 365–368.
30. Oswald P., Baudry J., Pirkl S. Static and dynamic properties of cholesteric fingers in electric field // *Physics Reports*. 2000. Vol. 337. P. 67–96.
31. Yang Y.-C., Lee M.-H., Kim J. E. et al. Theoretical Study on the Homeotropic-Transient Planar Transition of Cholesteric Liquid Crystals // *Japanese Journal of Applied Physics*. 2001. Vol. 40. P. 649–653.
32. Palto S. P., Barnik M. I., Geivandov A. R. et al. Spectral and polarization structure of field-induced photonic bands in cholesteric liquid crystals // *Physical Review E*. 2015. Vol. 92. P. 032502.
33. Tarasov O. S., Krekhov A. P., Kramer L. Dynamics of cholesteric structures in an electric field // *Physical Review E*. 2003. Vol. 68. P. 031708.
34. Lee K., Rumi M., Mills M. et al. A different perspective on cholesteric liquid crystals reveals unique color and polarization changes // *ACS Applied Materials Interfaces*. 2020. Vol. 12. P. 37400–37408.
35. Stewart I. W. *The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals: A Mathematical Introduction*. London: Taylor & Francis, 2004. 360 p.
36. Brochard F., Leger L., Meyer R. Freedericksz transition of a homeotropic nematic liquid crystal in rotating magnetic fields // *Journal de Physique*. 1975. Vol. 36. P. C1(209–213).

37. Kimura F., Kimura T., Tamura M. et al. Magnetic alignment of the chiral nematic phase of a cellulose microfibril suspension // *Langmuir*. 2005. Vol. 21, no. 5. P. 2034–2037.
38. Oswald P. Measurement with a rotating magnetic field of the surface viscosity of a nematic liquid crystal // *Europhysics Letters*. 2012. Vol. 100, no. 2. P. 26001.
39. Oswald P., Poy G., Vittoz F. Freedericksz transition under electric and rotating magnetic field: application to nematics with negative dielectric and magnetic anisotropies // *Liquid Crystals*. 2017. Vol. 44. P. 1–8.
40. Mahoney A. W., Nelson N. D., Peyer K. E. et al. Behavior of rotating magnetic microrobots above the step-out frequency with application to control of multi-microrobot systems // *Applied Physics Letters*. 2014. Vol. 104. P. 144101.
41. Morozov K. I., Leshansky A. M. The chiral magnetic nanomotors // *Nanoscale*. 2014. Vol. 6. P. 1580–1588.
42. Morozov K. I., Leshansky A. M. Dynamics and polarization of superparamagnetic chiral nanomotors in a rotating magnetic field // *Nanoscale*. 2014. Vol. 6. P. 12142–12150.
43. Morozov K. I., Mirzae Y., Kenneth O., Leshansky A. M. Dynamics of arbitrary shaped propellers driven by a rotating magnetic field // *Physical Review Fluids*. 2017. Vol. 2. P. 044202.
44. Ghosh A., Fischer P. Controlled propulsion of artificial magnetic nanostructured propellers // *Nano letters*. 2009. Vol. 9. P. 2243.
45. Zhang G., Qin H., Teng J. et al. Quintuple-layer epitaxy of thin films of topological insulator bise // *Applied Physics Letters*. 2009. Vol. 95. P. 053114.

46. Ghosh A., Paria D., Singh H. et al. Dynamical configurations and bistability of helical nanostructures under external torque // *Physical Review E*. 2012. Vol. 86. P. 031401.
47. Carlsson T. Theoretical Investigation of the Shear Flow of Nematic Liquid Crystals with the Leslie Viscosity $\alpha_3 < 0$: Hydrodynamic Analogue of First Order Phase Transitions // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1984. Vol. 104, no. 3-4. P. 307–334.
48. Gleeson J., Palffy-Muhoray P., Saarloos W. Propagation of excitations induced by shear flow in nematic liquid crystals // *Physical review A*. 1991. Vol. 44. P. 2588–2595.
49. Kalugin A. G. Orientation instability of shear flow of a nematic liquid crystal // *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2016. Vol. 71. P. 142–144.
50. Pochan J. M., Erhardt P. F. Shear-induced texture changes in cholesteric liquid-crystal mixtures // *Physical Review Letters*. 1971. Vol. 27. P. 790–791.
51. Pochan J. M., Marsh D. G. Mechanism of shear-induced structural changes in liquid crystals-cholesteric mixtures // *The Journal of Chemical Physics*. 1972. Vol. 57, no. 3. P. 1193–1200.
52. Scaramuzza N., Barberi R., Simoni F. et al. Buckling of a sheared cholesteric liquid crystal // *Physical Review A*. 1985. Vol. 32. P. 1134–1143.
53. Venhaus D. G., Conatser K. S., Green M. J. Dynamics of chiral liquid crystals under applied shear // *Liquid Crystals*. 2013. Vol. 40. P. 846–853.
54. Jánossy I. Shear flow induced propagating domains in cholesterics // *Journal de Physique (France)*. 1980. Vol. 41, no. 5. P. 437–442.

55. Derfel G. Shear Flow Induced Cholesteric-Nematic Transition // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1983. Vol. 92, no. 2. P. 41–47.
56. Rey A. D. Flow alignment in helix uncoiling of sheared cholesteric liquid crystals // *Physical Review E*. 1996. Vol. 53, no. 4. P. 4198–4201.
57. Derfel G. On the analogy between the field-induced and flow-induced deformations in nematic liquid crystals // *Liquid Crystals*. 1998. Vol. 24, no. 6. P. 829–834.
58. Orlandini E., Marenduzzo D., Yeomans J. M. Shear dynamics in cholesterics // *Computer Physics Communications*. 2005. Vol. 169, no. 1. P. 122–125.
59. Brand H. R., Pleiner H. Cholesteric liquid crystals: Flow properties, thermo- and electromechanical coupling // *Encyclopedia of Materials: Science and Technology*. 2016. P. 1–8.
60. Stephen M. J., Straley J. P. Physics of liquid crystals // *Reviews of Modern Physics*. 1974. Vol. 46, no. 4. P. 617–704.
61. Makarov D. V., Zakhlevnykh A. N. Influence of shear flow on the Fréedericksz transition in nematic liquid crystals // *Physical Review E*. 2006. Vol. 74, no. 4. P. 041710.
62. Fatriansyah J. F., Orihara H. Dynamical Properties of Nematic Liquid Crystals Subjected to Shear Flow and Magnetic Fields: Tumbling Instability and Nonequilibrium Fluctuations // *Physical Review E*. 2013. Vol. 88. P. 012510.
63. Skarp K., Carlsson T. Influence of an Electric Field on the Flow Alignment Angle in Shear Flow of Nematic Liquid Crystals // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1978. Vol. 49. P. 75–82.
64. Carlsson T., Skarp K. The Stabilizing Effect of an Electric Field on the Shear Flow of Nematic Liquid Crystals When $\alpha_3 > 0$: Flow Alignment

- Regained // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1981. Vol. 78. P. 157–171.
65. Fatriansyah J. F., Orihara H. Electric-field-induced flow-aligning state in a nematic liquid crystal // *Physical Review E*. 2015. Vol. 91. P. 042508.
66. Kai-Fu L., Xiu-Li J., Yu-Liang Y. Solitons and defects in nematic liquid crystals under a simple shear flow and in a static external magnetic field // *Chinese Physics B*. 2008. Vol. 17, no. 7. P. 2600–2609.
67. Fatriansyah J. F., Orihara H. Nonequilibrium Steady-State Response of a Nematic Liquid Crystal Under Simple Shear Flow and Electric Fields // *Physical Review E*. 2014. Vol. 90. P. 032504.
68. Захлевных А.Н., Селиванов А.Н. Влияние магнитного поля на сдвиговое течение холестерического жидкого кристалла // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2000. Вып. 6. С. 46–49.
69. Inoue Y., Moritake H. Formation of a defect-free uniform lying helix in a thick cholesteric liquid crystal cell // *Applied Physics Express*. 2015. Vol. 8, no. 7. P. 071701.
70. Inoue Y., Hattori M., Moritake H. Thickness-independent dynamics in cholesteric liquid crystals // *Optics Express*. 2017. Vol. 25. P. 3566.
71. Garbovskiy Y. A., Glushchenko A. V. Liquid Crystalline Colloids of Nanoparticles: Preparation, Properties, and Applications // *Solid State Physics*. 2010. Vol. 62. P. 1–74.
72. Mertelj A., Lisjak D. Ferromagnetic nematic liquid crystals // *Liquid Crystals Reviews*. 2017. Vol. 5. P. 1–92.
73. Goodby J. W., Saez I. M., Cowling S. J. et al. Transmission and amplification of information and properties in nanostructured liquid crystals // *Angewandte Chemie International Edition*. 2008. Vol. 47. P. 2754–2787.

74. Koneracká M., Kellnerová V., Kopčanský P., Kuczynski T. Study of magnetic Fredericksz transition in ferronematic // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1995. Vol. 140-144. P. 1455–1456.
75. Mouhli A., Ayeb H., Othman T. et al. Influence of a dispersion of magnetic and nonmagnetic nanoparticles on the magnetic fredericksz transition of the liquid crystal 5*cb* // Physical Review E. 2017. Vol. 96. P. 012706.
76. Doping of nematic cyanobiphenyl liquid crystals with mesogen-hybridized magnetic nanoparticles / I. Appel, H. Nádasi, C. Reitz et al. // Physical Chemistry Chemical Physics. 2017. Vol. 19. P. 12127–12135.
77. Lackova V., Schroer M., Tomašovičová N. et al. Structuralization of magnetic nanoparticles in 5*cb* liquid crystals // Soft Matter. 2017. Vol. 13. P. 7890–7896.
78. Lackova V., Tomašovičová N., Kopčanský P. et al. Magnetic fredericksz transition in a ferronematic liquid crystal doped with spindle magnetic particles // Journal of Molecular Liquids. 2018. Vol. 267. P. 390–397.
79. Potisk T., Mertelj A., Sebastián N. et al. Magneto-optic dynamics in a ferromagnetic nematic liquid crystal // Physical Review E. 2018. Vol. 97. P. 012701.
80. Brence J., Cmok L., Sebastián N. et al. Optical second harmonic generation in a ferromagnetic liquid crystal // Soft Matter. 2019. Vol. 15. P. 8758–8765.
81. Bury P., Vevericik M., Kopčanský P. et al. Effect of spherical, rod-like and chain-like magnetic nanoparticles on magneto-optical response of nematics // Acta Physica Polonica A. 2019. Vol. 136. P. 101–106.
82. Cirtoaje C., Iacobescu G., Petrescu E. Fredericksz transitions in twisted ferronematics subjected to magnetic and laser field // Crystals. 2020. Vol. 10. P. 567.

83. Mahmood A., Ibrahim R., Baki A. et al. Study the influence of doping electric and magnetic nanoparticles on the nonlinear optical properties of nematic liquid crystals // *Iraqi Journal of Physics*. 2020. Vol. 18. P. 91–99.
84. Vevericik M., Bury P., Kopčanský P. et al. Effect of magnetic particles on structural changes and magneto-optical behavior of liquid crystal // *Acta Physica Polonica A*. 2020. Vol. 137. P. 967–969.
85. Petrescu E., Cirtoaje C. Dynamic behavior of a nematic liquid crystal with added carbon nanotubes in an electric field // *Beilstein Journal of Nanotechnology*. 2018. Vol. 9. P. 233–241.
86. Lackova V., Tomašovičová N., Kopčanský P. et al. Memory effect in nematic phase of liquid crystal doped with magnetic and non-magnetic nanoparticles // *Journal of Molecular Liquids*. 2019. Vol. 282. P. 286–291.
87. Sebastián N., Cmok L., Mandle R. et al. Ferroelectric-ferroelastic phase transition in a nematic liquid crystal // *Physical Review Letters*. 2020. Vol. 124. P. 037801.
88. Shuai M., Klittnick A., Shen Y. et al. Spontaneous liquid crystal and ferromagnetic ordering of colloidal magnetic nanoplates // *Nature Communications*. 2016. Vol. 7. P. 10394.
89. Rault J., Cladis P. E., Burger J. P. Ferronematics // *Physics Letters A*. 1970. Vol. 32, no. 3. P. 199–200.
90. Hayes C. F. Magnetic platelets in a nematic liquid crystal // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1976. Vol. 36, no. 3-4. P. 245–253.
91. Liebert L., Figueiredo Neto A. M. Optical microscopic observation of depletion layers, in a calamitic ferronematic lyomesophase // *Journal de Physique Lettres*. 1984. Vol. 45, no. 4. P. 173–178.
92. Figueiredo Neto A. M., Galerne Y., Levelut A. M., Liebert L. Pseudo-lamellar ordering in uniaxial and biaxiallyotropic nematics : a synchrotron

- X-ray diffraction experiment // Journal de Physique Lettres. 1985. Vol. 46, no. 11. P. 499–505.
93. Kroin T., Figueiredo Neto A. M. Bend periodic distortion of the texture in nematic lyotropic liquid crystals with and without ferrofluid // Physical Review A. 1987. Vol. 36, no. 6. P. 2987–2990.
 94. Kroin T., Palangana A. J., Figueiredo Neto A. M. Determination of the bend elastic constant and the anisotropy of diamagnetic susceptibility of lyotropic nematic calamitic liquid crystals // Physical Review A. 1989. Vol. 39, no. 10. P. 5373–5377.
 95. Fontanini S., Alexe-Ionescu A. L., Barbero G., Figueiredo Neto A. M. Measurement of the splay-bend elastic constant in lyotropic ferronematic liquid crystals: The influence of the bounding surfaces // Journal of Chemical Physics. 1997. Vol. 106, no. 14. P. 6187–6193.
 96. Figueiredo Neto A. M., Saba M. M. F. Determination of the minimum concentration of ferrofluid required to orient nematic liquid crystals // Physical Review A. 1986. Vol. 34. P. 3483–3485.
 97. Matuo C.Y., Tourinho F.A., Figueiredo Neto A.M. Determination of the minimum concentrations of ferrofluid of CoFe_2O_4 required to orient liquid crystals // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1993. Vol. 122, no. 1. P. 53–56.
 98. Burylov S. V., Raikher Yu. L. Magnetic fredericksz transition in a ferronematic // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1993. Vol. 122. P. 62–65.
 99. Jarkova E., Pleiner H., Muller H.-W., Brand H. R. Macroscopic dynamics of ferronematics // Journal of Chemical Physics. 2002. Vol. 118, no. 5. P. 2422–2430.
 100. Zakhlevnykh A. N. Threshold magnetic fields and fredericksz transition in a ferronematic // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2004. Vol. 269. P. 238–244.

101. Raikher Y., Stepanov V. Magnetic relaxation in ferronematics in the mean-field description // *Journal of Molecular Liquids*. 2017. Vol. 267. P. 367–376.
102. Zarubin G., Bier M., Dietrich S. A ferronematic slab in external magnetic fields // *Soft Matter*. 2018. Vol. 14. P. 9806–9818.
103. Petrescu E., Cirtoaje C., Danila O. Dynamic behavior of nematic liquid crystal mixtures with quantum dots in electric fields // *Beilstein Journal of Nanotechnology*. 2018. Vol. 9. P. 399–406.
104. Petrov D., Zakhlevnykh A. Statistical theory of magnetic field induced phase transitions in negative diamagnetic anisotropy liquid crystals doped with carbon nanotubes // *Journal of Molecular Liquids*. 2019. Vol. 287. P. 110901.
105. Petrov D., Skokov P., Zakhlevnykh A., Makarov D. Magnetic segregation effect in liquid crystals doped with carbon nanotubes // *Beilstein Journal of Nanotechnology*. 2019. Vol. 10. P. 1464–1474.
106. Petrov D. Molecular-statistical theory of ferromagnetic liquid crystal suspensions // *Physical Review E*. 2020. Vol. 101. P. 030701.
107. Petrov D., Skokov P. Ferromagnetic ordering theory of colloidal suspension of magnetic particles in liquid crystal // *Liquid Crystals and their Application*. 2020. Vol. 20. P. 63–71.
108. Kurochkin O., Buchnev O., Iljin O. et al. A colloid of ferroelectric nanoparticles in a cholesteric liquid crystal // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2009. Vol. 11, no. 2. P. 024003.
109. Hu W., Zhao H., Shan L. et al. Magnetite nanoparticles/chiral nematic liquid crystal composites with magnetically addressable and magnetically erasable characteristics // *Liquid Crystals*. 2010. Vol. 37, no. 5. P. 563–569.

110. Ayebe H., Grand J., Sellame H. et al. Gold nanoparticles in a cholesteric liquid crystal matrix: self-organization and localized surface plasmon properties // *Journal of Materials Chemistry*. 2012. Vol. 22. P. 7856–7862.
111. Pendery J. S., Merchiers O., Coursault D. et al. Gold nanoparticle self-assembly moderated by a cholesteric liquid crystal // *Soft Matter*. 2013. Vol. 9. P. 9366–9375.
112. Infusino M., De Luca A., Ciuchi F. et al. Effects of gold nanoparticle dispersion in a chiral liquid crystal matrix // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 2013. Vol. 572, no. 1. P. 59–65.
113. Infusino M., De Luca A., Ciuchi F. et al. Optical and electrical characterization of a gold nanoparticle dispersion in a chiral liquid crystal matrix // *Journal of Materials Science*. 2014. Vol. 49. P. 1805–1811.
114. Matt B.D., Pondman K.M., Asshoff S. et al. Soft magnets from the self-organization of magnetic nanoparticles in twisted liquid crystals // *Angewandte Chemie*. 2014. Vol. 53, no. 46. P. 12446–12450.
115. Senyuk B., Varney Michael C. M., Lopez J. A. et al. Magnetically responsive gourd-shaped colloidal particles in cholesteric liquid crystals // *Soft Matter*. 2014. Vol. 10. P. 6014–6023.
116. Madhav B.T.P., Pardhasaradhi P., Manepalli R.K.N.R., Pisipati V.G.K.M. Histogram equalisation technique to analyse induced cholesteric phase in nanodoped liquid crystalline compound // *Liquid Crystals*. 2015. Vol. 42, no. 7. P. 989–997.
117. Zhang Q., Ackerman P. J., Liu Q., Smalyukh I. I. Ferromagnetic switching of knotted vector fields in liquid crystal colloids // *Physical Review Letters*. 2015. Vol. 115. P. 097802.
118. Raikher Y., Burylov S., Zakhlevnykh A. Orientational structure and magnetic properties of a ferronematic in an external field // *Zhurnal Eksperimental'noi i Teroreticheskoi Fiziki*. 1986. Vol. 91. P. 542–551.

119. Raikher Yu. L., Burylov S. V., Zakhlevnykh A. N. Magnetic behavior of a ferronematic layer in an external magnetic field // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1987. Vol. 65, no. 2. P. 173–176.
120. Zakhlevnykh A. N., Sosnin P. A. Orientational and magnetic behavior of a colloidal magnetic suspension in a cholesteric liquid crystal matrix // *International Journal of Polymeric Materials and Polymeric Biomaterials*. 1994. Vol. 27. P. 89–99.
121. Zakhlevnykh A. N., Sosnin P. A. Ferrocholesteric-ferronematic transition in an external magnetic field // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1995. Vol. 146. P. 103–110.
122. Zakhlevnykh A. N., Shavkunov V. S. Structure of the Domain Walls in Soft Ferrocholesterics // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1999. Vol. 330. P. 593–599.
123. Zakhlevnykh A. N., Shavkunov V. S. Orientational and Magnetic Behavior of a Colloidal Magnetic Suspension in a Cholesteric Liquid Crystal Matrix // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2000. Vol. 210. P. 279–288.
124. Petrescu E., Motoc C. Behaviour of ferrocholesterics under external magnetic fields // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2001. Vol. 234. P. 142–147.
125. Shavkunov V. S., Zakhlevnykh A. N. One-Dimensional Structures in Ferrocholesteric Film with Weak Homeotropic Anchoring on the Layer Boundaries // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 2001. Vol. 367. P. 175–182.
126. Petrescu E., Bena E. R. Influence of the magnetic and laser fields on the director structures of a ferrocholesteric liquid crystal in homeotropic cells // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2008. Vol. 320, no. 3. P. 299–303.

127. Zakhlevnykh A. N., Kuznetsova K. V. Magnetic-field induced orientational transition in a helicoidal liquid-crystalline antiferromagnet // *Physics of the Solid State*. 2016. Vol. 58, no. 11. P. 2358–2366.
128. Zakhlevnykh A. N., Kuznetsova K. V. Reentrant phases in compensated ferrocholesterics // *Physics of the Solid State*. 2017. Vol. 59. P. 1867–1873.
129. Zakhlevnykh A., Kuznetsova K. V. Magnetic field induced transitions in soft compensated ferrocholesteric liquid crystals // *Journal of Molecular Liquids*. 2017. Vol. 267. P. 398–405.
130. Boychuk A. N., Zakhlevnykh A. N., Makarov D. V. Orientational dynamics of a ferronematic liquid crystal in a rotating magnetic field // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2015. Vol. 121, no. 3. P. 541–552.
131. Boychuk A. N., Makarov D. V., Zakhlevnykh A. N. Dynamics of liquid-crystalline magnetic suspensions in a rotating magnetic field // *European Physical Journal E: Soft Matter*. 2016. Vol. 39. P. 101.
132. Boychuk A. N., Makarov D., Zakhlevnykh A. Oscillations of the orientational structure of a ferronematic liquid crystal in an elliptically polarized rotating magnetic field // *Journal of Molecular Liquids*. 2017. Vol. 238. P. 359–369.
133. Kilian A., Koswig H. D., Sonnet A. Theory of Pattern Formation in a Freestanding Ferroelectric Film in a Rotating Electric Field // *Molecular Crystals and Liquid Crystals Science and Technology. Section A. Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1995. Vol. 265, no. 1. P. 321–334.
134. Jarkova E., Pleiner H., Muller H. W. et al. Hydrodynamics of nematic ferrofluids // *The European Physical Journal E: Soft Matter and Biological Physics*. 2001. Vol. 5, no. 5. P. 583–588.
135. Makarov D. V., Zakhlevnykh A. N. Magnetic field-induced orientational phases of ferronematics in shear flow // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2008. Vol. 320, no. 7. P. 1312–1321.

136. Zakhlevnykh A. N., Makarov D. V. Magnetic freedericksz transition in ferronematic layer under shear flow // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 2011. Vol. 540, no. 1. P. 135–144.
137. Shoarinejad S., Ghazavi M. The effects of magnetic nanoparticles on oscillating behavior of a nematic liquid crystal cell // *Soft Materials*. 2017. Vol. 15, no. 2. P. 173–183.
138. Raikher Y. L., Stepanov V. I. Dynamic Magneto-Optical Response of Ferronematic Liquid Crystals // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 1996. Vol. 7. P. 550–554.
139. Arfken G. B., Weber H. J., Harris F. E. *Mathematical Methods for Physicists. A Comprehensive Guide*. New York: Elsevier, Academic Press, 2013. 1206 p.
140. Abramowitz M., Stegun I. A. *Handbook of Mathematical Functions*. New York: Dover, 1972. 1046 p.
141. Burylov S. V., Raikher Y. L. Ferronematics: On the development of the continuum theory approach // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1990. Vol. 85. P. 74–76.
142. Büttiker M., Landauer R. Nucleation theory of overdamped soliton motion // *Physical Review A*. 1981. Vol. 23. P. 1397–1410.
143. Burylov S. V., Raikher Y. L. Macroscopic Properties of Ferronematics Caused by Orientational Interactions on the Particle Surfaces. I. Extended Continuum Model // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 1995. Vol. 258. P. 107–122.
144. Zadorozhnii V. I., Sluckin T. J., Reshetnyak V. Yu., Thomas K. S. The Frederiks Effect and Related Phenomena in Ferronematic Materials // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 2008. Vol. 68, no. 6. P. 1688–1716.